G. Dimić S. Žegarac

ZBIRKA ZADATAKA IZ FIZIKE

srednji kurs

C

IRO „Građevinska knjiga“ • Beograd

ZBIRKA ZADATAKA IZ FIZIKE C
srednji kurs

G. Dimić
S. Žegarac



Dr Gojko L. Dimić

Slobodan I. Žegarac

ZBIRKA ZADATAKA

IZ FIZIKE

C

srednji kurs

IRO „Građevinska knjiga“ • Beograd, 1989.

ISBN 86-395-0203-X

ZBIRKA ZADATAKA
IZ FIZIKE C

srednji kurs

Autori:

Dr Gojko L. Dimić
profesor Univerziteta
u Beogradu

Slobodan I. Žegarac
viši stručni saradnik
Univerziteta u Beogradu

Recenzenti:

Dr Boško Pavlović
profesor Univerziteta
u Beogradu

Radmila Vidnjević
profesor OSVŠ „Bratstvo i jedinstvo"
u Beogradu

Za izdavača

Glavni urednik, direktor

Milan Višnjić

Odgovorni urednik:
Milica Dodić

Urednik:
Olga Vasiljević

Lektor:
Zdenka Pleša

Tehnički urednik:
Jovo Karadžić

Grafički dizajn:
Velimir Dimić

Korektor:
Zdenka Pleša

Obim: $20^3/_4$ štamp. tabaka

Tiraž: 2000

IX IZDANJE

Izdaje: Izdavačka radna organizacija
„Građevinska knjiga"
Beograd
Trg Marksa i Engelsa 8/II
Poštanski fah 798

Štampa: ŠIP „Bakar" – Bor

SADRŽAJ

ZADACI

MEHANIKA

TOPLOTA

ELEKTRICITET

PREDGOVOR

Ova Zbirka zadataka iz fizike sadrži zadatke za čije rešavanje je potrebno poznavanje fizičkih pojava i zakonitosti na nivou nastavnih programa za sva četiri razreda srednjeg usmerenog obrazovanja. Ona je u tom smislu sadržajno i programski povezana sa analognim zbirkama zadataka za osnovni i viši kurs fizike, takođe u izdanju IRO »Građevinska knjiga« — Beograd.

Tokom rada na rukopisu ove Zbirke težili smo da ona sadrži izvestan broj relativno lakših zadataka, koji treba da posluže za što bolje uvežbavanje procesa izrade ovakvih zadataka i za prihvatanje odgovarajućih zakonitosti koje imaju dublji fizički smisao od onoga koji se najčešće pretpostavlja.

Imajući u vidu da je jedan broj čitalaca više naklonjen prirodno-matematičkim i tehničkim naukama, a samim tim i mogućnost studiranja ovih naučnih oblasti, u ovoj Zbirci se nalazi izvestan broj težih — problemskih zadataka. Njihov nivo odgovara zahtevima srednjoškolskih takmičenja iz fizike i prijemnih ispita na prirodno-matematičkim i tehničkim fakultetima.

Veći broj zadataka u ovoj Zbirci ima potpuna rešenja. Ona treba čitaocu da ukažu na metodiku izrade zadataka iz fizike i način korišćenja odgovarajućih grafičkih prikaza, što je od presudnog značaja za uspeh prilikom rešavanja ove vrste problema. Ostali zadaci imaju samo odgovor. Oni su namenjeni samostalnoj proveri sposobnosti rešavanja ovakvih zadataka, a to treba da bude pokazatelj da li čitalac raspolaže dovoljnim znanjem, iskustvom i odgovarajućom metodikom za njihovo rešavanje.

U Zbirci je dosledno primenjen Međunarodni sistem jedinica. Isto tako, poštovani su međunarodni i domaći propisi i preporuke koji se odnose na ovu vrstu udžbeničke literature.

I ovom prilikom izražavamo zahvalnost recenzentima ove Zbirke zadataka prof. dr Bošku Pavloviću i Radmili Vidnjević na dragocenoj pomoći koju su nam pružili prilikom rada na njenom rukopisu.

Autori izražavaju posebnu zahvalnost Zdenki Pleša, lektoru i korektoru ove Zbirke na njenoj stručnoj pomoći, savetima i zalaganju prilikom našeg višegodišnjeg rada na ovom rukopisu.

Autori

10. oktobar 1983.

Potrebno je prihvatiti činjenicu da je rešavanje zadataka najbolji način za proveru razumevanja pojmova i pojava u fizici, kao i suštine fizičkih zakona. Pri ovome nikako ne treba smatrati rešavanje zadataka kao jednostavno zamenjivanje simbola brojnim vrednostima i slično. Samo je gubljenje vremena ako se usvoji stav da će se prelistavanjem udžbenika doći do formule kojom se može rešiti određeni zadatak ili ako se traga za rešenjem nekog sličnog zadatka. Osim toga, čitalac će se brzo uveriti da je korisnije usvojiti metod rešavanja zadataka nego učiti napamet urađene zadatke.

Poznato je da se zakoni i formule lakše pamte ako se što više primenjuju, a to se najbolje i najlakše postiže izradom što većeg broja zadataka.

Iako je u Zbirci veći broj zadataka potpuno rešen, potrebno je pokušati samostalno rešiti svaki zadatak, pa tek ako to ne uspe, treba proučiti priloženo rešenje. Preporučljivo je da se zadatak pri tome obrađuje i analizira pismeno i sa što više detalja.

Preporučujemo da se pri izradi zadatka stalno imaju na umu sledeća opšta uputstva.

- Pošto se pročita tekst zadatka i shvati njegov smisao, potrebno je napisati sve fizičke zakone i definicije koje on sadrži. Ne treba se prihvatiti rešavanja zadataka sve dok se ovo ne može uraditi bez pomoći udžbenika.
- Na osnovu prethodnog razmatranja potrebno je napisati date podatke i označiti veličine koje se traže. Zatim je potrebno skicirati sliku zadatka i na njoj označiti sve veličine koje su date i koje se traže, držeći se pravila da se **svaki zadatak u fizici može prikazati slikom** i »da je ta slika pola rešenja«, što je sasvim opravdano i dokazano. Veći deo zadataka iz fizike nije uopšte moguće rešiti bez slike, a kod ostalih je ona velika olakšica, naročito kod početnika.
- Tek na osnovu svega ovoga postavlja se sistem jednačina čije rešavanje vodi pronalaženju rezultata.
- Radi jednostavnije matematičke interpretacije, kada je to moguće, **potrebno je uvesti olakšavajuće pretpostavke.** Neke od njih su sadržane u tekstu zadataka, a ponekad ih je potrebno uočiti samostalno.
- Rešavanje zadataka obavezno treba izvoditi u **opštem obliku,** jer se tako izbegavaju glomazne numeričke operacije i smanjuje verovatnoća pojave računskih grešaka. Osim toga, jedino se analizom opšteg rešenja može uočiti fizički smisao problema.
- U opštem rešenju treba da figurišu samo oznake onih veličina čije su brojne vrednosti date, kao i oznake poznatih fizičkih konstanti. Pre nego što se izvrši njihova zamena potrebno ih je izraziti SI jedinicama.
- Pošto se pretpostavlja da su brojne vrednosti zadate sa tri značajne cifre, treba i rezultate takođe izražavati sa tri značajne cifre.

Rešavanje skoro svakog zadatka u fizici u vezi je sa računanjima koja imaju približan karakter. Ovo je uslovljeno time što fizičke veličine vrlo često imaju vrednosti koje nisu sasvim tačne.

Matematičke operacije sa približnim vrednostima daju rezultate koji su takođe približni, pa nema nikakvog smisla sprovoditi računanje sa većom tačnošću od one sa kojom su date brojne vrednosti veličina u zadatku.

ZADACI

MEHANIKA

1. Uvod

1. MERENJE I GREŠKE MERENJA

1. Jednim od poznatih metoda je izmereno da je ubrzanje Zemljine teže $g=9{,}821$ m/s^2, a zna se da je njegova tačna vrednost za našu geografsku širinu $g_0=9{,}806$ m/s^2. Kolika je greška merenja ovog ubrzanja?

2. Prilikom prvog merenja neke dužine dobijeno je da ona iznosi $l_1=45{,}2$ cm, drugi put $l_2=45{,}1$ cm, treći put $l_3=44{,}8$ cm a četvrti put $l_4=45{,}0$ cm. Kolika je srednja vrednost merenja ove dužine? U kojem slučaju je načinjena najveća, a u kojem najmanja greška?

3. Pri merenju mase nekog tela pomoću terazija čiji je merni opseg 500 g nedostajali su tegovi manji od 1 g. Kolika je najveća greška merenja mase ovim terazijama na granici mernog opsega?

4. Pomoću mikrometarskog zavrtnja izmeren je prečnik neke žice $D=3{,}25$ mm. Kolika se najveća greška može učiniti prilikom ovog merenja ako je preciznost upotrebljenog mikrometarskog zavrtnja 1/100 mm?

5. Pomoću lenjira sa nonijusom izmerena je dužina nekog tela $l=24{,}5$ mm. Kolika može da bude najveća greška ovog merenja ako je preciznost nonijusa 1/10 mm?

2. JEDINICE VELIČINA U KINEMATICI

6. Izraziti u m^3 sledeće zapremine: $V_1=28$ cm^3, $V_2=570$ dm^3 i $V_3=60$ km^3.

7. Izraziti u ugaonim stepenima sledeće uglove: $0{,}2\,\pi$ rad, $\pi/2$ rad, 150′, 3 200″ i 2,3 obrtaja.

8. Koliko radijana imaju uglovi: 240°, 40′, 120″?

9. Jedno vozilo se kreće brzinom $v_1=54$ km/h, a drugo brzinom $v_2=72$ km/h. Kolike su ove brzine u m/s?

10. Brzina Zemljinog satelita je 8 km/s. Kolika je ova brzina u m/s i cm/s?

11. Poznato je da brzina zvuka u vazduhu iznosi oko 330 m/s. Kolika je ova brzina u km/h i km/s?

3. SLAGANJE KRETANJA

12. Voz, dužine $l_1=50$ m, kreće se brzinom $v_1=80$ km/h. U susret njemu se kreće drugi voz, dužine $l_2=40$ m, brzinom $v_2=30$ km/h. Koliko vremena prolaze vozovi jedan pored drugoga?

13. Poštanska veza sa dva rečna pristaništa (P_1 i P_2), koja su međusobno udaljena $d=30$ km, obavlja se sa dva motorna čamca. U određeno vreme čamci isplove iz svojih pristaništa i pri susretu izmene poštanske pošiljke, a zatim se vrate.

Čamcu iz pristaništa P_1 potrebno je vreme $t_1=3$ h da preplovi rastojanje d, dok je čamcu iz pristaništa P_2 potrebno vreme $t_2=1{,}5$ h da preplovi isto rastojanje. Brzine oba čamca u odnosu na vodu su jednake. Pristaništa se nalaze na istoj obali.

a) Kolika je brzina čamaca u odnosu na vodu?

b) Kolika je brzina rečnog toka?

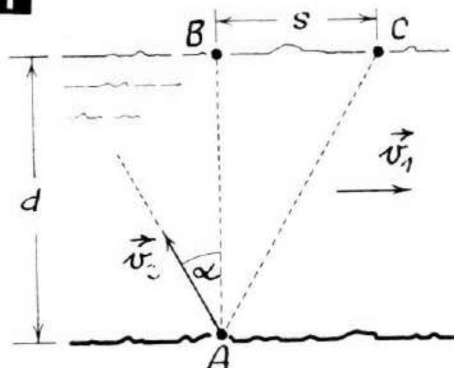
c) Na kojoj će se udaljenosti l od pristaništa P_1 susresti čamci?

14. Brzina broda u odnosu na reku je $v_1=15$ km/h, a brzina rečnog toka $v_2=3$ km/h. Za koje vreme će brod preći rastojanje između dva grada koja se nalaze na rastojanju $d=36$ km, krećući se uzvodno i nizvodno?

15. Čovek se prevozi od mesta A do mesta B veslajući u čamcu, koji se kreće u odnosu na rečni tok brzinom $v_1=3$ km/h. Za isto vreme, polazeći od mesta B, motorni čamac međugradskog saobraćaja pređe četiri puta ovo rastojanje, krećući se u odnosu na rečni tok konstantnom brzinom $v_2=10$ km/h. U kom smeru teče reka i kojom brzinom v?

16. Polazeći iz mesta A, ribar treba čamcem da pređe reku **1**. Ako bude usmeravao pramac čamca normalno na obalu, za vreme $t_1=10$ min ribar će dospeti u mesto C, koje se nalazi na rastojanju $s=120$ m nizvodno od mesta B. Međutim, ako ribar bude usmerio pramac čamca pod nekim uglom α u odnosu na pravac AB, nasuprot toka reke, onda će za vreme $t_2=12{,}5$ min dospeti u mesto B na drugoj obali. Smatrajući da je brzina čamca u odnosu na vodu jednaka u oba slučaja a brzina reke jednaka u svim tačkama, ustanoviti kolika je:

1



a) širina reke,

b) brzina čamca u odnosu na vodu,

c) brzina reke.

d) Pod kojim uglom α treba usmeriti pramac da bi čamac plovio pravcem AB, koji je normalan na rečni tok?

2. *Kinematika translatornog kretanja*

1. RAVNOMERNO PRAVOLINIJSKO KRETANJE

17. Koliki put pređe svetlost za vreme $t=8$ min? Brzina svetlosti u vakuumu je $c=3\cdot10^8$ m/s.

18. Brzina metka iz puške je $v=800$ m/s. Za koliko vremena ovaj metak pređe rastojanje $l=450$ m? Koliki put može da pređe čovek za to vreme ako je njegova brzina $v_1=1$ m/s?

19. Odjek od druge obale reke čuje se posle vremena $t=2$ s. Kolika je širina reke? Smatrati da je brzina zvuka $c=330$ m/s.

20. Od trenutka kada se vidi munja do trenutka kada se čuje udar groma protekne vreme $t=7$ s. Koliko je udaljeno mesto udara groma od slušaoca? Smatrati da je brzina prostiranja svetlosti mnogo veća od brzine prostiranja zvuka.

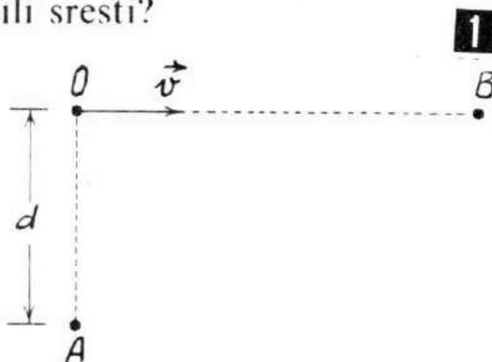
21. Avion se kreće brzinom koja je tri puta veća od brzine zvuka. Koliki put on pređe za vreme $t=1$ min? Smatrati da je brzina zvuka u vazduhu $c=330$ m/s.

22. Prosečna dužina čovekovog koraka je $l=0{,}75$ m. Ako čovek učini 120 koraka u minutu, koliki će on put preći za vreme $t=1$ h i kolika je njegova brzina u km/h?

23. Krećući se stalnom brzinom, automobil pređe put $s=100$ m između dva stuba pored puta za vreme $t=2{,}6$ s. Kolika je brzina automobila? Dobijenu brzinu izraziti u km/h.

24. Iz dva grada (A i B), koja su na rastojanju $d=252$ km, istovremeno su pošla u susret dva automobila, krećući se brzinama $v_1=54$ km/h i $v_2=72$ km/h. Posle koliko vremena i na kom mestu će se automobili sresti?

25. Iz tačke O **1** ispali se iz puške metak u horizontalnom pravcu OB. Brzina metka je $v=660$ m/s. Kolika će biti udaljenost AB metka od čoveka, koji se nalazi u tački A, u trenutku kada on čuje pucanj?
Udaljenost čoveka od mesta odakle je metak ispaljen iznosi $d=OA=0{,}4$ km. Uzeti da je brzina prostiranja zvuka $c=330$ m/s.



26. Za vreme ravnomernog kretanja jednog voza otkačen je zadnji vagon, koji produži da se kreće za vozom usporeno. Ako je vagon od trenutka otkačinjanja do trenutka zaustavljanja prešao put s, koliki je put za to isto vreme prešao voz krećući se i dalje ravnomerno, istom brzinom v_0 koju je imao i pre otkačinjanja vagona?

27. Stojeći na stepeniku eskalatora, putnik se spusti niz njega za vreme $t_1=1$ min. Krećući se hodom niz nepokretan eskalator, putnik ga pređe za vreme $t_2=40$ s. Koliko vremena će trajati spuštanje putnika pokretnim eskalatorom ako on po njemu hoda istom brzinom kao onda kada je on bio nepokretan?

28. Krećući se niz reku, od jednog pristaništa do drugog, brodu je potrebno vreme $t_1=8$ h, a za plovidbu u suprotnom smeru (protiv rečnog toka) potrebno je vreme $t_2=10$ h. Brzina broda po stojećoj vodi (jezeru) iznosi $v=18$ km/h. Koliko je rastojanje između gradova?

29. Dva voza idu jedan drugom u susret brzinama v_1 i v_2. Dužina svakog vagona prvog voza je l_1, a njihov broj je n_1, dok je dužina svakog vagona drugog voza l_2, a njihov broj je n_2. Koliko vremena putnik iz prvog i drugog voza vidi vagone voza sa kojim se mimoilazi voz u kome se on nalazi? Putnik gleda kroz okno vagona.

2. RAVNOMERNO PROMENLJIVO PRAVOLINIJSKO KRETANJE

30. Krećući se brzinom $v_0=20$ m/s, automobil se zaustavi za vreme $t=0{,}5$ s. Koliko je usporenje automobila? Koliki će put preći automobil za to vreme? Nacrtati dijagram brzine automobila u funkciji vremena.

31. Brzina nekog tela se promeni od $v_1=2$ m/s na $v_2=12$ m/s za vreme $\Delta t=5$ s. Koliko je ubrzanje tela i koliki je put prešlo za ovo vreme? Smatrati da se brzina tela povećava ravnomerno.

32. Automobil se kreće brzinom $v_1=18$ km/h, a zatim vozač »dajući gas« poveća ravnomerno brzinu automobila na $v_2=72$ km/h za vreme $t=10$ s. Koliko je ubrzanje automobila?

33. Brzina tela na kraju prve sekunde kretanja je $v=2$ m/s. Ako je telo pošlo iz mirovanja, kolika je njegova brzina posle vremena $t=10$ s? Koliki put pređe telo za ovo vreme?

34. Data je jednačina kretanja $s = At - Bt^2$, gde je $A = 2\ \mathrm{m/s}$ i $B = 0{,}3\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Kolika je početna brzina?
b) Koliko je ubrzanje?
c) Kolika je brzina posle vremena $t = 5$ s od početka kretanja?

35. Prelazeći rastojanje $s = 12$ km, voz se kretao srednjom brzinom $\langle v \rangle = 54$ km/h. U toku vremena $t_1 = 1{,}2$ min voz se kretao ravnomerno ubrzano, zatim neko vreme t_2 ravnomerno i, najzad, u toku vremena $t_3 = 1{,}8$ min kretao se do trenutka zaustavljanja ravnomerno usporeno. Kolikom se maksimalnom brzinom voz kretao?

36. Avion pri uzletu dostigne brzinu $v = 360$ km/h. Vreme kretanja aviona po pisti iznosi $t = 10$ s. Kolika je potrebna dužina piste? Koliko je srednje ubrzanje aviona?

37. Polazeći iz mirovanja, telo dobija brzinu $v = 10$ m/s za vreme $t = 5$ s.

a) Koliko je ubrzanje tela?
b) Za koliko vremena bi telo prešlo put $s = 100$ m?
Smatrati da se brzina ravnomerno povećavala.

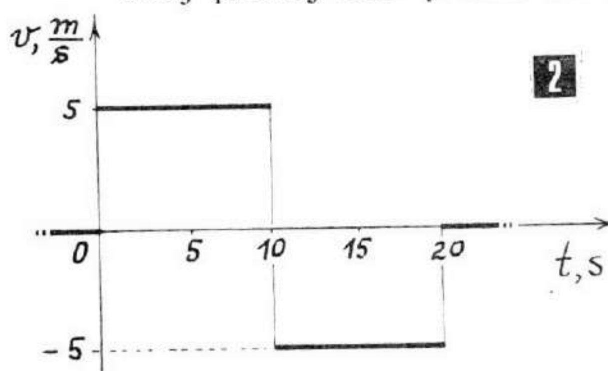
38. Pri kojem stalnom ubrzanju telo pređe put $s = 100$ m za vreme $t = 10$ s ako je pošlo iz mirovanja?

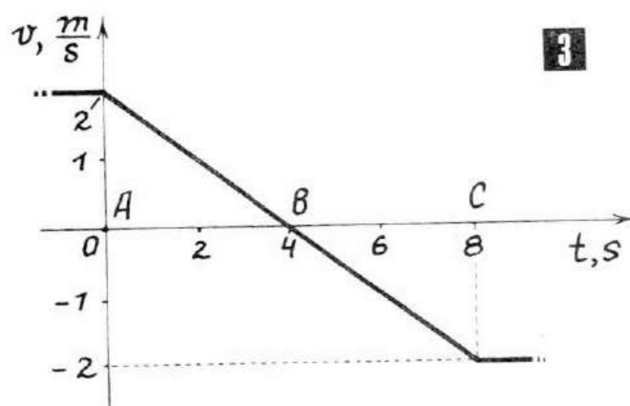
39. Dva motociklista krenu istovremeno iz dva mesta (A i B) jedan u susret drugom. Motociklista u mestu A ima brzinu $v_0' = 72$ km/h i kreće se ravnomerno usporeno, ubrzanjem $a_1 = -2\ \mathrm{m/s^2}$. Drugi motociklista, krećući se ka mestu A, ima u mestu B brzinu $v_0'' = 36$ km/h i kreće se stalnim ubrzanjem $a_2 = 2\ \mathrm{m/s^2}$. Rastojanje između mesta A i B iznosi $d = 300$ m.

a) Posle koliko vremena će se motociklisti mimoići?
b) Koliki put pređe prvi motociklista do trenutka susreta?
c) Kako se menja rastojanje među motociklistima u toku vremena?
d) Kako se može odrediti trenutak susreta?

40. Tri materijalne tačke (A, B, C) nalaze se na horizontalnoj pravoj na jednakim međusobnim rastojanjima. Kada tačka A započne pravolinijsko kretanje vertikalno naviše stalnom brzinom $v_0 = 20$ cm/s, tačka C započne pravolinijsko kretanje vertikalno naniže, bez početne brzine, ubrzanjem $a = 4\ \mathrm{cm/s^2}$.

Kako treba da se kreće tačka B da bi sve tri tačke u toku kretanja uvek bile na istoj pravoj ako počnu da se kreću istog trenutka?





41. Neko telo, krećući se stalnom brzinom $v_0 = 20$ m/s, dobije stalno usporenje $a = 0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. Za koliko vremena će se telo zaustaviti? Koliki će put ono preći dok ne stane?

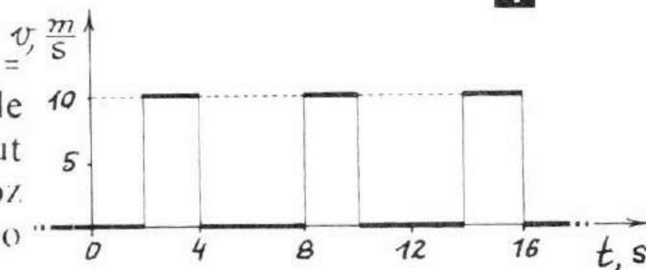
42. Telo pođe iz mirovanja ubrzanjem $a = 10\ \mathrm{cm/s^2}$. Kolika će biti njegova brzina posle vremena $t = 50$ s? Kolika će ona da bude posle pređenog puta $s = 220$ m?

43. Šta može da se zaključi o kretanju tela čija se brzina menja prema dijagramu prikazanom na slici **2**? Koliki put pređe ovo telo u toku kretanja? Gde će se telo nalaziti na kraju kretanja?

44. Šta može da se zaključi o kretanju tela čija se brzina menja prema priloženom dijagramu **3**? Nacrtati odgovarajući dijagram ubrzanja.

45. Na slici **4** je prikazan dijagram brzine nekog tela. Šta može da se zaključi, na osnovu datog di-

jagrama, o kretanju tela? Koliki put telo pređe za vreme $t=12$ s?



4

46. Iz mašinske puške izleti zrno brzinom $v_1=700$ m/s, i na udaljenosti $d=2$ km udari o tle brzinom $v_2=670$ m/s, pri čemu u tlu pređe put $s=0{,}5$ m i zaustavi se. Koliko je ubrzanje zrna kroz vazduh i tle? Oba kretanja smatrati ravnomerno usporenim.

3. Kinematika rotacionog kretanja

1. RAVNOMERNO KRUŽNO KRETANJE

47. a) Ugaonu brzinu $\omega=20$ rad/s izraziti u ob/min i ob/s.

b) Ugaonu brzinu $\omega=3\,000$ ob/min izraziti u rad/s.

48. Kolika je ugaona brzina rotacije Zemlje oko sopstvene ose?

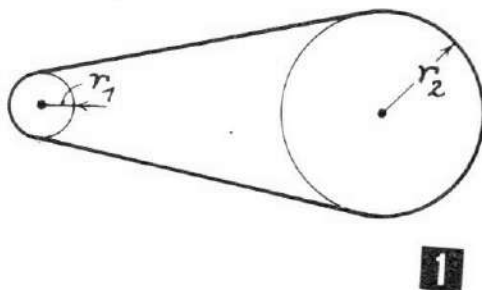
49. Kolike su ugaona i linijska brzina Zemlje pri kretanju oko Sunca? Pretpostaviti da je putanja Zemlje kružna i da je njen poluprečnik $r=1{,}5\cdot10^{11}$ m.

50. Kolika je brzina tačaka na Zemljinom ekvatoru (čija je geografska širina $\varphi=0$) i tačaka čija je geografska širina $\varphi_1=45°$, što približno odgovara geografskoj širini Beograda?

51. Transmisija neke mašine pokreće se pomoću kaišnika **1**, čiji su poluprečnici točkova $r_1=15$ cm i $r_2=50$ cm.

a) Koliki je odnos broja obrtaja točkova?

b) Koliki put pređe neka tačka na kaišniku za vreme $t=20$ s ako je ugaona brzina manjeg točka $\omega_1=120$ ob/min?



1

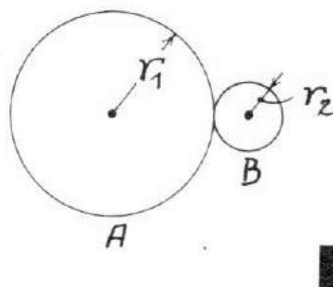
52. Kolika je ugaona brzina tela koje se kreće ravnomerno po krugu, pri čemu telo načini ugaoni pomeraj od $\theta=270°$ svakog vremenskog intervala od 1 s? Koliko obrtaja napravi ovo telo za vreme $t=1$ min?

53. Telo se kreće stalnom brzinom $v=25$ m/s po krugu poluprečnika $r=1{,}25$ m.

a) Kolika je njegova ugaona brzina?

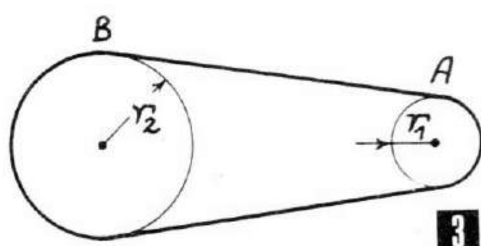
b) Kolika je frekvencija i period njegove rotacije?

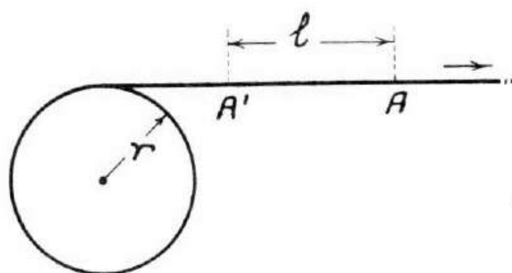
54. Krećući se ravnomerno po krugu, poluprečnika $r=0{,}20$ cm, materijalna tačka učini $N=340$ obrtaja za vreme $t=2{,}2$ min. Koliki su ugaona brzina, period i frekvencija njene rotacije?

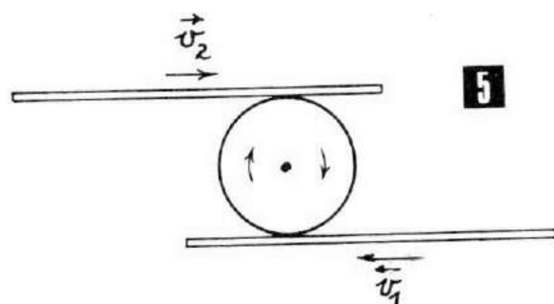


2

55. Točkovi A i B **2**, poluprečnika $r_1=90$ cm i $r_2=30$ cm, naležu jedan na drugi. Elektromotor pokreće točak A, čija je ugaona brzina $\omega_1=2$ rad/s.







Kolika je ugaona brzina točka B ako se pretpostavi da nema klizanja između točkova?

56. Ulični časovnik ima kazaljke dužina $l_1=2{,}5$ m i $l_2=3$ m. Kolike su:

a) njihove ugaone brzine,

b) linijske brzine njihovih vrhova?

57. Brzina kretanja vozila, čiji točkovi imaju prečnik $D=1{,}5$ m, iznosi $v=54$ km/h.

a) Kolika je njihova ugaona brzina?

b) Koliko obrtaja načini jedan točak na putu $s=100$ m?

58. Točkovi A i B **3** su povezani kaišnikom. Poluprečnik točka A je $r_1=25$ cm, a točka B je $r_2=75$ cm.

a) Ako ugaona brzina točka A iznosi $\omega_1=5$ rad/s, kolika je ugaona brzina točka B?

b) Kolika je brzina kaišnika?

c) Koliki je odnos ugaonih brzina ovih točkova?

59. Na valjku **4**, poluprečnika $r=40$ cm, namotano je uže, koje se ravnomerno odmotava. Za vreme $t=1$ min odmota se dužina $l=30$ m užeta. Kolika je:

a) ugaona brzina valjka u toku odmotavanja,

b) linijska brzina tačaka na omotaču valjka?

60. Točak, poluprečnika R, postavljen je među dve paralelne hrapave daske **5**. Daske se kreću u suprotnim smerovima brzinama $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$. Kolika je frekvencija rotacije točka?

2. RAVNOMERNO PROMENLJIVO KRUŽNO KRETANJE

61. Krećući se stalnom ugaonom brzinom $\omega_0=4$ rad/s, telo dobije ugaono usporenje $\alpha=0{,}5$ rad/s^2. Kolika će biti brzina tela posle:

a) vremena $t=1$ s,

b) opisanog ugla $\theta=\pi/3$ rad,

c) $N=2$ obrtaja?

d) Posle koliko vremena će se telo zaustaviti?

62. Krećući se stalnom ugaonom brzinom $\omega_0=20$ rad/s, točak u jednom trenutku počne ravnomerno da smanjuje svoju brzinu i posle vremena $t_0=5$ s on se zaustavi.

a) Koliko je ugaono ubrzanje točka?

b) Koliki ugao on opiše u toku zaustavljanja?

c) Nacrtati dijagrame ugaone brzine i opisanog ugla u funkciji vremena.

63. Dijagram ugaone brzine nekog tela dat je na slici **6**.

a) Koliko je ugaono ubrzanje tela?

b) Koliko obrtaja načini telo u toku ubrzavanja?

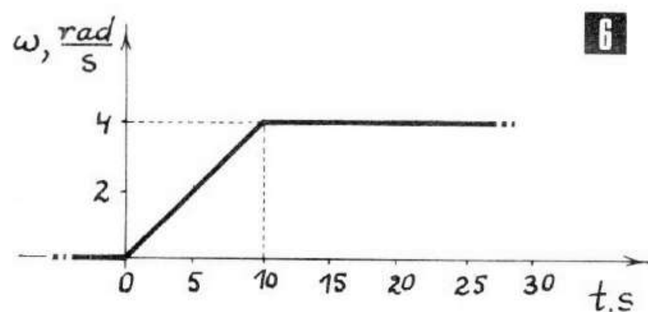
c) Koliki je period kretanja tela posle vremena $t=10$ s?

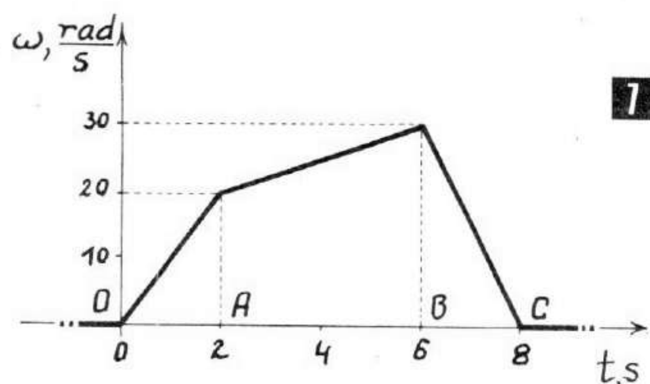
d) Za koje vreme će telo načiniti prvi obrtaj?

64. Telo počne da rotira iz mirovanja stalnim ugaonim ubrzanjem $\alpha=30$ rad/s^2.

a) Posle koliko vremena će ono imati ugaonu brzinu $\omega=3\,000$ ob/min?

b) Koliko obrtaja će da izvrši telo za vreme $t=1$ min, računajući od početka rotacije?





c) Koliko će da traje prvi obrtaj?

65. U toku rada rotor elektromotora načini $N=3\,000$ obrtaja svakog vremenskog intervala od jednog minuta. Kada se motor isključi, ugaona brzina rotora smanji se na polovinu za vreme $t=2{,}5$ s.

a) Koliko je srednje ugaono usporenje rotora?

b) Posle koliko vremena će on imati ugaonu brzinu $\omega_1=1000$ ob/min?

c) Kolika je njegova ugaona brzina posle desetog obrtaja od početka kočenja?

66. Ugaona brzina nekog tela menja se prema dijagramu datom na slici **7**.

a) Nacrtati dijagram ugaonog ubrzanja tela.

b) Koliko će obrtaja da učini telo za vreme kretanja?

67. a) Zamajac rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega_0=400$ ob/min. Koliko usporenje treba da dobije zamajac da bi se zaustavio za vreme $t_0=20$ s?

b) Kolika će biti ugaona brzina zamajca posle prvog, a kolika posle drugog obrtaja od početka usporavanja?

c) Posle koliko obrtaja će zamajac da se zaustavi?

68. Krećući se brzinom $v=54$ km/h, automobil se zaustavi na putu dužine $s=15$ m. Koliko je srednje ugaono usporenje točkova automobila ako je njihov poluprečnik $R=30$ cm?

69. Telo se kreće po krugu, poluprečnika $r=0{,}5$ m, stalnom ugaonom brzinom $\omega=2\pi$ rad/s. Koliko iznosi:

a) frekvencija,

b) period,

c) linijska brzina,

d) normalno (radijalno) ubrzanje pri ovom kretanju?

70. Krećući se po krugu, poluprečnika $r=2$ m, telo načini $N=10$ obrtaja svakog vremenskog intervala od 1 s. Odrediti:

a) period i frekvenciju rotacije,

b) ugaonu i linijsku brzinu tela,

c) radijalno ubrzanje tela.

71. Materijalna tačka se kreće ravnomerno po krugu, poluprečnika $r=2$ m. Njen vektor položaja opiše ugao $\theta=(3\pi/2)$ rad svakog vremenskog intervala od 1 s. Koliko iznosi:

a) ugaona brzina tačke,

b) period i frekvencija rotacije,

c) linijska brzina tačke na krugu,

d) radijalno ubrzanje tačke na krugu?

e) Koliko puta je veće ubrzanje tačke na periferiji kruga od ubrzanja tačke na polovini poluprečnika?

72. Ugaona brzina materijalne tačke, koja se kreće po krugu prečnika $D=2$ m, iznosi $\omega=600$ ob/min. Koliko iznosi:

a) ugaona brzina tačke u rad/s,

b) period i frekvencija rotacije,

c) radijalno ubrzanje tačke na periferiji kruga?

d) Koliko puta je veće ubrzanje tačke čiji je poluprečnik rotacije dvaput veći?

4. *Dinamika translatornog kretanja*

1. GUSTINA SUPSTANCIJE. MASA TELA

73. Masa tela, čija je zapremina $V=50\ cm^3$, iznosi $m=150$ g. Kolika je gustina supstancije od koje je telo načinjeno?

74. Srednja gustina Zemlje iznosi $\langle\rho\rangle=5\,500\ kg/m^3$. Kolika je masa Zemlje? Uzeti da je srednji poluprečnik Zemlje $R=6\,370$ km.

75. Gustina gvožđa je $\rho=7\,800\ kg/m^3$. Kolika je masa gvozdenog odlivka čija je zapremina $V=300\ cm^3$?

76. Olovno telo ima masu $m=2{,}45$ kg. Kolika je njegova zapremina? Gustina olova je $\rho=11\,200\ kg/m^3$.

77. Kolika treba da bude dužina bakarne šipke, poluprečnika $r=2$ cm, da bi njena masa bila $m=890$ g? Gustina bakra je $\rho=8\,900\ kg/m^3$.

78. Pomoću terazija je izmereno da je masa bakarne kugle $m=33$ kg, dok je iz tablica nađeno da je gustina bakra $\rho=8\,900\ kg/m^3$. Koliki je poluprečnik ove kugle?

79. U staklenoj cevi, poluprečnika $r=1$ cm, nalazi se stub žive čija je dužina $l=59$ cm. Kolika je masa žive u cevi? Gustina žive je $\rho=13\,600\ kg/m^3$.

80. Polovinu zapremine bakarne lopte ispunjava voda, dok ostatak zapremine predstavljaju zidovi lopte. Ako je gustina bakra $\rho_1=8\,850\ kg/m^3$, a vode $\rho_2=1000\ kg/m^3$, kolika je srednja gustina lopte?

81. Kocka, mase $m=2$ kg, načinjena je od drveta, čija je gustina $\rho=850\ kg/m^3$. Kolike su ivice kocke?

82. Kolika je zapremina čovečjeg tela, mase $m=80$ kg, ako je njegova srednja gustina $\rho=950\ kg/m^3$?

83. Kolika treba da je površina aluminijumskog lima, debljine $d=1$ mm, da bi njegova masa bila $m=1$ kg? Gustina aluminijuma je $\rho=2\,700\ kg/m^3$.

2. NJUTNOVI ZAKONI

84. Koliko je ubrzanje tela, mase $m=0{,}5$ kg, ako na njega deluje sila intenziteta $F=50$ N?

85. Koliko je ubrzanje tela ako na njega deluje sila čiji je intenzitet jednak intenzitetu sile teže koja deluje na isto telo?

86. Na neko telo, mase $m=5$ kg, deluje sila intenziteta $F=2$ daN. Koliko je ubrzanje tela?

87. Telo, mase $m=10$ kg, ima stalno ubrzanje $a=4\ m/s^2$. Kolika sila deluje na telo?

88. Telo ne pada ubrzanjem $g=9{,}81\ m/s^2$, već ubrzanjem $a=g/2$. Koliki je intenzitet sile trenja koja deluje na telo prilikom njegovog padanja?

89. Kolika sila treba da deluje na telo, mase $m=100$ g, da bi se njegova brzina povećala od $v_1=20$ cm/s do $v_2=80$ cm/s za vreme $\Delta t=3$ s?

90. Telo, mase $m=50$ g, pođe iz mirovanja i za vreme $t=5$ s pređe put $s=2$ m, krećući se ravnomerno ubrzano. Koliki je intenzitet sile koja deluje na telo?

91. Telo, mase $m=0{,}6$ kg, pođe iz mirovanja pod dejstvom stalne sile. Posle pređenog puta $s=10$ m ono ima brzinu $v=5$ m/s. Koliki je intenzitet ove sile?

92. Telo, mase $m=6$ kg, kreće se brzinom $v_0=45$ m/s. Kolikom stalnom silom treba delovati na telo da bi se ono zaustavilo na putu $s=15$ m?

93. Kolikom stalnom silom treba delovati na telo, mase $m=1$ kg, da bi se ono tokom prvog vremenskog intervala $\Delta t=1$ s pomerilo za $s=100$ cm?

94. Kolikom stalnom silom treba delovati na telo, mase $m=15$ kg, da bi ono za vreme $t=30$ s dostiglo brzinu $v=36$ km/h?

95. Za koje vreme će telo, mase $m=5$ kg, dostići brzinu $v=30$ m/s ako na njega deluje stalna sila intenziteta $F=50$ N?

96. Na telo, mase $m=1$ kg, deluje stalna vertikalna sila intenziteta $F=10{,}81$ N sa smerom naviše. Za koliko će se ovo telo podići ako na njega deluje sila u toku vremena $t=10$ s? Smatrati da je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}81$ m/s^2.

97. Masa lifta i tereta kojim je on opterećen iznosi $m=8$ t. Lift se spušta brzinom $v=420$ m/min. Koliki je najkraći put na kojem lift sme da se zaustavi ako njegovo uže može da izdrži najveću silu intenziteta $F_{max}=140$ kN?

98. Dva tela, masa $m_1=0{,}2$ kg i $m_2=0{,}3$ kg, nalaze se na ravnoj horizontalnoj podlozi. Tela su vezana užetom, kao na slici **1**. Ako se trenje pri klizanju zanemari, odrediti:

a) sa kolikim se ubrzanjem kreće sistem kada se na telo, mase m_1, deluje horizontalnom silom intenziteta $F=1$ N,

b) intenzitet sile zatezanja užeta pri dejstvu ove sile.

c) Ako uže može da izdrži teret najveće mase $M=2$ kg, odrediti pri kojoj će maksimalnoj sili uže da se prekine kada ova sila deluje na telo mase m_1.

99. Kolica, mase $m_1=5$ kg, vezana su užetom sa tegom mase $m_2=2$ kg **2**. U početnom trenutku kolica imaju brzinu $v_0=7$ m/s i kreću se ka tački A na horizontalnoj podlozi.

a) Kolika je brzina kolica posle vremena $t_1=5$ s i u kom smeru se ona kreću u tom trenutku?

b) Na kom rastojanju od tačke A se tada nalaze kolica?

c) Koliki put pređu kolica za to vreme?

Trenje zanemariti.

100. Preko kotura učvršćenog na kraju stola prebačeno je uže na čijim krajevima su vezana dva tega, masa m_1 i m_2. Koliko je ubrzanje tega mase m_1 ako se sto, zajedno sa koturom i tegovima, kreće:

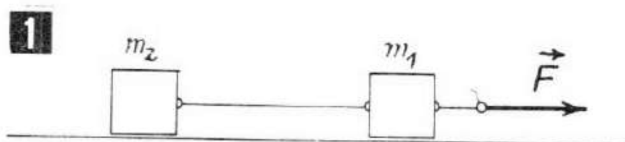
a) nagore ubrzanjem a_0,

b) nadole ubrzanjem $a_0<g=9{,}81$ m/s^2?

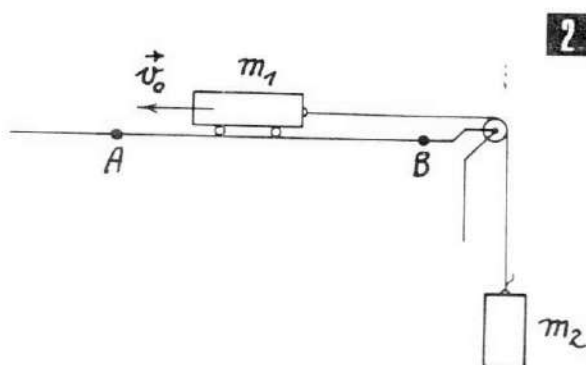
Trenje zanemariti.

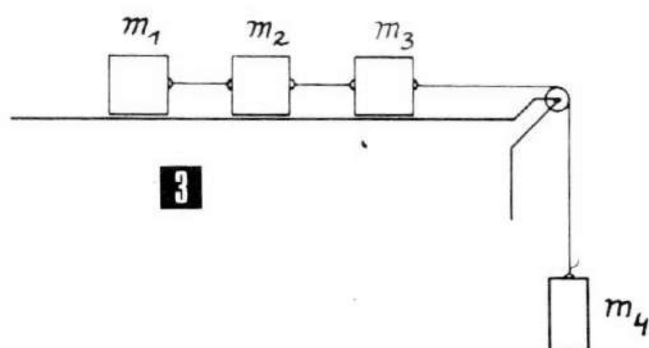
101. Preko kotura koji je obešen o dinamometar prebačeno je neistegljivo uže, zanemarljive mase. Na krajevima užeta obešeni su tegovi čije su mase m_1 i m_2. Prilikom kretanja tegova pod dejstvom sila teže $m_1\vec{g}$ i $m_2\vec{g}$ dinamometar pokazuje silu intenziteta $F_r=30$ N. Kolika je masa tega m_2 ako je $m_1=1$ kg, a $m_2>m_1$?

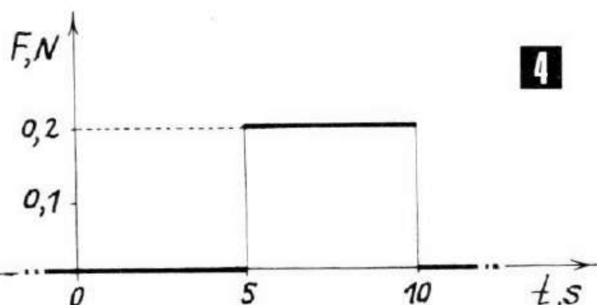
1

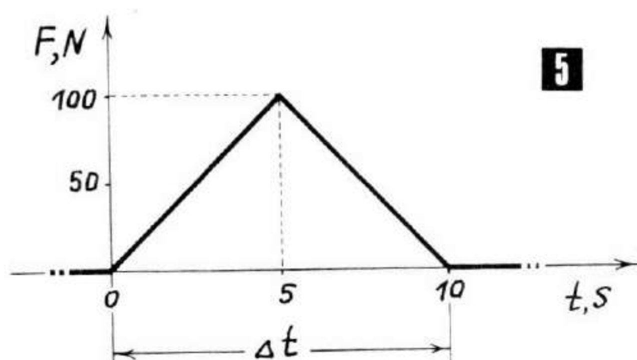


2









102. Na glatkoj horizontalnoj površini nalaze se tri tela, masa $m_1=1$ kg, $m_2=2$ kg, $m_3=3$ kg, međusobno povezana tankim užetom **3**. Za ova tela je vezano i četvrto telo, mase $m_4=4$ kg, koje visi.

a) Koliko je ubrzanje sistema ako se uže smatra neistegljivim i trenje zanemari?

b) Kolika je sila zatezanja užeta o kome visi četvrto telo?

3. IMPULS TELA. IMPULS SILE

103. Koliki je impuls tela (količina kretanja), mase $m=5$ kg, kada se ono kreće brzinom $v=3{,}6$ km/h?

104. Koliki je impuls bakarne kugle, poluprečnika $r=10$ cm, kada se kreće brzinom $v=2$ m/s? Gustina bakra je $\rho=8\,900$ kg/m^3.

105. Polazeći iz mirovanja telo, mase $m=40$ g, dobije brzinu $v_1=20$ cm/s. Kolika je promena impulsa tela?

106. Sila, stalnog intenziteta $F=5$ N, deluje na telo, mase $m=20$ kg, u toku vremena $\Delta t=10$ s. Za koliko će se promeniti brzina ovog tela? Kolika je promena impulsa tela?

107. Dijagram dejstva neke sile na telo, mase $m=5$ kg, dat je na slici **4**. Kolika je odgovarajuća promena brzine tela?

108. Dijagram dejstva neke sile dat je na slici **5**. Koliki je impuls sile, a koliki impuls tela na koje deluje ova sila?

109. Telo, mase $m=2$ kg, kreće se stalnom brzinom $v_1=10$ m/s. U jednom trenutku ovo telo udari o neku podlogu, od koje se odbije ne promenivši intenzitet brzine. Kolika je promena impulsa tela ako ono udari u podlogu pod:

a) pravim uglom,

b) uglom od 45°?

110. Na jezeru se nalazi čamac, dužine $l=10$ m i mase $m_1=140$ kg, upravljen pramcem normalno na obalu. Rastojanje između obale i pramca je $d=3{,}75$ m. Da li će čamac da dodirne obalu u toku kretanja ribara, mase $m_2=60$ kg, od pramca čamca do krme? Trenje čamca i vode zanemariti.

111. Dva identična čamca, čije su mase po $m_1=180$ kg, kreću se paralelnim pravcima, jedan u susret drugom, jednakim brzinama $v_0=3$ m/s u odnosu na obalu jezera. Kada su se čamci mimoilazili, sa jednog čamca prebačen je paket, mase $m_2=20$ kg, na drugi čamac, a zatim je paket iste mase prebačen sa drugog čamca na prvi. Međutim, pri sledećem susretu, paketi jednakih masa razmene se istovremeno. Ako se zanemari trenje čamaca i vode, pri kojem će susretu brzine čamaca posle prebacivanja paketa da budu veće?

112. Čovek, mase $m_1=60$ kg, počne da se kreće po čamcu, mase $m_2=55$ kg i dužine $l=3$ m, od krme ka pramcu. Čamac se nalazi na mirnoj vodi i u toku kretanja čoveka pređe put od $s=1$ m u odnosu na vodu (obalu). Početna brzina čamca jednaka je nuli. Kolika sila Zemljine teže deluje na čamac?

113. Na pravoj i horizontalnoj železničkoj pruzi nalazi se vagon-platforma sa topom, iz koga treba da se ispali granata u horizontalnom pravcu, pod uglom

$\alpha=60^\circ$ u odnosu na pravac i smer kretanja vagona. Masa granate je $m_1=200$ kg, dok masa vagona sa topom iznosi $m_2=15$ t. Brzina granate pri ispaljivanju je $v_1=900$ m/s. Koliko se promeni brzina vagona usled ispaljivanja granate?

4. RAD, SNAGA I ENERGIJA

114. Kolika najmanja sila treba da deluje na telo da bi na putu $s=5$ m izvršila rad $A=981$ J?

115. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se telo, mase $m=2$ kg, podiglo na visinu $h=100$ m na mestu gde je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}81$ m/s^2?

116. Sud u obliku kocke, ivica a, napunjen je do polovine živom **6**. Kocka naleže jednom stranom na horizontalnu podlogu. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se kocka obrnula oko jedne svoje ivice (npr. ivice O)?

117. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se sud **7**, spoljašnjih dimenzija a, b, c, doveo iz položaja (a) u položaj (b)? Sud je do polovine napunjen vodom.

118. Sila teže daje telu ubrzanje koje je jednako standardnom ubrzanju $g^0=$ $=9{,}8065$ m/s^2. Ako telo, mase $m=1$ kg, krene iz mirovanja, za koliko se poveća njegova kinetička energija tokom vremena $t=1$ s?

119. Telo, mase $m=2$ kg, kreće se vertikalno naviše pod dejstvom stalne sile, pri čemu do visine $h=1$ m ova sila izvrši rad $A=80$ J. Koliko je ubrzanje tela pri ovome? Uzeti da ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se vrši rad iznosi $g=9{,}80$ m/s^2.

120. Izraziti snagu od 10 pW; 15 μW; 0,5 MW; 4 GW; 0,2 TW u vatima.

121. Neka mašina izvrši rad $A=50$ J za vreme $t=10$ s. Kolika je snaga ove mašine?

122. Teret, mase $m=20$ kg, podigne se dizalicom na visinu $h=5$ m za vreme $t=10$ s. Koliku snagu razvija motor dizalice? Uzeti da ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se vrši rad iznosi $g=9{,}805$ m/s^2.

123. Motor neke mašine ima snagu $P=45$ kW. Koliki rad može da izvrši ovaj motor za vreme $t=40$ min ako je njegov stepen korisnog dejstva $\eta=0{,}90$?

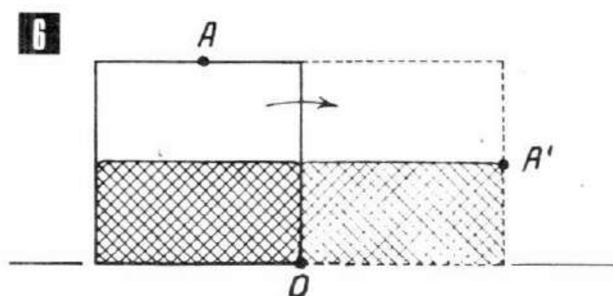
124. Motor neke dizalice ima snagu $P=20$ kW. Koliki teret dizalica može da digne na visinu $h=20$ m za vreme $t=1$ min na mestu gde je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}808$ m/s^2?

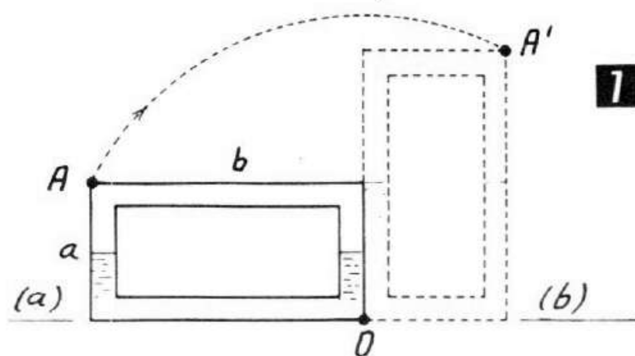
125. Kroz vodopad, visine $h=10$ m, protekne svakog vremenskog intervala od 1 s količina vode zapremine $V=15$ m^3. Kolika je snaga vodopada?

126. Kolika je kinetička energija tela, mase $m=20$ g, ako se ono kreće brzinom $v=100$ cm/s?

127. Veštački Zemljin satelit, mase $m=5$ t, kreće se brzinom $v=8$ km/s. Kolika je njegova kinetička energija?

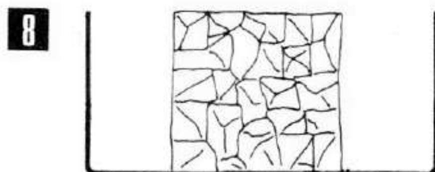
128. Kolika je snaga motora putničkog automobila, mase $m=800$ kg, koji je u stanju da automobilu saopšti brzinu $v=72$ km/h za vreme $t=4$ s? Trenje zanemariti.





129. Koliku potencijalnu energiju ima telo, mase $m=20$ kg, kada se nalazi na visini $h=10$ m? Uzeti da je na tom mestu ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}803$ m/s^2.

130. U cisterni koja leži na svojoj osnovi, poluprečnika $r_1=5$ m, nalazi se količina vode čija je masa $m=20$ t. Za koliko se promeni potencijalna energija ove količine vode ako se ona pretoči u cisternu poluprečnika $r_2=10$ m?



131. Kocka leda, čija je ivica $a=10$ cm, nalazi se u cilindričnom sudu, poluprečnika $r=10$ cm **8**. Za koliko će se promeniti potencijalna energija ovakvog tela kada se ono istopi? Gustina leda iznosi $\rho=950$ kg/m^3.

132. Telo, mase $m=20$ kg, padne sa visine $h=10$ m. Za koliko se promenila njegova potencijalna energija ako je ubrzanje slobodnog padanja na tom mestu $g=9{,}81$ m/s^2? Kolika je kinetička energija a kolika brzina pri padu tela na zemlju ako je ono počelo da pada iz mirovanja?

133. Kapljica vode, mase $m=0{,}1$ g, slobodno pada ubrzanjem $g=9{,}82$ m/s^2 sa visine $h=100$ m bez početne brzine. Pri padanju se masa kapljice smanjuje (usled isparavanja) ravnomerno. Naime, masa kapljice se smanji za 0,01 g u svakom vremenskom intervalu $\Delta t=1$ s. Kolika će biti masa kapljice pri padu na zemlju? Kolika će tada da bude njena brzina?

134. Oko horizontalne ose može slobodno da rotira laka poluga čiji kraci imaju dužine l_1 i l_2. Na krajevima te poluge nalaze se učvršćena dva tega, čije su mase m_1 i m_2. Kolika je brzina tega u najnižoj tački ako je poluga pre otpuštanja bila u horizontalnom položaju? Masu poluge zanemariti.

135. Opirući se o neku prepreku, dečak može da baci kamen u horizontalnom pravcu, brzinom $v=5$ m/s.

a) Kojom će brzinom v_1 baciti dečak ovaj kamen (razvijajući pri tome isti impuls sile), stojeći na ledu, ako je masa kamena $m_1=1$ kg, a masa dečaka $m_2=49$ kg?

b) Kolika je brzina kamena u odnosu na dečaka u drugom slučaju?

c) Da li u oba slučaja dečak razvija istu korisnu snagu?

Trenje zanemariti.

136. Na klin, mase m_2, koji je postavljen na horizontalnu podlogu, padne kuglica, mase m_1, sa visine h i odskoči u horizontalnom pravcu. Kolika je brzina klina posle udara kuglice ako je ovaj udar elastičan? Trenje između klina i podloge zanemariti.

137. Puška, mase $m_2=3$ kg, obešena je o dva paralelna užeta tako da zauzima horizontalan položaj. Kad se iz puške ispali metak, dolazi do oscilovanja puške oko ravnotežnog položaja. Ako pri ovome puška načini otklon čija vertikalna komponenta iznosi $h=19{,}6$ cm i ako je masa metka $m_1=10$ g, izračunati njegovu brzinu.

138. Čovek koji se nalazi na kolicima gurne druga kolica, usled čega ona započnu kretanje, ali se posle nekog vremena (zbog trenja) zaustave. Koliki je odnos puteva koje kolica pređu do trenutka zaustavljanja ako je masa kolica sa čovekom tri puta veća od mase drugih kolica?

139. Dečak na klizaljkama stoji na ledu iza sanki. On odgurne sanke, saopštivši im brzinu $v_1=10$ m/s. Dečak pri tome počne da se kreće u suprotnom smeru. Koliki je rad koji je izvršio dečak ako je masa sanki $m_1=15$ kg, a masa dečaka $m_2=45$ kg?

PZT

140. Kofa sa vodom, mase $m=10$ kg, izvuče se iz bunara, dubine $h=8$ m, za vreme $t=3{,}2$ s, pri čemu se kofa kreće ravnomerno ubrzano. Koliki se rad uloži za izvlačenje kofe na ovakav način?

5. SPECIJALNA TEORIJA RELATIVNOSTI

141. Raketa se kreće brzinom $v=0{,}99c$ (gde je c — brzina prostiranja svetlosti u vakuumu) u odnosu na nepokretnog posmatrača (npr. na Zemlji).

a) Po časovniku astronauta, proteklo vreme iznosi $t_0=1$ godina (sopstveno vreme). Koliko je odgovarajuće vreme za nepokretnog posmatrača?

b) Astronaut izmeri da dužina nekog predmeta na kosmičkom brodu iznosi $l_0=1$ m u pravcu kretanja rakete. Kolika je ta dužina u odnosu na nepokretnog posmatrača?

c) Gustina bakra za astronauta iznosi $\rho_0=8\,600$ kg/m^3 (mereći je u kosmičkom brodu). Kolika je ona za nepokretnog posmatrača?

142. Dve rakete se kreću jedna prema drugoj brzinama $v_1=v_2={}^3/_4\,c$ u odnosu na nepokretnog posmatrača. Kolika je brzina približavanja raketa u:

a) klasičnoj mehanici,

b) relativističkoj mehanici?

143. Elektron se kreće brzinom $v=0{,}80c$. Masa elektrona u mirovanju je $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg. Odrediti:

a) energiju elektrona u mirovanju,

b) masu elektrona,

c) ukupnu (totalnu) energiju elektrona,

d) kinetičku energiju elektrona.

144. Kolikom brzinom bi trebalo da se kreće kosmički brod da bi vreme izmereno u njemu bilo 50% duže za ljude u komandnom centru na Zemlji?

145. Kolikom brzinom treba da se kreće raketa u pravcu svoje ose da bi se njena dužina, za nepokretnog posmatrača (na Zemlji), smanjila za 1%?

146. Dve rakete se kreću jedna za drugom, pravolinijskim putanjama, jednakim brzinama $v_1=v_2=0{,}6c$. U prvoj raketi se dese dva događaja u vremenskom razmaku $\Delta t_0=8$ s. Koliko je vremena prošlo između ovih događaja za posmatrača:

a) u drugoj raketi,

b) na Zemlji?

147. Sopstveno vreme života μ-mezona iznosi $t_0=2{,}21$ μs. Mi-mezon nastaje u gornjim slojevima Zemljine atmosfere i do trenutka raspada pređe put $s=5$ km. Kolika je njegova brzina?

148. Avion se kreće brzinom v prema izvoru svetlosti. Kolika je brzina aviona u odnosu na fotone koje emituje izvor svetlosti?

149. Čestica se kreće brzinom $v={}^3/_4\,c$. Koliko puta je masa ove čestice veća od njene mase u mirovanju?

150. Koliki je impuls elektrona kada se kreće brzinom $v={}^4/_5\,c$? Masa elektrona u mirovanju je $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

151. Kolikom brzinom se kreće telo, čija je masa za nepokretnog posmatrača $m=4{,}0$ kg, ako je masa ovog tela u mirovanju $m_0=2{,}4$ kg?

2*

5. *Gravitaciono polje*

1. GRAVITACIONE SILE

152. Kolikim gravitacionim silama se privlače dva tačkasta tela, jednakih masa $m_1=m_2=1$ kg, kada se nalaze na rastojanju $r=1$ m? Gravitaciona konstanta iznosi $\gamma=6{,}67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/kg^2$.

153. Da li gravitacione sile iz prethodnog zadatka menjaju svoj intenzitet ako se tela iz vazduha prenesu u vodu?

154. Poznato je da masa Zemlje iznosi $m_Z=6\cdot10^{24}$ kg, a Sunca $m_S=2\cdot10^{30}$ kg, dok je njihovo srednje rastojanje $d=1{,}5\cdot10^{11}$ m. Koliki je intenzitet privlačnih sila između ova dva nebeska tela?

155. Znajući da je revolucija Zemlje $T=365$ dana, izračunati masu Sunca.

156. Engleski fizičar Kevendiš je prvi (1798) eksperimentalno odredio vrednost gravitacione konstante. On je tom prilikom izjavio da, u stvari, određuje masu Zemlje. Da li je bio u pravu?

157. Elektron kruži oko jezgra atoma vodonika po orbiti poluprečnika $r=53$ pm. Znajući da je masa protona $m_p=1836{,}1\,m_0$, gde je $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$kg — masa elektrona, izračunati intenzitet gravitacionih sila kojim se privlači jezgro atoma vodonika i njegov elektron.

2. KARAKTERISTIKE GRAVITACIONOG POLJA

JAČINA GRAVITACIONOG POLJA

158. Kolika je jačina gravitacionog polja tačkastog tela, mase $m=10$ kg, na rastojanju $r=5$ m od tela?

159. Kolika je jačina gravitacionog polja Zemlje na njenoj površini? Srednja gustina Zemlje je $\rho=5\,500$ kg/m^3, a srednji poluprečnik $R\approx6\,400$ km.

160. Izračunati masu Meseca znajući da je jačina gravitacionog polja Meseca na njegovoj površini $G=1{,}62$ N/kg, a njegov poluprečnik $R=1740$ km.

161. U nekoj tački gravitacionog polja njegova jačina iznosi $G=9{,}50$ N/kg. Kolika gravitaciona sila deluje na tačkasto telo, mase $m=2$ kg, kada se nađe u ovoj tački,

162. Kolika je jačina gravitacionog polja Zemlje u tačkama koje se nalaze na visini R, $2R$, $3R$, . . . , gde je R — poluprečnik Zemlje, ako njegova jačina na površini Zemlje iznosi $G_0=9{,}81$ N/kg?

163. Odnos mase Zemlje i mase Meseca m_Z/m_M iznosi 81, dok je rastojanje njihovih središta $d=60{,}3\,R$, gde je R — poluprečnik Zemlje. U kojoj je tački prostora između ova dva tela jačina rezultujućeg gravitacionog polja ova dva tela jednaka nuli?

164. Na kojoj visini jačina gravitacionog polja Sunca iznosi $G=9{,}80$ N/kg? Poluprečnik Sunca je $R=1{,}4\cdot10^9$ m, a njegova masa $m=2\cdot10^{30}$ kg.

165. Srednje rastojanje između Zemlje i Sunca iznosi $d=1{,}5\cdot10^{11}$ m. Kolika je jačina gravitacionog polja Sunca na putanji Zemlje tokom njenog kretanja po putanji oko Sunca? Srednja gustina supstancije od koje je obrazovano Sunce iznosi $\rho=1400$ kg/m^3, dok je njegov poluprečnik $R=6{,}95\cdot10^8$ m.

166. Koliki je gravitacioni potencijal tačkastog tela, mase $m=10$ kg, na rastojanju $r=5$ m od tela?

167. Koliku gravitacionu potencijalnu energiju poseduje telo, mase $m=5$ kg, kada se nalazi na onom mestu u gravitacionom polju gde njegov potencijal iznosi $\varphi=-12$ J/kg?

168. Telo, mase $m=0,1$ kg, premesti se iz tačke A u tačku B gravitacionog polja. Gravitacioni potencijali ovih tačaka su $\varphi_A=-2$ J/kg i $\varphi_B=-0,2$ J/kg.
a) Kolika je promena gravitacione potencijalne energije tela?
b) Koliko iznosi rad spoljašnjih sila utrošen za ovo pomeranje?

169. Tri homogene kugle, jednakih masa $m=10$ kg i poluprečnika $R=10$ cm, nalaze se na najmanjem međusobnom rastojanju. Odrediti:
a) jačinu gravitacionog polja,
b) gravitacioni potencijal,
u centru mase (inercije) ova tri tela.

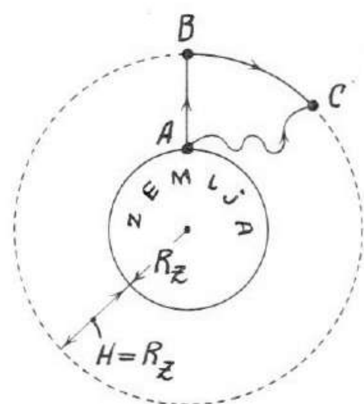
170. Imajući u vidu veličine gravitacionih potencijala Zemlje na njenoj površini i u njenom središtu, izračunati rad koji bi trebalo izvršiti za pomeranje tela, mase $m=1$ kg, iz središta Zemlje na njenu površinu.

3. RAD U GRAVITACIONOM POLJU

171. Za pomeranje tela, mase $m=12$ kg, iz tačke A u tačku B gravitacionog polja uloži se rad $A=100$ J spoljašnjih sila. Kolika je razlika gravitacionih potencijala ovih tačaka?

172. Telo, mase $m=100$ kg, načinjeno od supstancije gustine $\rho=2\,500$ kg/m^3, podeli se na dva jednaka tela, koja se mogu smatrati sferama. Koliki rad treba uložiti na savlađivanje gravitacionih sila, kojima se privlače ova dva tela, da bi se ona međusobno udaljila na rastojanje $d=5$ m?

173. Masa Zemlje iznosi $m_Z=6\cdot10^{24}$ kg, a Meseca $m_M=7,4\cdot10^{22}$ kg. Koliki bi rad trebalo uložiti za spajanje ovih nebeskih tela? Poluprečnik Zemlje je $R_Z=6,4\cdot10^6$ m, Meseca $R_M=1,7\cdot10^6$ m, dok je njihovo rastojanje $d=3,8\cdot10^8$ m.



174. Smatrajući da je Zemlja sferno telo i imajući u vidu njene karakteristike, izračunati:
a) rad koji je potrebno uložiti za pomeranje tela, mase $m=2$ t, iz tačke A u tačku B, koje su prikazane na slici **1**;
b) koliki rad treba uložiti za pomeranje istog tela po putanji ABC i putanji AC?

175. Koliki je rad potrebno uložiti za pomeranje tela po ekvipotencijalnoj površini? Navesti primer.

176. Koliki je rad potrebno uložiti da pomeranje tela po zatvorenoj putanji u gravitacionom polju? Navesti primer.

177. Znajući da je gravitacioni potencijal Zemljine površine $\varphi_Z=-63$ MJ/kg, izračunati količinu toplote koja se oslobodi kada na nju padne meteorit mase $m=0,8$ kg. Pretpostaviti da se celokupna kinetička energija meteorita pretvori u unutrašnju energiju.

178. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se kosmički brod, mase $m=10$ t, izneo na orbitu Meseca? Uzeti da je srednje rastojanje između Meseca i Zemlje $d=60R$, gde je $R=6\,270$ km — poluprečnik Zemlje.

179. Veštački Zemljin satelit, mase $m=3$ t, kreće se na visini $H=300$ km.
a) Kolika je energija utrošena za njegovo uvođenje u orbitu?
b) Kolika se energija troši za njegovo kretanje po orbiti?

4. SILA TEŽE

180. Homogena kugla, poluprečnika $r=10$ cm, načinjena je od supstancije čija je gustina $\rho=7\,200$ kg/m^3. Kugla se nalazi na mestu gde je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}80$ m/s^2.
a) Kolika sila teže deluje na kuglu?
b) Koji pravac i smer ima sila teže?
c) Gde se u kugli nalazi napadna tačka sile teže?

181. Kolika sila teže deluje na telo, mase $m=5$ kg, na mestu gde je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}80$ m/s^2?

182. Ubrzanje Zemljine teže na polu iznosi $g_p=9{,}8322$ m/s^2, a na ekvatoru $g_e=9{,}7805$ m/s^2.
a) Kolika sila teže deluje na telo, mase $m=10$ kg, kada se ono nalazi na polu, a kolika kada je na ekvatoru? Kolika je razlika ovih sila?
b) Da li intenzitet ovih sila zavisi od toga gde se telo nalazi: u vakuumu, vazduhu ili u vodi?

183. Ubrzanje slobodnog padanja na površini Zemlje iznosi $g_0=9{,}807$ m/s^2, na visini $h=100$ km ono iznosi $g_h=9{,}505$ m/s^2. Kolika sila Zemljine teže deluje na telo, mase $m=1$ kg, kada se ono nalazi na površini Zemlje i na visini h?

184. Ubrzanje slobodnog padanja na površini:

1) Meseca	iznosi	1,62 m/s^2
2) Merkura		3,33
3) Venere		8,52
4) Zemlje		9,81
5) Marsa		3,77
6) Jupitera		25,10
7) Sunca		271

Kolika je sila teže koja deluje na telo, mase $m=2$ kg, na površini ovih nebeskih tela?

185. Objasniti razliku između sile teže $m\vec{g}$ i gravitacione sile $\vec{F_g}$ koja deluje na isto telo?

186. U kojim slučajevima je sila teže $m\vec{g}$ jednaka gravitacionoj sili $\vec{F_g}$ koja deluje na isto telo?

187. Kolika sila Sunčeve teže deluje na Zemlju, a kolika na Mars?

188. Kolika sila Sunčeve i Zemljine teže deluje na telo, mase $m=1$ kg, koje se nalazi na površini Zemlje? Uzeti da ubrzanje Zemljine teže na površini Zemlje iznosi $g_Z=9{,}81$ m/s^2, a Sunčeve teže na površini Sunca $g_S=271$ m/s^2.

5. TEŽINA TELA

189. Šta je težina tela, a šta sila teže?

190. Kada je intenzitet sile teže $m\vec{g}$ jednak intenzitetu težine tela $\vec{Q}$?

191. a) Telo, mase $m=2$ kg, nalazi se na stolu. Kolika je težina ovog tela ako se sto nalazi na nepokretnom tlu?
b) Kolika je ona ako se telo nalazi u vozu koji se kreće ravnomerno?

192. U liftu se nalazi dinamometar o koji je obešeno telo mase $m=500$ g. Koliku težinu tela pokazuje dinamometar:
a) kada lift stoji,
b) kada se lift kreće ravnomerno,
c) kada se lift kreće nagore ubrzanjem $a=2$ m/s^2,
d) kada se lift kreće nadole ubrzanjem $a=3$ m/s^2,
e) kada bi lift slobodno padao?
Uzeti da je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}8$ m/s^2.

193. Telo, mase $m=0{,}5$ kg, obešeno je o dinamometar koji se drži u ruci. Kada je ruka nepokretna, dinamometar pokazuje da je težina tela $Q_0=4{,}9$ N.
a) Prilikom naglog pokreta ruke nadole, najmanje pokazivanje dinamometra (najmanja težina tela) dostigne vrednost $Q_1=2{,}0$ N. Kolikim najvećim ubrzanjem se kretala ruka?
b) Kako treba pokretati ruku da bi težina tela iznosila $2Q_0$?
c) Šta je trebalo uraditi da bi težina tela bila jednaka nuli?

194. Kada se pilot aviona nalazi u bestežinskom stanju?

195. Da li se prilikom razmatranja ravnoteže terazija uzima u obzir težina merenog tela i težina tegova ili sila teže koja deluje na njih?

196. Automobil se kreće ravnomerno po horizontalnom putu, ulegnutom putu i ispupčenom putu. U kom slučaju je najveća težina automobila?

197. Telo, mase $m=5$ kg, nalazi se na horizontalnoj podlozi. Kada će težina ovog tela da bude:
a) $Q_1=100$ N,
b) $Q_2=10$ N,
c) $Q_3=0$?

6. ASTRONAUTIKA

198. Znajući da je prečnik Meseca $d=3\,478$ km, a ubrzanje slobodnog padanja na njegovoj površini $g=1{,}62$ m/s^2, izračunati prvu kosmičku brzinu za Mesec.

199. Imajući u vidu prethodni zadatak, izračunati drugu kosmičku brzinu za Mesec.

200. Kolika je brzina veštačkog Zemljinog satelita na visini $h=200$ km? Koliki je period rotacije ovog satelita oko Zemlje?

201. Ako je period rotacije Zemljinog veštačkog satelita $T=90{,}5$ min, izračunati:
a) visinu satelita,
b) brzinu satelita.

202. Brzina kretanja Meseca po orbiti je $v=1$ km/s, dok je srednje rastojanje od Meseca do Zemlje $d=60R$, gde je $R=6\,370$ km — poluprečnik Zemlje. Kolika je prema ovim podacima masa Zemlje?

203. Koliku bi brzinu imali meteoriti prilikom pada na Zemlju kada ne bi postojala Zemljina atmosfera?

204. Koliku najmanju brzinu treba da ima kosmički brod prilikom polaska sa Zemlje da bi dostigao Mesec? Uzeti da je masa Zemlje $m_Z=6{,}0\cdot10^{24}$ kg, Meseca $m_M=m_Z/81$, poluprečnik Zemlje $R_Z=6{,}4\cdot10^6$ m, a rastojanje između njih $r=60\,R_Z$.

205. Koliku kinetičku energiju treba da poseduje kosmički brod, mase $m=20$ t, prilikom polaska sa Zemlje da bi se oslobodio uticaja njenog gravitacionog polja?

206. Kosmički brod, mase $m=8$ t, kreće se kao veštački Zemljin satelit prvom kosmičkom brzinom.

a) Kolika je kinetička energija kosmičkog broda?

b) Kolika je energija utrošena za dovođenje kosmičkog broda u orbitu?

c) Koliku je energiju potrebno utrošiti da bi se ovaj kosmički brod preveo na orbitu čiji je poluprečnik $r=2R_Z$?

207. S obzirom na to što Mesec nema atmosferu, izračunati kolikom brzinom padaju meteoriti na njegovu površinu.

208. Pri kojoj brzini molekuli nastalih gasova na Mesecu mogu da odu u kosmički prostor? Zbog čega je ova mogućnost mnogo manje verovatna za molekule Zemljine atmosfere?

6. *Kretanje tela u gravitacionom polju*

1. VERTIKALNI HITAC NAVIŠE I NANIŽE. SLOBODNO PADANJE

209. Neko telo se pusti da slobodno pada sa visine $h=19{,}62$ m*. Posle koliko vremena će telo pasti na tle? Kolika će biti njegova brzina pri padu? Uzeti da ubrzanje slobodnog padanja iznosi $g=9{,}81$ m/s^2.

210. Jedno telo slobodno pada sa visine $h_1=64$ m, a drugo sa visine $h_2=25$ m. U kom odnosu stoje njihove brzine pri padu na zemlju, a u kom njihova vremena padanja?

211. Za koliko je potrebno smanjiti visinu padanja da bi se vreme padanja smanjilo na polovinu?

212. Telo se baci vertikalno naviše početnom brzinom v_0. Posle pređenog puta $h=200$ m brzina tela iznosi $v=150$ m/s.

a) Kolika je početna brzina tela?

b) Do koje visine će dospeti telo?

c) Posle koliko vremena će pasti na tle?

Uzeti da ubrzanje slobodnog padanja iznosi $g=9{,}80$ m/s^2.

213. Sa tornja, visine $h=50$ m, baci se naniže telo brzinom $v_0=3$ m/s. Posle koliko vremena će telo pasti na tle? Koliku će brzinu tada imati?

214. Sa tornja, visine $H=50$ m, baci se telo vertikalno uvis brzinom $v_0=4{,}9$ m/s.

a) Koliku će visinu dostići telo?

b) Posle koliko vremena će pasti na tle?

c) Kolika će biti brzina tela pri padu?

Uzeti da ubrzanje Zemljine teže iznosi $g=9{,}81$ m/s^2.

215. Iz jedne tačke bačena su vertikalno naviše, istom početnom brzinom v_0, dva tela u vremenskom intervalu Δt. Na kojoj visini će se tela susresti?

216. Telo se baci početnom brzinom $v_0=10$ m/s vertikalno naviše.

a) Koliku će visinu dostići telo?

b) Posle koliko vremena će ponovo pasti na tle?

c) Kolika će biti brzina tela pri padu? Kako se menjaju brzina i ubrzanje tela u toku kretanja?

Uzeti da ubrzanje slobodnog padanja iznosi $g=9{,}81$ m/s^2.

217. Dva tela su istovremeno bačena jedno drugom u susret istom početnom brzinom $v_0=40$ m/s, i to: jedno vertikalno naviše sa površine zemlje, drugo

*Kod svih zadataka iz ove oblasti zanemaruje se otpor sredine i trenje.

vertikalno naniže sa visine h, koja je jednaka maksimalnoj visini koju može dostići prvo telo. Na kojoj visini će se tela susresti i kolike će im biti brzine u trenutku susreta?

218. Neko telo pušteno je da slobodno pada sa visine $H=100$ m. U istom trenutku bačeno je drugo telo vertikalno uvis.

a) Kojom početnom brzinom v_0 treba baciti drugo telo da bi se tela mimoišla na visini $h=28$ m?

b) Koju najveću visinu h_{max} može dostići drugo telo ako mu se saopšti ova početna brzina?

219. Telo koje se nalazi u tački B, na visini $H=45$ m od površine zemlje, jednog trenutka počne da pada. Istovremeno iz tačke A, koja se nalazi na rastojanju $h=21$ m ispod tačke B, bačeno je drugo telo vertikalno naviše. Koliku početnu brzinu treba da ima drugo telo da bi oba tela istovremeno pala na zemlju?

220. Da bi se odredila dubina ponora, pusti se u njega kamen i od tog trenutka počne da se meri vreme. Udarac o dno ponora čuje se posle vremena $t=5$ s. Kolika je dubina ponora? Uzeti da brzina zvuka u vazduhu iznosi $c=340$ m/s.

221. Telo slobodno pada sa visine $h=1$ m na Zemlji i na Mesecu. Koliki je odnos vremena slobodnog padanja ovog tela na Zemlji i na Mesecu? Ubrzanje Zemljine teže iznosi $g_Z=9{,}81$ m/s², a Mesečeve teže $g_M=1{,}64$ m/s².

222. Ubrzanje Venerine teže iznosi $g_V=8{,}52$ m/s², a Zemljine teže $g_Z=9{,}81$ m/s². Koliku brzinu treba da ima telo, bačeno vertikalno naviše, da bi dostiglo visinu $h=20$ m na Veneri i na Zemlji? Koliki je odnos ovih brzina?

2. HORIZONTALNI HITAC

223. Sa morske obale, visine $h_0=50$ m, iz topa se ispali granata u horizontalnom pravcu. Brzina granate po ispaljenju je $v_0=700$ m/s.

a) U kom položaju se nalazi granata posle vremena $t=1$ s od trenutka ispaljenja?

b) Kolika je brzina granate u tom trenutku?

c) Kolika je brzina granate pri padu na vodu?

d) Pod kojim uglom granata padne na vodu?

e) Koliko treba da bude vreme tempiranja granate da bi eksplodirala na visini $h_1=10$ m iznad površine vode?

224. Avion leti po pravoj i horizontalnoj putanji, na visini $h=5\,500$ m, brzinom $v_0=900$ km/h. Iz aviona se ispusti bomba, pri čemu joj se ne saopšti početna brzina u odnosu na avion.

a) Posle koliko vremena će bomba pasti na zemlju?

b) Koliko treba da bude vreme tempiranja bombe da bi eksplodirala na visini $h_1=100$ m iznad zemlje?

c) Kolikom brzinom će bomba pasti na zemlju?

d) U kom položaju će se nalaziti avion u trenutku eksplozije bombe?

225. Sa zgrade, visine $h=100$ m, izbace se jednakom brzinom $v_0=10$ m/s dva tela. Jedno telo se izbaci vertikalno naniže, a drugo u horizontalnom pravcu.

a) Koliko iznose vremena padanja oba tela? Koliki je odnos ovih vremena?

b) Kolike su brzine tela pri padu?

c) Koliko je rastojanje između mesta pada ova dva tela?

226. Posmatrač na zemlji ustanovi (merenjem vremena pomoću hronometra) da je vreme padanja bombe ispuštene iz aviona $t=31{,}6$ s. Kako će on da izračuna visinu na kojoj avion leti i kolika je ona?

227. Nacrtati dijagrame komponenata brzine $v_x(t)$ i $v_y(t)$ tela izbačenog u horizontalnom pravcu do trenutka pada tela na tle.

228. Telo bačeno u horizontalnom pravcu posle vremena $t=3$ s ima brzinu $\vec{v}$ koja zaklapa ugao $\alpha=45°$ prema horizontalnom pravcu. Kolika je početna brzina tela?

3. KOS HITAC

229. Telo se izbaci brzinom $v=20$ m/s, pod uglom $\alpha=60°$ prema horizontu.
a) U kom položaju se nalazi telo posle vremena $t=2$ s od trenutka izbacivanja?
b) Kolika je tada brzina tela?
c) Koliki ugao pada zaklapa vektor brzine tela prema horizontalnoj ravni?

230. Nacrtati dijagrame komponenata brzine $v_x(t)$ i $v_y(t)$ tela iz prethodnog zadatka.

231. Brzina topovske granate prilikom ispaljivanja iznosi $v_0=550$ m/s. Ona treba da pogodi cilj koji se nalazi na udaljenosti $x=3\,200$ m. Pod kojim elevacionim uglom je potrebno ispaliti granatu?

232. Topovska granata tokom svog kretanja treba da ima brzinu koja nije manja od $0{,}8v_0$, gde je v_0 — početna brzina granate. Koji opseg elevacionog ugla α odgovara ovom uslovu?

233. Pod kojim uglom je potrebno izbaciti telo da bi njegov domet bio jednak najvećoj visini koju ono dostigne?

234. Raketni projektil treba da dostigne domet od $x_{max}=50$ km. Koliku najmanju početnu brzinu on treba da ima?

235. Kada telo ima optimalan domet, a kada optimalnu visinu? Koliki je odnos odgovarajućih vremena kretanja tela po putanji?

236. Pod uglom $\alpha=30°$ prema horizontu izbaci se telo početnom brzinom $v_0=100$ m/s.
a) Izračunati domet tela i najveću visinu koju telo dostigne tokom kretanja.
b) Koliko traje kretanje tela po uzlaznom delu putanje, a koliko po silaznom delu?
c) Kolikom brzinom će telo pasti na horizontalnu ravan?
d) Kolika je najmanja brzina tela tokom kretanja?

237. Sa visine $h=10$ m iznad zemlje izbačeno je telo, pod uglom $\alpha=30°$ prema horizontu, početnom brzinom $v_0=20$ m/s.
a) Koliku će najveću visinu dostići telo?
b) Koliki se domet ostvari pri ovome?

238. Brod se kreće brzinom v_1. Sa broda se izbaci telo, brzinom v_2, vertikalno naviše.
a) Koliko je vreme kretanja tela?
b) Gde će telo pasti?

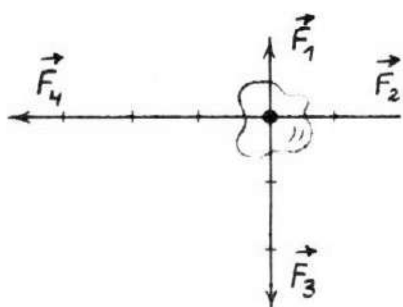
239. Voda iz šmrka izlazi brzinom $v_0=27$ m/s. Koliku najveću površinu može baštovan da zalije ovim šmrkom ne hodajući?

240. Koliko puta je domet na Mesecu veći nego na Zemlji ako su jednaki početni uslovi kretanja tela?

241. Dometu $x_{max}=100$ m na Zemlji odgovara mnogo manji domet na Suncu. Koliki bi on bio na Suncu? Koristiti tablice na kraju knjige.

7. *Ravnoteža sila. Ravnoteža momenata*

1



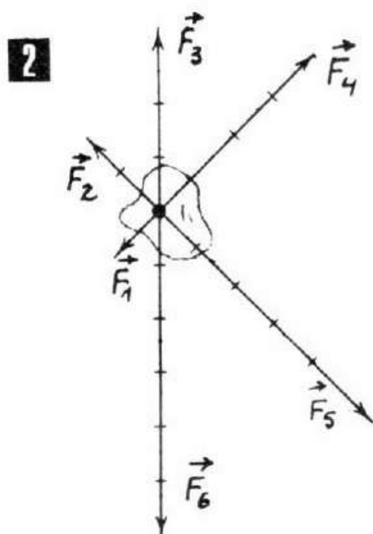
1. SLAGANJE SILA

242. Naći grafički rezultantu sila čiji su intenziteti $F_1=10$ N, $F_2=20$ N, $F_3=30$ N, $F_4=40$ N. Pravci i smerovi ovih sila prikazani su na slici **1**.

243. Dve sile, intenziteta $F_1=6$ N i $F_2=8$ N, deluju na jedno telo po pravcima koji su međusobno normalni. Kolika je rezultujuća sila? Koliko će ubrzanje da ima telo ako je njegova masa $m=1$ kg?

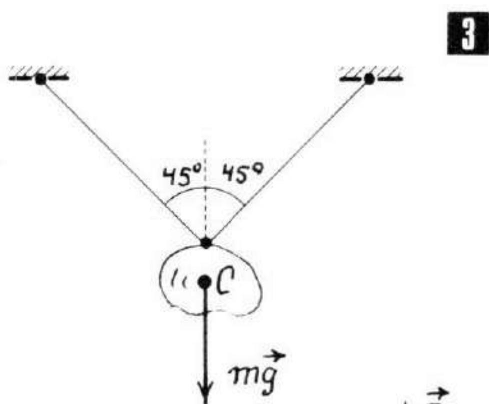
244. Na telo, mase $m=4$ kg **2**, deluje šest sila koje zaklapaju, jedna u odnosu na drugu, uglove $\alpha=60°$. Intenziteti sila iznose: $F_1=10$ N, $F_2=20$ N, $F_3=30$ N, $F_4=40$ N, $F_5=50$ N, $F_6=60$ N. Ako sile deluju u istoj ravni, u kome će se pravcu i sa kojim ubrzanjem telo kretati?

2



245. Telo, mase $m=141$ kg, visi o dve žice **3**. Grafički odrediti intenzitete kojima su žice opterećene na istezanje. Kolikom bi silom bila opterećena jedna žica kada bi se druga prekinula?

3

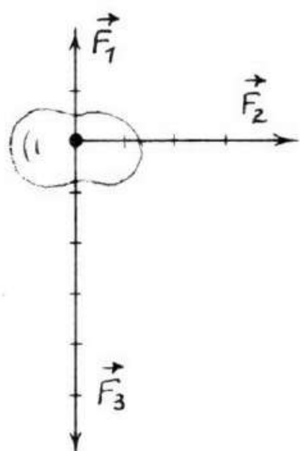


246. Tri sile, intenziteta $F_1=20$ N, $F_2=40$ N, $F_3=60$ N, deluju na telo, mase $m=0{,}1$ kg, po pravcima koji su prikazani na slici **4**. Kolika je rezultujuća sila koja deluje na ovo telo? U kom pravcu i smeru će se kretati ovo telo? Kolika bi bila njegova brzina posle vremena $t=1$ s?

247. Dve paralelne sile, čiji su intenziteti $F_1=100$ N i $F_2=200$ N, deluju na telo prikazano na slici **5**.

a) Kolika je rezultujuća sila?

b) Računski odrediti položaj napadne linije rezultante.

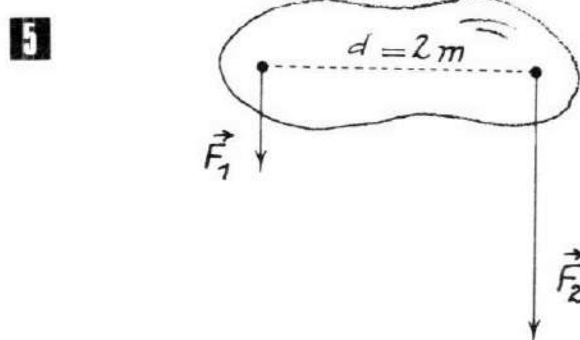


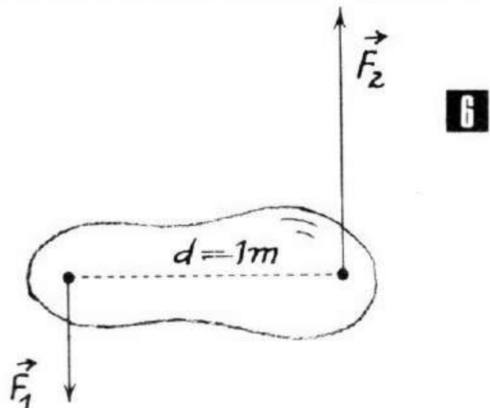
4

248. Na slici **6** su prikazane dve antiparalelne sile, čiji su intenziteti $F_1=20$ N i $F_2=40$ N. Normalno rastojanje između njihovih napadnih linija je $d=1$ m.

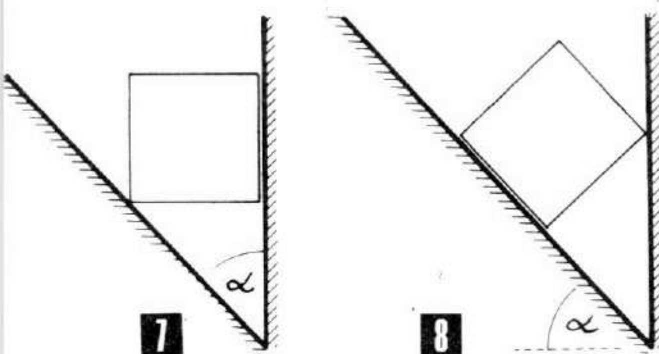
Računski odrediti položaj rezultante i njenu veličinu.

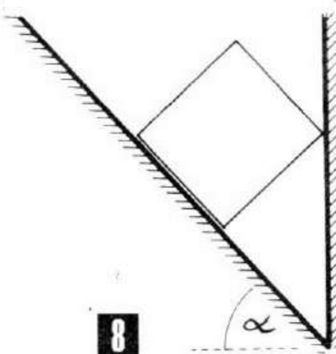
5





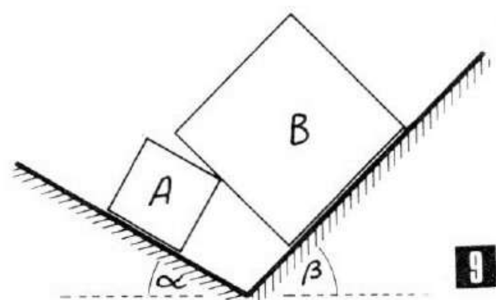
6





249. Telo u obliku kocke, mase $m=100$ kg, postavljeno je između dve ravni na način prikazan na slici 7. Odrediti intenzitete sila kojima ovo telo deluje na ravni. Ugao između ravni je $\alpha=30°$.

250. Telo iz prethodnog zadatka postavljeno je između dve ravni na način prikazan na slici 8. Kolikim silama telo deluje na ravni?

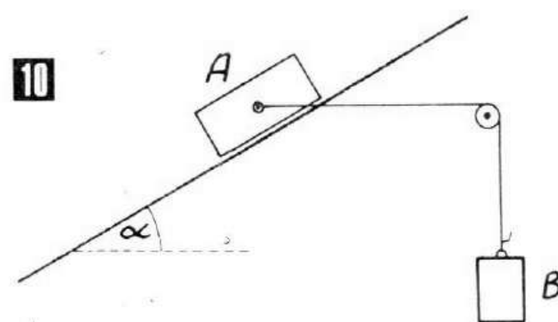


251. Dva tela (A i B) u obliku kocke, načinjena su od iste supstancije. Tela su postavljena na dve ravni, na način prikazan na slici 9. Nagibni uglovi ovih ravni su $\alpha=30°$ i $\beta=45°$. Masa manje kocke m_A je nepoznata, dok je masa veće kocke $m_B=30$ kg.

a) Kolika je masa manje kocke pod uslovom da su kocke u ravnoteži?

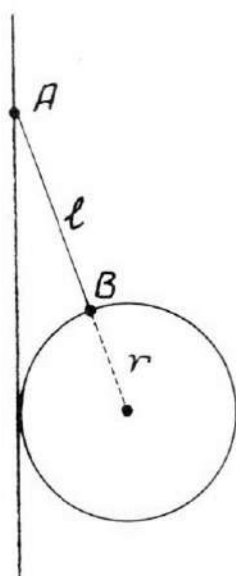
b) Kolikim silama deluju kocke A i B na podloge na koje naležu?

c) Kolikim silama međusobno deluju kocke A i B?



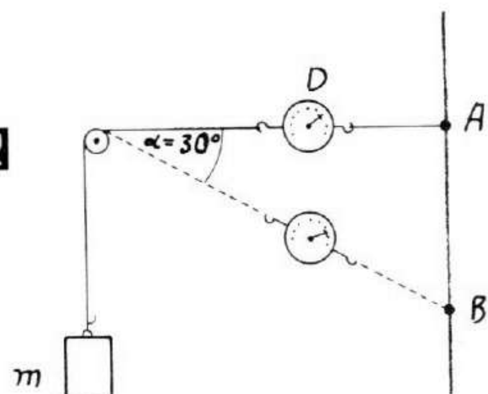
252. Telo A, mase $m_A=20$ kg, nalazi se na strmoj ravni, nagibnog ugla $\alpha=30°$. Ovo telo je vezano užetom za teg B nepoznate mase m_B na način prikazan na slici 10. Kolika treba da bude masa tega B pod uslovom da se telo A ne pomeri iz prikazanog položaja? Trenje se zanemaruje.

253. Na glatkoj strmoj ravni, nagibnog ugla $\alpha=30°$, nalazi se telo mase $m=50$ kg. Kolikom je najmanjom silom potrebno delovati na telo da bi se sprečilo njegovo kretanje niz strmu ravan?



254. Bakarna kugla, poluprečnika r, obešena je o vertikalni zid, užetom AB dužine $l=2r$ 11. Kolikom silom je opterećeno uže? Gustina bakra je ρ, a ubrzanje Zemljine teže g.

255. Teret, mase $m=100$ kg, vezan je užetom za vertikalni zid na način prikazan na slici 12. Koliko će biti pokazivanje dinamometra D u slučaju kada se uže veže za zid u tački A, a zatim u tački B?



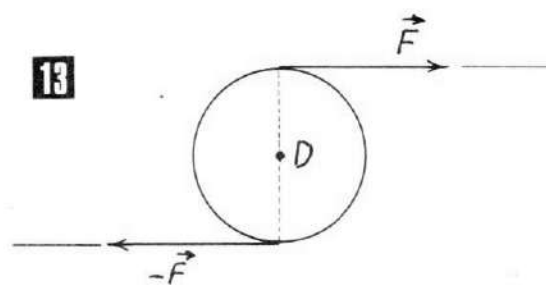
2. MOMENT SILE. MOMENT SPREGA SILA

256. Na balkonu, čiji je ispust $l=1$ m, šeta se čovek, mase $m=80$ kg. Kolikim najvećim momentom sile čovek može delovati na mestu spoja balkona sa zidom?

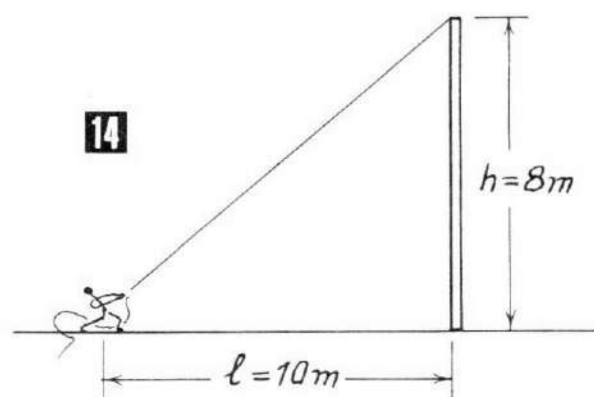
257. Koliki treba da bude krak sile, čiji je intenzitet $F=150$ N, da bi njen moment bio $\mathcal{M}=300$ m·N?

258. Automehaničar radi sa mašinskim ključem čiji je krak $l=30$ cm (dužina ključa). Kolikom silom treba mehaničar da deluje na kraju ključa da bi ostvario moment intenziteta $\mathcal{M}=60$ m·N?

259. Spreg sila, intenziteta $F=100$ N, prikazan je na slici **13**. Ako prečnik cilindra, na koji deluje ovaj spreg sila, iznosi $D=0{,}25$ m, izračunati intenzitet momenta $\mathcal{M}$ sprega ovih sila.



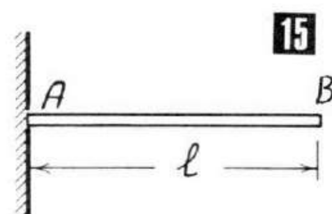
260. Drveni stub, visine $h=8$ m, obara se na način prikazan na slici **14**. Ako se na vrh stuba deluje silom intenziteta $F=600$ N, kolikim se momentom deluje na stub?



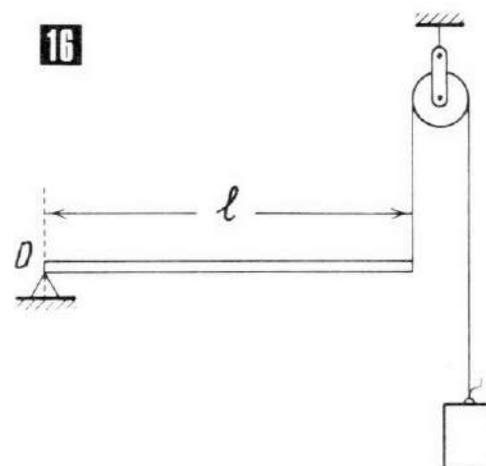
261. Homogena greda AB, dužine $l=2$ m i mase $m=30$ kg, ukleštena je jednim krajem u vertikalni zid **15**.

Kolikim sopstvenim momentom ova greda opterećuje zid u mestu ukleštenja A? Nacrtati vektor ovog momenta.

3. SLAGANJE MOMENATA SILA. SLAGANJE MOMENATA SPREGOVA SILA



262. Koliki je rezultujući moment sila koje deluju na gredu, prikazanu na slici **16**, u odnosu na oslonac O? Greda je homogena, dužine $l=2$ m i mase $m_1=12$ kg, dok masa tega, koji visi o užetu, iznosi $m_2=20$ kg.

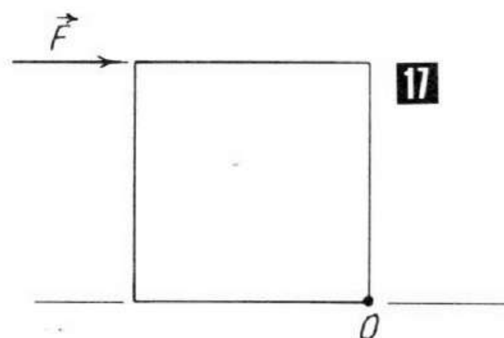


263. Kolikom najmanjom horizontalnom silom je potrebno delovati na kocku **17**, mase $m=100$ kg, da bi se ona prevrnula? Da li se dejstvom neke druge, manje sile, ova kocka može prevrnuti?

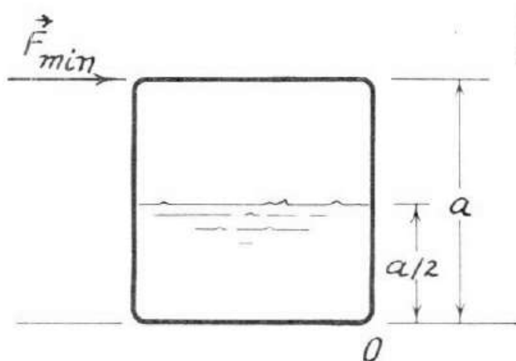
264. Šuplja kocka, ivica $a=1$ m, nalivena je do polovine vodom **18**. Kolikom najmanjom horizontalnom silom je potrebno delovati na kocku da bi se ona prevrnula?

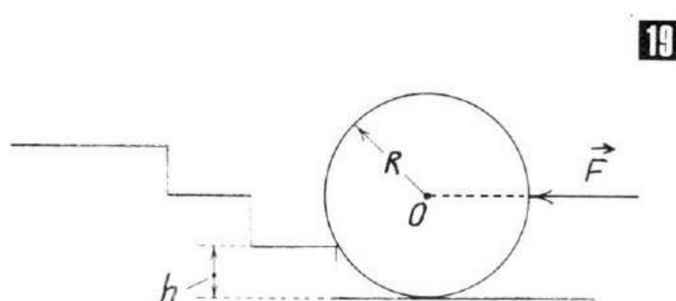
265. Cilindrično telo (valjak), mase m i poluprečnika $R=1$ m, nalazi se na početku stepeništa, čiji svaki stepenik ima visinu h **19**.

Na telo deluje horizontalna sila $\vec{F}$, čiji je intenzitet jednak intenzitetu sile teže $m\vec{g}$ koja deluje na telo. Kolika je najveća visina h na koju se može podići ovo telo pod dejstvom sile $\vec{F}$?



266. Na platformi kolica nalazi se kameni blok u obliku kocke čija je ivica b. Kolikim najmanjim ubrzanjem treba kolica da se kreću da bi se kocka neprestano prevrtala? Koeficijent trenja kocke i platforme je toliko veliki da kocka ne može da klizi.

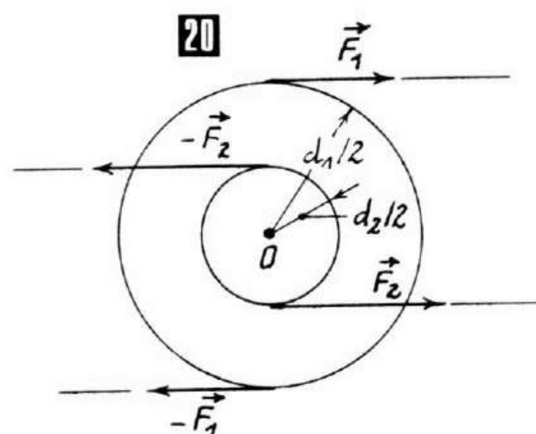




267. Da bi digao teret, mase $m_1=200$ kg, čovek se služi polugom dužine $l=1{,}4$ m. Na kom mestu na poluzi treba da se nalazi oslonac da bi čovek, nalegnuvši na drugi kraj poluge, mogao dignuti ovaj teret? Masa čoveka je $m_2=80$ kg.

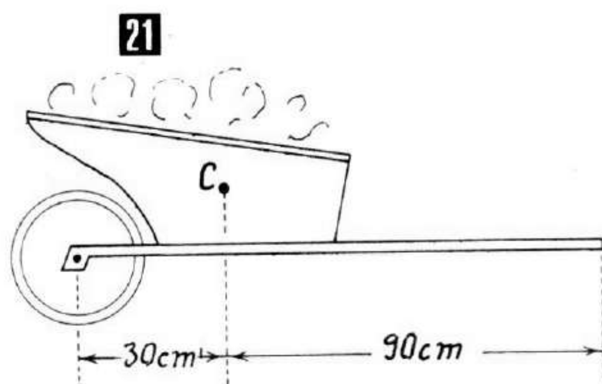
268. Koliko puta se može ostvariti veća sila pomoću poluge čiji je odnos krakova 1/3, 1/4 i 1/5?

269. Dva radnika nose na letvi teret mase $m=100$ kg. Rastojanje napadne tačke tereta do ramena prvog radnika iznosi $l_1=0{,}6$ m, a do ramena drugog radnika je $l_2=0{,}4$ kg. Kolike sile treba da izdrže prvi i drugi radnik?



270. Na točak sa vratilom **20** deluju dva momenta sprega. Intenzitet sila sprega koji deluje na točak je $F_1=25$ N, a na vratilo $F_2=40$ N. Prečnik točka je $d_1=1$ m, a vratila $d_2=0{,}3$ m. Koliki je rezultujući moment sprega?

271. Ako čovek može da drži u rukama teret mase $m=50$ kg, kolika je najveća masa tereta koju može da prevozi čovek pomoću kolica prikazanih na slici **21**?



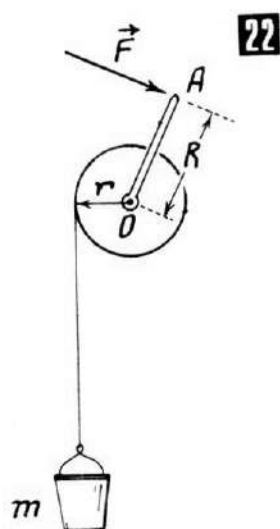
272. Iz bunara, dubine $h=10$ m, izvlači se voda pomoću vratila **22**. Kofa koja se koristi može da zahvati $m=10$ kg vode. Poluprečnik vratila je $r=15$ cm, a dužina njegove ručice je $R=60$ cm.

a) Kolikom je najmanjom silom F potrebno delovati na ručicu u tački A pri izvlačenju kofe sa vodom?

b) Koliki rad treba da se izvrši za izvlačenje $m=100$ kg vode?

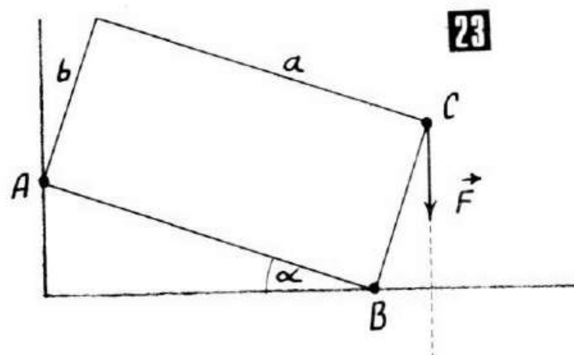
c) Koliki put pređe vrh A ručice pri izvlačenju jedne kofe vode? Koliko obrtaja načini ručica pri ovome?

d) Kolika se srednja snaga razvija ako se količina vode, mase $m_2=1$ t, izvuče za vreme $t=1$ h?



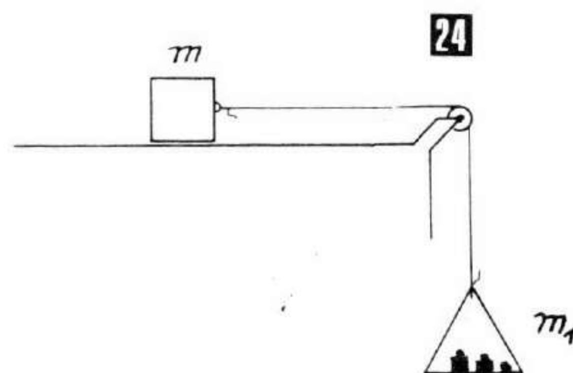
273. Pri merenju mase terazijama, telo koje se meri najpre se postavi na levi tas, a na desni tas se postavljaju tegovi. Na ovaj način izmerena masa tela iznosi $m_1=30{,}2$ g. Zatim se ovo telo postavi na desni tas i izvrši isto merenje, pri čemu se dobije da je masa tela $m_2=30{,}4$ g. Kolika je tačna vrednost mase ovog tela?

274. Kvadar, prikazan na slici **23**, dimenzija $a=0{,}8$ m, $b=0{,}6$ m, $c=0{,}5$ m, načinjen je od granita gustine $\rho=3\,200$ kg/m^3. Ugao α na slici iznosi 30°.



a) Kolikom je najmanjom silom $\vec{F}$ potrebno delovati na kvadar po ivici C pa da ne postoji njegov pritisak na vertikalnu ravan (u osloncu A)?

b) Kolikom silom tada kvadar deluje na horizontalnu ravan (u osloncu B)?



275. Da bi se odredio koeficijent trenja između nekog tela i podloge, izvrši se sledeći eksperiment. Na horizontalnu ravan se postavi telo, mase $m=50$ kg. Zatim se ono veže užetom za tas **24** na koji se postavljaju tegovi. Telo se počne kretati kada masa tegova dostigne vrednost $m_1=5$ kg. Koliki je koeficijent trenja? Za koliko je potrebno povećati masu tegova da bi telo dobilo ubrzanje $a=4\ m/s^2$?

276. Na horizontalnoj podlozi nalazi se telo mase $m=50$ kg. Kolikom horizontalnom silom treba delovati na telo da bi se ono pokrenulo? Koeficijent trenja između tela i podloge iznosi $\mu=0{,}2$.

277. Na horizontalnoj podlozi nalazi se telo mase $m=40$ kg. Na telo deluje horizontalna sila intenziteta $F=300$ N. Koliko je ubrzanje tela? Koeficijent trenja između tela i podloge iznosi $\mu=0{,}1$.

278. Neko telo, mase m, nalazi se na ravnoj horizontalnoj podlozi, pri čemu je koeficijent trenja između tela i podloge μ. Kolikom horizontalnom silom treba delovati na telo da bi ono imalo ubrzanje g, tj. ubrzanje koje je jednako ubrzanju Zemljine teže?

279. Na telo koje se nalazi na horizontalnoj podlozi deluje sila $\vec{F}$ pod uglom $\alpha=45^\circ$ prema horizontu **25**. Masa tela iznosi $m=30$ kg, a koeficijent trenja između tela i podloge $\mu=0{,}1$. Kolikom najmanjom silom $\vec{F}$ ovo telo može da se pokrene?

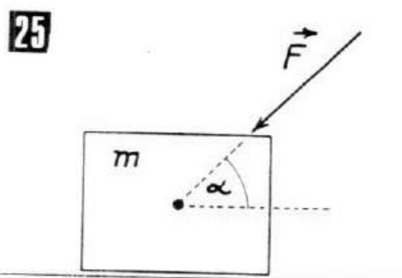
280. Na vertikalnom delu kolica koja se kreću ubrzanjem $\vec{a}$ nalazi se telo A **26**. Koeficijent trenja između tela i podloge iznosi $\mu=0{,}3$. Koliko treba da bude ubrzanje kolica pa da telo ne padne?

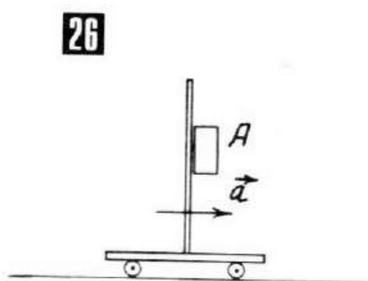
281. Kolica, mase m_1, kreću se stalnom brzinom v_0 po horizontalnoj ravni. Na prednji kraj kolica postavi se telo, mase m_2, zanemarljivih dimenzija. Koliko moraju da budu dugačka kolica pa da telo ne spadne sa njih? Koeficijent trenja između tela i kolica je μ.

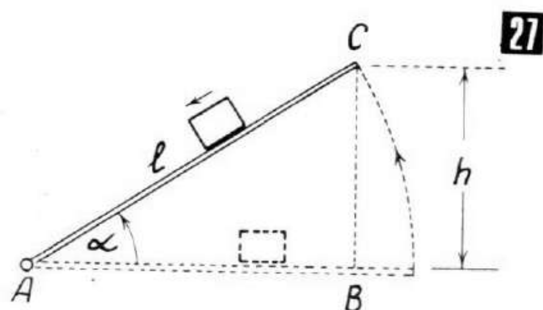
282. Na strmoj ravni, dužine $l=10$ m i visine $h=5$ m, nalazi se telo koje klizi niz strmu ravan. Koliko je ubrzanje ovog tela?

283. Da bi se odredio koeficijent trenja između nekog tela i podloge, izvede se sledeći eksperiment **27**. Telo se postavi na strmu ravan čiji ugao može da se menja. U početku je podloga u horizontalnom položaju, pa se zatim njen ugao α postepeno povećava. Kada je visina strme ravni $h=0{,}2$ m, telo počne da klizi nadole. Dužina podloge je $AC=l=1{,}5$ m. Koliki je odgovarajući koeficijent trenja μ?

284. Na strmoj ravni, dužine $l=10$ m i visine $h=6$ m, nalazi se telo mase $m=4$ kg. Koeficijent trenja između tela i podloge iznosi $\mu=0{,}1$. Kolikom najmanjom tangencijalnom silom može da se spreči kretanje ovog tela niz strmu ravan?







285. Na strmoj ravni, dužine $l=20$ m i visine $h=4$ m, nalazi se telo. Koliki treba da je koeficijent trenja μ između tela i podloge da bi se telo kretalo niz strmu ravan stalnom brzinom?

286. Avion, mase $m=10$ t, treba pri uzletanju da razvije najmanju brzinu od $v=80$ km/h. Dužina piste iznosi $s=100$ m, a koeficijent trenja $\mu=0{,}2$. Ako je kretanje aviona pre uzletanja ravnomerno ubrzano, kolika treba da je najmanja snaga motora da bi uzletanje bilo moguće?

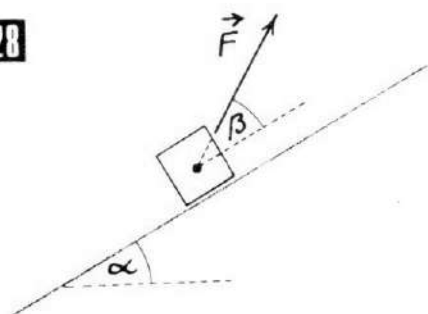
287. Vagon, mase $m=20$ t, kreće se ravnomerno usporeno pod dejstvom sile trenja, intenziteta $F_{tr}=6$ kN, i posle izvesnog vremena se zaustavi. Ako je početna brzina vagona $v_0=54$ km/h, odrediti:

a) rad sile trenja,

b) dužinu puta koji pređe vagon do trenutka zaustavljanja.

288. Telo, mase $m=40$ kg, nalazi se na strmoj ravni nagibnog ugla $\alpha=30°$ **28**. Koliki najmanji intenzitet treba da ima sila $\vec{F}$, koja deluje na telo pod uglom $\beta=20°$, da se ono ne bi kretalo niz strmu ravan? Koeficijent trenja između tela i podloge iznosi $\mu=0{,}1$.

28



5. PRITISAK. NAPON

289. Pritisak od 2,5 kPa, 6 μPa i 21 MPa izraziti u paskalima.

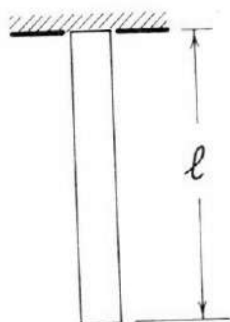
290. Telo u obliku kocke, mase $m=100$ kg, načinjeno je od minerala gustine $\rho=3\,200$ kg/m^3. Telo se nalazi na:

a) horizontalnoj podlozi,

b) strmoj ravni, nagibnog ugla $\alpha=30°$.

Koliki je pritisak tela na podlogu u oba slučaja?

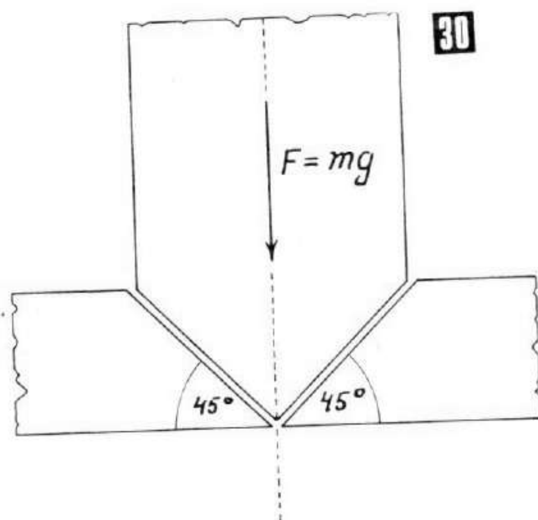
29



291. Bakarni štap, dužine $l=2$ m i poprečnog preseka $S=10$ cm^2, obešen je na način prikazan na slici **29**. Koliki je napon na sredini štapa, a koliki na njegovom vrhu? Gustina bakra je $\rho=8\,600$ kg/m^3, a ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se nalazi štap iznosi $g=9{,}80$ m/s^2.

292. Oslonac vertikalnog nosećeg stuba, kružnog poprečnog preseka površine $S_0=200$ cm^2, prikazan je na slici **30**. Stub nosi teret mase $m=2$ t. Koliki je pritisak stuba na ležište? Trenje na dodirnim površinama zanemariti.

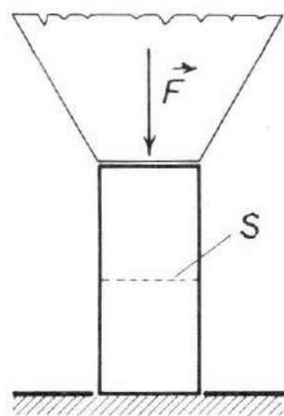
30

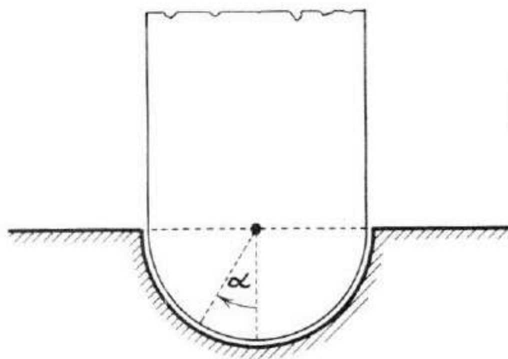


293. Sila, intenziteta $F=2$ kN, deluje na drveni oslonac, mase $m=100$ kg, na način prikazan na slici **31**. Površina poprečnog preseka oslonca je $S=50$ cm^2. Koliki pritisak vlada na donjem delu oslonca, a koliki na njegovoj sredini?

294. Oslonac neke mašine je načinjen u obliku polusfere **32**. Kako zavisi pritisak u osloncu od ugla α?

32





31

295. U kom slučaju automobil stvara veći pritisak na podlogu ako su gume pod:
a) višim pritiskom,
b) nižim pritiskom?

296. Čelična žica, prečnika $d=1$ mm, prekine se pri sili istezanja intenziteta $F=600$ N. Koliki je napon pri kome se žica prekinula (napon kidanja)?

297. Čovek, mase $m_1=80$ kg, drži u ruci teret, mase $m_2=30$ kg, stojeći na ravnoj podlozi. Dodirna površina njegovih cipela i podloge je $S=300$ cm^2. Kolikim pritiskom čovek deluje na podlogu kada:
a) drži teg mirno,
b) teg povuče nagore silom intenziteta $F=400$ N?

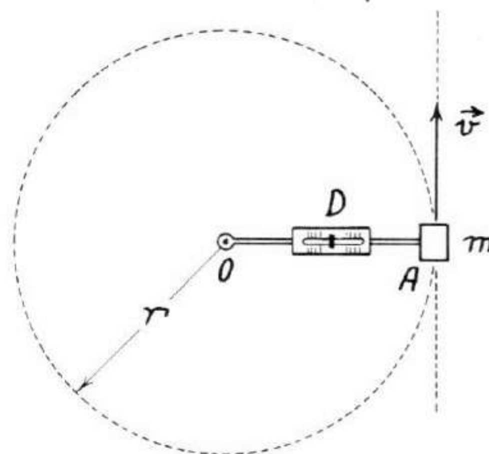
8. Dinamika rotacionog kretanja

1. CENTRIPETALNA I CENTRIFUGALNA SILA

298. Telo, mase $m=2$ kg, rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=10$ rad/s po krugu poluprečnika $r=1$ m. Koliki je intenzitet centripetalne sile koja deluje na telo?

299. Kolikom ugaonom brzinom rotira telo A, mase $m=5$ kg **1**, ako dinamometar D na poluzi OA pokazuje da je intenzitet sile $F=100$ N i ako je poluprečnik kružne putanje $r=0,5$ m?

1



300. Telo, mase m, vezano užetom dužine l, rotira stalnom ugaonom brzinom ω u horizontalnoj ravni.
a) Koliki je intenzitet sile koja zateže uže?
b) Šta bi se desilo kada bi se uže prekinulo?

301. Na kraju poluge, dužine $l=0,3$ m, nalazi se telo mase $m=2$ kg. Kolikom silom je opterećena poluga u toku ravnomernog kružnog kretanja oko jednog svog kraja ugaonom brzinom $\omega=600$ ob/min? Poluga se kreće u horizontalnoj ravni.

302. Krećući se brzinom $v=54$ km/h, automobil uđe u krivinu poluprečnika $r=20$ m. Koliki je intenzitet centrifugalne sile koja deluje na vozača ovog automobila? Masa vozača je $m=80$ kg.

303. Za uže, dužine $l=0,7$ m, vezano je telo mase $m=0,5$ kg. Kolikom najvećom ugaonom brzinom sme da rotira ovo telo u horizontalnoj ravni pod uslovom da se uže ne prekine? Uže može da izdrži najveću silu $F_{max}=20$ N.

304. Na kraju štapa, dužine $l=100$ cm i zanemarljive mase, nalazi se telo mase $m=1$ kg **2**. Štap rotira u vertikalnoj ravni oko ose O stalnom ugaonom brzinom $\omega=6{,}28$ rad/s.

a) Kolika sila deluje na štap kada se telo nađe u položaju A (najnižoj tački putanje), a kolika kada je ono u položaju C (najvišoj tački putanje)?

b) Kolike su sile zatezanja štapa u položajima B i D?

305. Kuglica, obešena o uže, dužine $l=60$ cm, kruži u horizontalnoj ravni. Period ove rotacije je $T=1{,}5$ s. Koliki je ugao između užeta i vertikalne ose rotacije?

306. Žleb prikazan na slici **3** rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=30$ ob/min oko ose OO'. Na kom će rastojanju CD od donjeg kraja žleba mala kuglica da bude u ravnoteži ako ona rotira zajedno sa žlebom?

307. Na osovini motora nalazi se poluga AB, čiji su krakovi jednaki i iznose $r=0{,}25$ m **4**. Na krajevima poluge nalaze se dva prstena, mase $m_1=100$ g i $m_2=200$ g, koji se mogu svući sa poluge najmanjom silom $F_{min}=10$ N.

a) Pri kojoj će ugaonoj brzini da spadne prvi, a pri kojoj drugi prsten?

b) Kolike su tada brzine prstenova?

c) Nacrtati putanju prstenova posle odvajanja od poluge.

308. Koliki treba da je najmanji koeficijent trenja između guma automobila i puta da bi vozilo bez opasnosti od klizanja ušlo u krivinu, poluprečnika $r=35$ m, brzinom $v=72$ km/h?

309. Na platformi kamiona nalazi se drveni sanduk. Koeficijent trenja između sanduka i podloge iznosi $\mu=0{,}1$.

a) Kolikom najvećom brzinom vozač sme da uđe u krivinu puta, poluprečnika $r=20$ m, pa da sanduk ne sklizne sa platforme kamiona?

b) Šta će se desiti pri tome sa lakšim sandukom na istoj platformi?

310. Kolika centrifugalna sila deluje u Beogradu na telo, mase $m=1$ kg, usled Zemljine rotacije oko njene ose? Koliki je odnos ove sile i sile teže?

311. Kolika centrifugalna sila deluje na tela koja se nalaze na polovima Zemlje?

312. Znajući da srednja gustina Zemlje iznosi $\rho=5\,500$ kg/m^3, a njen srednji poluprečnik $R=6\,370$ km, naći veličinu centrifugalne sile koja deluje na Zemlju pri obrtanju oko Sunca. Srednje rastojanje između Zemlje i Sunca iznosi $d=0{,}15$ Tm.

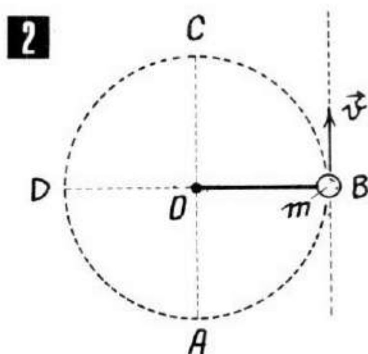
313. Poluprečnik cilindričnog doboša centrifugalne pumpe iznosi $r=30$ cm.

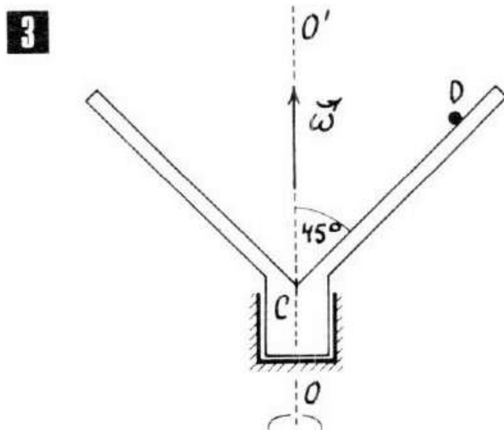
a) Kolika centrifugalna sila deluje na kapljicu vode, mase $m=0{,}1$ g, koja se nalazi u rublju, ako doboš rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=500$ ob/min?

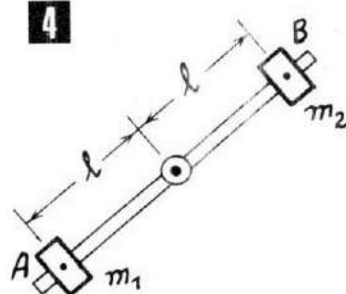
b) Ako koeficijent trenja između doboša i rublja iznosi $\mu=0{,}05$, pri kojoj ugaonoj brzini će rublje skliznuti niz zid doboša?

314. U vagonu visi klatno. Krećući se brzinom $v=72$ km/h, kompozicija voza uđe u krivinu poluprečnika $r=150$ m. Koliki ugao će tada zaklapati konac klatna sa vertikalnim pravcem? Kako zavisi ovaj ugao od brzine voza?

315. Na užetu, dužine $l=1$ m, obešen je teg mase $m=1$ kg. Uže može izdržati najveću silu $F_{max}=11$ N. Na koju visinu se može izvesti teg iz ravnotežnog položaja a da se pri njegovom oscilovanju uže ne prekine?





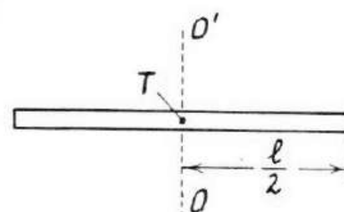


316. Na platformi, poluprečnika $R=2$ m, koja rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=10$ ob/min, nalazi se telo. Koeficijent trenja između tela i platforme iznosi $\mu=0,05$. Na kojoj zoni platforme sme da se postavi telo bez opasnosti da ono ne klizi pod dejstvom centrifugalne sile?

317. Automobil, mase $m=900$ kg, kreće se stalnom brzinom $v=72$ km/h.
a) Kolikom silom automobil deluje na ravan i horizontalan put?
b) Kolika je ova sila kada se automobil nađe na sredini ispupčenog mosta poluprečnika $R=300$ m?
c) Kolika je ova sila kada se automobil nađe na sredini udubljenog mosta istog poluprečnika?

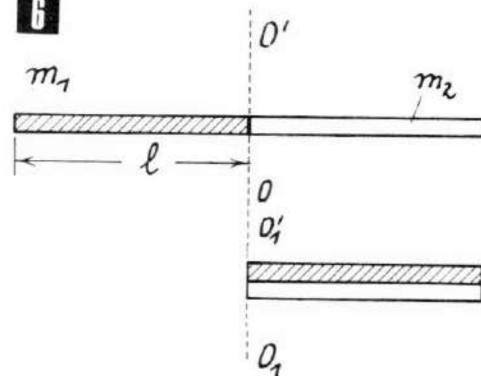
2. MOMENT INERCIJE

318. Metalni štap, dužine $l=1$ m i mase $m=4$ kg, rotira oko težišne ose O-O', koja je normalna na osu štapa **5**. Koliki je moment inercije štapa za ovu osu?



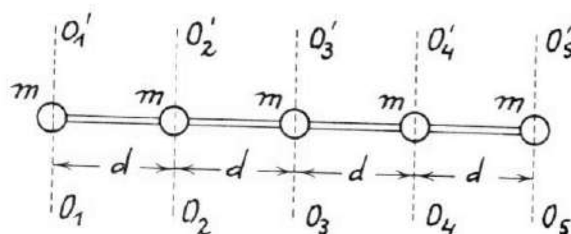
319. Koliki je moment inercije, u odnosu na težišnu osu, homogene pune lopte čiji je poluprečnik $r=0,3$? Lopta je načinjena od metala gustine $\rho=8\,300$ kg/m^3.

320. Smatrajući da je Zemlja homogena puna lopta, srednje gustine $\rho=5\,500$ kg/m^3, i da je ubrzanje Zemljine teže na njenoj površini $g=9,81$ m/s^2, izračunati moment inercije Zemlje. Gravitaciona konstanta iznosi $\gamma=6,67\cdot10^{-11}$ N$\cdot$m^2/kg^2.



321. Valjak, dužine $l=25$ cm i poluprečnika $r=10$ cm, načinjen je od gvožđa čija je gustina $\rho=7\,600$ kg/m^3. Koliki je njegov moment inercije za težišnu osu koja se poklapa sa osom valjka?

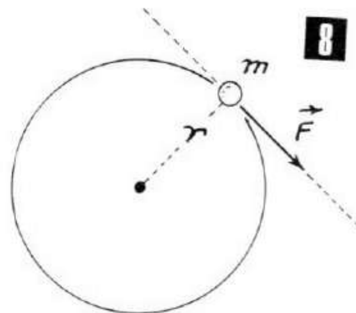
322. Štap načinjen od bakra, dužine $l=0,5$ m i mase $m_1=2$ kg, i štap načinjen od aluminijuma jednake dužine i mase $m_2=1$kg, spojeni su na dva načina prikazana na slici **6**. Koliki su momenti inercije oba štapa za ose O-O' i O_1-O_1'?



323. Na štapu zanemarljive mase nalazi se pravilno raspoređeno 5 jednakih kuglica, svaka mase $m=20$ g **7**. Rastojanje između kuglica je $d=30$ cm. Koliki je moment inercije ovog sistema za ose: O_1-O_1', O_2-O_2', O_3-O_3', O_4-O_4' i O_5-O_5'?

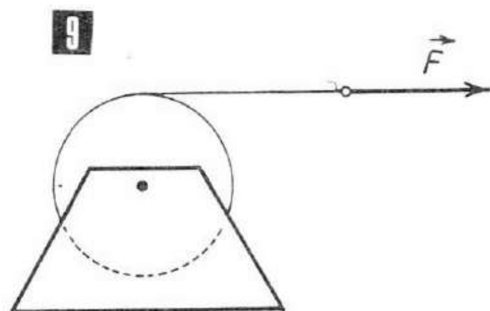
3. DRUGI NJUTNOV ZAKON ZA ROTACIJU

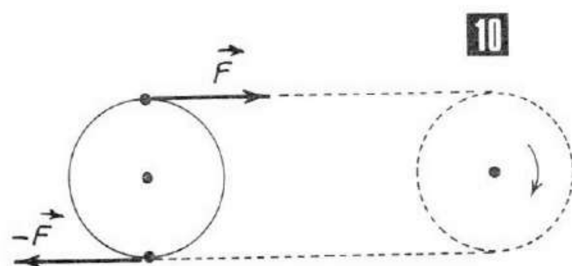
324. Kolikom je tangencijalnom silom $\vec{F}$ potrebno delovati na materijalnu tačku, mase $m=10$ g, koja rotira po krugu, poluprečnika $r=50$ cm **8**, da bi ona imala stalno ugaono ubrzanje $\alpha=0,2$ rad/s^2?

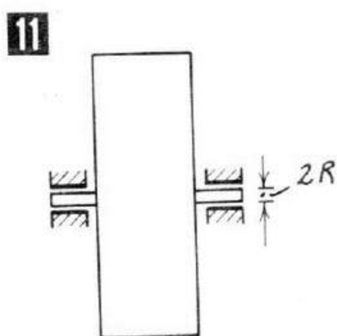


a) Kako se menja brzina ove tačke u toku dejstva sile?
b) Kolika će biti brzina tačke ako sila prestane da deluje posle vremena $t_1=5$ s od početka kretanja?
c) Nacrtati odgovarajući dijagram brzine tela.

3*







325. Oko valjka, poluprečnika $r=0{,}2$ m i mase $m=40$ kg, namotano je uže koje se vuče silom stalnog intenziteta $F=2$ N **9**.

a) Koliko je ugaono ubrzanje valjka?

b) Kolika je brzina odmotavanja užeta posle vremena $t_1=10$ s?

c) Za koje vreme će se odmotati $N=10$ navojaka užeta ako je valjak započeo rotaciju iz mirovanja?

326. Preko valjka **10**, poluprečnika $R=40$ cm i mase $m=200$ kg, prebačen je kaišnik kojim se on okreće. Koliki treba da bude intenzitet sile $\vec{F}$ kojom kaišnik deluje na valjak da bi on za vreme $t=2$ s dobio ugaonu brzinu $\omega=100$ ob/min? Šta će se desiti sa valjkom posle prestanka dejstva sile?

Trenje zanemariti.

327. Zamajac **11**, momenta inercije $I=0{,}5$ kg$\cdot$m^2, pokreće se elektromotorom koji rotira ugaonom brzinom $\omega=3\,000$ ob/min. Posle isključenja motora zamajac rotira tokom vremena $t=1{,}2$ min i stane. Koliki je intenzitet sile trenja u jednom ležištu zamajca ako je poluprečnik osovine $R=2$ cm?

328. Oko valjka, mase $m_1=50$ kg i poluprečnika $r=30$ cm, namotano je uže na čijem kraju visi teg mase $m_2=5$ kg **12**. U toku padanja teg se obrće zbog odmotavanja užeta.

a) Koliko je ubrzanje tega?

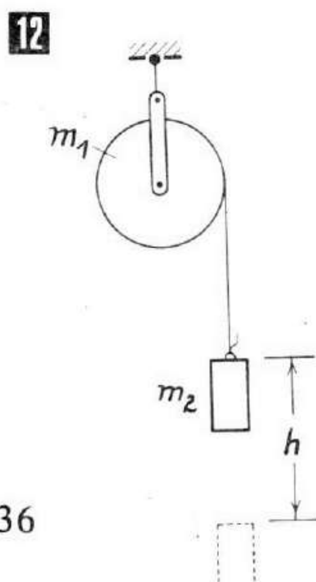
b) Posle koliko vremena će on preći put $h=5$ m?

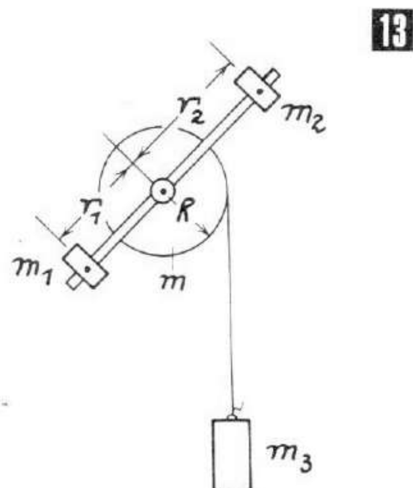
c) Kolika će biti brzina tega posle vremena $t_1=1$ s?

d) Ako se posle $N=10$ obrtaja uže otkine, šta će se desiti sa valjkom? Kako će se nadalje kretati valjak a kako teg?

Trenje zanemariti.

329. Na valjku, poluprečnika $R=0{,}2$ m i mase $m=10$ kg **13**, nalazi se štap zanemarljive mase, na kome se nalaze dva prstena, mase $m_1=0{,}1$ kg i $m_2=0{,}05$ kg, na rastojanju $r_1=0{,}4$ m i $r_2=0{,}6$ m od ose valjka oko koje rotira ceo sistem. Oko valjka je namotano uže na čijem kraju visi teg, mase $m_3=15$ kg, pri čemu njegovo kretanje naniže uslovljava rotaciju valjka zajedno sa štapom i tegovima. Koliko je ubrzanje tega pri padanju?





4. RAD, ENERGIJA I SNAGA KOD ROTACIONOG KRETANJA

330. Da bi se svrdlo obrtalo, na njega treba delovati momentom sprega intenziteta $\mathcal{M}=50$ m·N. Koliki se rad uloži za $N=5$ obrtaja svrdla?

331. Na rotor električnog motora deluje moment sprega magnetnih sila intenziteta $\mathcal{M}=40$ m·N, usled čega on rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=$ $=6\,000$ ob/min.

a) Kolika se električna energija troši na jedan obrtaj rotora ako je stepen korisnog dejstva motora $\eta=0{,}95$?

b) Kolika je korisna snaga motora?

c) Kolika je uložena snaga motora, tj. snaga kojom on opterećuje električnu mrežu?

d) Ako je moment inercije rotora $I=12$ kg·m^2, kolika je kinetička energija rotora?

332. Električni motor ima snagu $P=25$ kW i stepen korisnog dejstva $\eta=0{,}98$. Ugaona brzina rotacije rotora motora iznosi $\omega=3\,000$ ob/min. Koliki je intenzitet momenta sprega ovog motora?

333. Motorni uređaj za sečenje drva ima rotacionu testeru poluprečnika $r=$ $=30$ cm. Testeru pokreće električni motor čija je ugaona brzina $\omega=100\,\pi$ rad/s. Potreban intenzitet sile za kidanje drveta zupcima testere je $F=15$ N. Koliku najmanju korisnu snagu treba da ima pokretački motor ove testere?

334. Snaga motora putničkog automobila iznosi $P=25$ kW prilikom kretanja brzinom $v=72$ km/h. Poluprečnik točkova je $r=0{,}35$ m. Koliki je intenzitet momenta sprega koji razvija motor na svakom pokretačkom točku?

335. Električni motor, stepena korisnog dejstva $\eta=0{,}95$, ima rotor momenta inercije $I=20$ kg·m^2. Prilikom uključenja motora, rotor dobije nominalnu ugaonu brzinu $\omega=100$ rad/s za vreme $\Delta t=2$ s.

a) Kolika se energija utroši u toku ovog vremena za dovođenje motora u nominalne uslove rada?

b) Koliki je intenzitet momenta sprega inercijalnih sila tokom vremena Δt ako je promena brzine bila ravnomerna?

c) Koliko je trajao prvi obrtaj rotora?

336. Valjak, mase $m=20$ kg, ima poluprečnik $r=10$ cm. Cilindar rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=100$ rad/s.

a) Kolika je kinetička energija valjka?

b) Koliki je intenzitet momenta sprega sila trenja u svakom ležištu ukoliko zaustavljanje valjka traje $\Delta t=25$ s od momenta prestanka dejstva pokretačkog momenta sprega?

337. Kugla, mase $m=40$ kg i poluprečnika $r=12$ cm, kreće se kotrljanjem po ravnoj podlozi brzinom $v=0{,}4$ m/s.

a) Kolika je ukupna kinetička energija kugle?

b) Ako se kugla zaustavi na putu $s=10$ m, izračunati intenzitet srednje sile trenja koja deluje na kuglu tokom zaustavljanja.

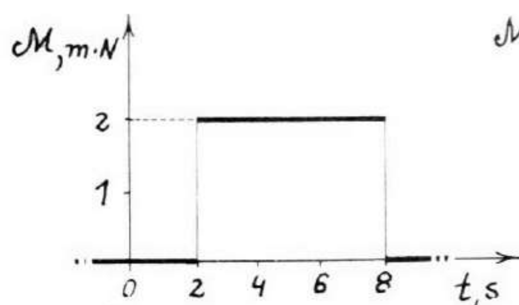
5. IMPULS MOMENTA SILE. MOMENT IMPULSA TELA

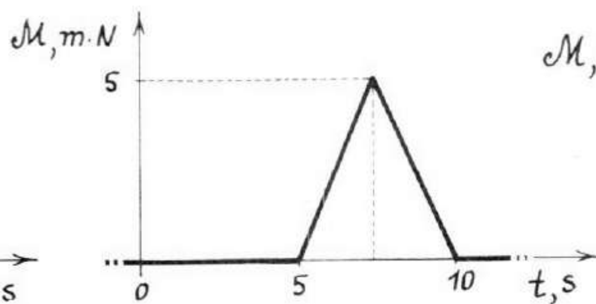
338. Tokom vremena $\Delta t=2$ s na telo deluje moment sile čiji je intenzitet $\mathcal{M}=10$ m·N. Koliki je intenzitet impulsa ovog momenta sile?

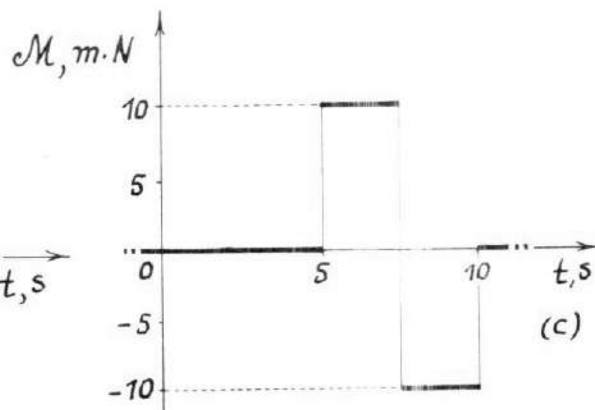
339. Materijalna tačka, mase $m=10$ g, rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=$ $=5$ rad/s po krugu poluprečnika $r=0{,}5$ m. Koliki je:

a) impuls tela,

b) moment impulsa tela?







340. Na slici **14** data su tri dijagrama momenta sprega koji deluju na telo. Izračunati intenzitet impulsa ovih momenata spregova u svim slučajevima.

341. Na telo, momenta inercije $I=100\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, deluje impuls momenta sile prikazan na slici (*a*) u prethodnom zadatku. Opisati kretanje tela.

342. Metalni disk, mase $m=10$ kg i poluprečnika $r=0{,}25$ m, rotira stalnom ugaonom brzinom $\omega=10$ rad/s.

a) Koliki je moment impulsa diska?

b) Kolika je njegova kinetička energija?

c) Koliki je impuls momenta sprega otpornih sila ako se disk zaustavi za vreme $\Delta t=4$ s usled njihovog dejstva?

343. Zamajac, momenta inercije $I=15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, nalazi se u mirovanju. Ovaj zamajac treba da bude spregnut sa takvim pokretačkim motorom koji može da ga dovede u nominalnu rotaciju, čija je ugaona brzina $\omega=3\,000$ ob/min, za vreme $\Delta t=10$ s.

a) Koliki moment sprega treba da razvije pokretački motor?

b) Nacrtati dijagram porasta kinetičke energije zamajca tokom njegovog ubrzavanja ako je ono ravnomerno, tj. nacrtati dijagram $E_k(t)$.

344. Na Zemlju neprestano pada kosmička prašina tako da se njena masa povećava. Merenja i proračuni su pokazali da je brzina povećavanja mase Zemlje $(\Delta m/\Delta t)=1\,000$ t/godina. Kolika je relativna promena perioda rotacije Zemlje tokom jedne godine?

345. Na horizontalni disk, mase $m_1=40$ kg i poluprečnika $r=0{,}5$ m, počne da deluje moment stalnog intenziteta $\mathcal{M}=2$ m · N. Usled toga on počne da rotira stalnim ugaonim ubrzanjem. Na periferiji diska se nalazi malo telo mase $m_2=0{,}4$ kg. Koeficijent trenja između tela i podloge je $\mu=0{,}2$.

a) Posle koliko vremena će telo da sklizne sa diska?

b) U toku kog obrtaja zamajca će telo skliznuti?

c) Kolika će tada da bude kinetička energija tela?

346. Brzina puščanog metka najlakše se određuje pomoću tzv. balističkog klatna. Ono se sastoji iz malog džaka napunjenog peskom i užeta o kome džak visi. Iz puške se puca u džak i pri tome se metak u njemu zaglavi. Usled toga džak sa metkom načini ugaoni otklon od $\theta=60°$. Masa džaka sa peskom je $\mathcal{M}=5$ kg, dok rastojanje sredine džaka, tj. njegovog težišta, do tačke vešanja iznosi $l=1{,}6$m. Masa metka je $m=8$ g i on se kretao po horizontalnoj pravoj koja prolazi kroz težište džaka. Kolika je brzina metka prema ovim podacima?

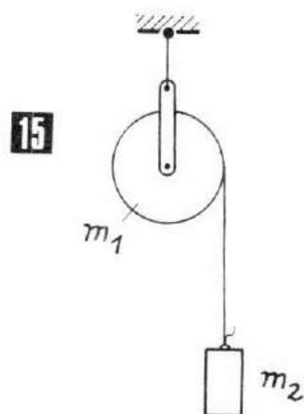
347. Na valjku, mase $m_1=10$ kg, namotano je uže o kome visi teg mase $m_2=0{,}5$ kg **15**.

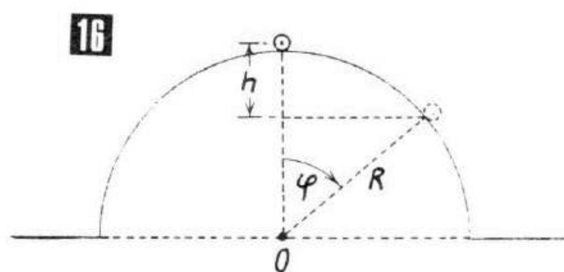
a) Koliko je ubrzanje tega pri padanju? Uzeti da je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}80\ \text{m/s}^2$.

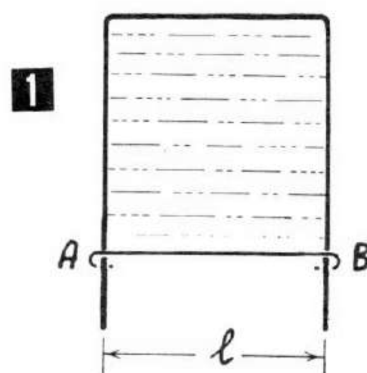
b) Koliku će kinetičku energiju imati teg posle pređenog puta $h=2$ m?

c) Koliki treba da bude odnos masa m_1/m_2 da bi ubrzanje tega bilo $a=g/2$?

348. Na glatkoj polusferi, poluprečnika $R=90$ cm, nalazi se malo telo **16**. Telo krene niz sferu bez početne brzine, pa se u jednom svom položaju odvoji od podloge i nastavi kretanje kroz vazduh. Taj položaj je određen visinom h ili uglom φ. Koliki su oni?







9. *Svojstva tečnosti i čvrstih supstancija*

1. POVRŠINSKI NAPON

349. Kap žive ima oblik sfere poluprečnika $r_0=1$ mm. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se ova kap žive podelila na dve jednake kapi? Koeficijent površinskog napona žive iznosi $\alpha=0{,}47$ J/m^2.

350. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se slobodna površina vode $s=10$ cm^2 povećala dva puta? Koeficijent površinskog napona vode iznosi $\alpha=0{,}073$ J/m^2.

351. Vodena kap, poluprečnika $r=5$ mm, nastala je spajanjem većeg broja jednakih manjih kapi. Pri tome se oslobodila energija $\Delta E=20$ mJ. Koliki je poluprečnik manjih kapi?

352. Koliku je energiju potrebno utrošiti za obrazovanje mehura sapunice poluprečnika $r=2$ cm? Koeficijent površinskog napona sapunice iznosi $\alpha=0{,}04$ J/m^2.

353. Pravougaoni ram od bakarne žice (čija je gustina $\rho=8\,900$ kg/m^3) načinjen je tako da mu je jedna strana (dužine $l=10$ cm) pokretna **1**. Između strana rama obrazuje se opna od sapunice, koeficijenta površinskog napona $\alpha=0{,}04$ J/m^2 i kada se ram postavi u vertikalni položaj, kretanje pokretne strane rama AB prestane.

a) Koliki je prečnik žice od koje je ram načinjen?

b) Koliki je rad potrebno uložiti da bi se strana rama AB pomerila nadole za $x=2$ cm?

354. Kocka, mase $m=15$ g i ivica $a=2{,}5$ cm, pliva na površini vode, pri čemu voda potpuno kvasi strane kocke. Kolika je visinska razlika donje strane kocke i nivoa slobodne površine vode? Koristiti tablice na kraju knjige.

355. Konstanta površinskog napona tečnosti može da se odredi i tzv. metodom kapi. Pri tome tečnost ističe kapanjem iz vertikalne cevi malog prečnika. Za tu svrhu pogodno je koristiti pipetu. Ako masa jedne kapi tečnosti (čija je gustina $\rho=890$ kg/m^3) iznosi $m=0{,}005$ g, a prečnik otvora pipete $d=0{,}6$ mm, izračunati koeficijent površinskog napona ispitivane tečnosti.

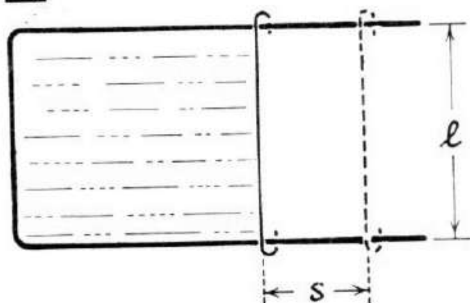
356. Kapilarna cev, unutrašnjeg poluprečnika $r=0{,}40$ mm, potopljena je vertikalno u alkohol. Pri tome se u kapilarnoj cevi obrazuje stub alkohola visine $h=15{,}5$ mm. Gustina alkohola je $\rho=720$ kg/m^3, a ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se vrši merenje $g=9{,}806$ m/s^2. Koliki je prema ovim podacima koeficijent površinskog napona alkohola?

357. Kolika je masa vode koja zaostane u kapilarnoj cevi, poluprečnika $r=0{,}35$ mm, posle njenog izvlačenja iz vode u vertikalnom pravcu?

358. Metalno sito, površine $s=0,2$ m^2, načinjeno je u vidu kvadratne rešetke. Dužina strana jednog kvadratnog otvora je $a=1$ mm. Koliko vode može da se zadrži iznad ovog sita? Koristiti se tablicama na kraju knjige.

359. Kap žive je nastala spajanjem 64 male kapi, poluprečnika $r=2$ mm. Kolika se energija oslobodi pri tome? Koeficijent površinskog napona žive iznosi $\alpha=$ $=0,47$ J/m^2.

360. Koliki je rad potrebno izvršiti protiv sila površinskog napona da bi se prečnik mehura sapunice povećao od $d_1=1$ cm na $d_2=9$ cm? Koeficijent površinskog napona sapunice je $\alpha=0,04$ J/m^2.



361. Na pravougaonom ramu **2** čija je jedna strana pokretna obrazuje se opna od tečnosti. Dužina pokretne strane rama je $l=0,08$ m. Koliki je koeficijent površinskog napona tečnosti ako se pri pomeranju pokretne strane rama za $s=1$ cm izvrši rad $A=128$ μJ?

362. Masa $N=160$ kapi tečnosti koja istekne iz pipete iznosi $m=2,5$ g, dok je prečnik otvora pipete $d=0,7$ mm. Koliki je koeficijent površinskog napona ove tečnosti?

363. Kolika je masa jedne kapi alkohola koja istekne iz pipete poluprečnika $d=1,2$ mm? Koeficijent površinskog napona alkohola iznosi $\alpha=0,020$ N/m.

364. Iz dve pipete jednakih prečnika isteknu kapanjem jednake mase vode i alkohola. Koliki je odnos broja kapi istekle količine vode i alkohola?

365. Iz pipete, prečnika $d=2$ mm, kaplje alkohol. Kapljice se odvajaju od pipete u jednakim vremenskim intervalima od $\Delta t=1$ s. Za koliko vremena istekne količina alkohola čija je zapremina $V=25$ cm^3? Gustina alkohola je $\rho=800$ kg/m^3, a koeficijent površinskog napona $\alpha=0,022$ N/m.

366. Vertikalna kapilarna cev, poluprečnika $r=0,2$ mm, potopljena je jednim svojim krajem u benzol. Kolika je masa benzola koji se nalazi u delu kapilare koji nije potopljen? Koeficijent površinskog napona benzola je $\alpha=0,030$ N/m.

367. Prečnici spojenih kapilarnih cevi su $d_1=0,2$ mm i $d_2=2$ mm. Kolika je visinska razlika nivoa alkohola u ovim cevima kada su one u vertikalnom položaju? Koristiti tablice na kraju knjige.

368. Visina stuba alkohola u kapilarnoj cevi je $h_a=55$ mm. U istoj kapilarnoj cevi visina vodenog stuba iznosi $h_v=146$ mm. Kolika je gustina alkohola? Koristiti podatke date u tablicama na kraju knjige.

369. Koliki pritisak vlada ispod slobodne površine žive u kapilarnoj cevi poluprečnika $r=0,2$ mm? Koeficijent površinskog napona žive je $\alpha=0,47$ N/m.

370. Koliki pritisak vlada ispod slobodne površine vode u kapilarnoj cevi, poluprečnika $r=0,2$ mm, koja se nalazi u kosmičkom brodu na Mesecu?

2. ELASTIČNOST

371. Čelično uže, dužine $l=10$ m i poprečnog preseka $S=100$ mm^2, koristi se kod građevinske dizalice. Dizalicom se diže teret mase $m=0,5$ t. Izračunati:

a) normalni napon u užetu,
b) relativno istezanje užeta,
c) elastičnu potencijalnu energiju istegnutog užeta.

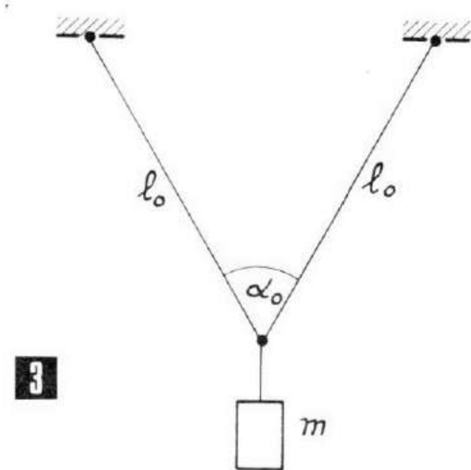
Jungov modul elastičnosti čelika od koga je načinjeno uže iznosi $E_y=205$ GPa.

372. Bakarna žica, prečnika $d=2$ mm, ne sme da ima veće relativno izduženje od 1,5%, iz konstruktivnih razloga. Koliki je najveći intenzitet sila kojima ova žica može da bude opterećena na istezanje? Jungov modul elastičnosti bakra od koga je žica načinjena iznosi $E_y=125$ GPa.

373. Sa broda se ispušta u more čelična sajla, čiji je napon kidanja $\sigma_k=550$ MPa. Kolika je najveća dužina sajle koja se može ovako ispustiti, pod uslovom da se ne prekine usled sopstvene težine? Zanemariti potisak vode. Uzeti da je gustina čelika $\rho=7\,800$ kg/m^3.

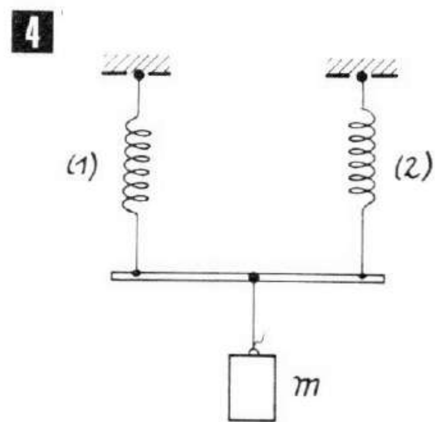
374. Telo, mase $m=50$ kg, nalazi se na horizontalnoj podlozi. Koeficijent trenja između tela i podloge iznosi $\mu=0{,}10$. Pomoću čelične žice, poprečnog preseka $s=1{,}5$ mm^2, telo se vuče u horizontalnom pravcu. Ako je napon kidanja čelika od koga je izrađena žica $\sigma_k=450$ MPa, izračunati koliko se ubrzanje može saopštiti telu na ovaj način.

375. Telo, mase $m=200$ kg, visi o dve čelične žice, jednakih dužina $l_0=2$ m, i površina poprečnih preseka $S=4$ mm^2. Žice su razmaknute za ugao $\alpha_0=60°$ **3**. Za koliko će se smanjiti ugao α prilikom opterećenja žica datim tegom? Jungov modul upotrebljenog čelika za izradu žica iznosi $E_y=$ $=210$ GPa.



376. Čelično uže lifta ne sme da se izduži više od $\Delta l=4$ mm kada je njegova dužina $l=15$ m, a opterećenje $m=1{,}2$ t. Kolika treba da bude površina poprečnog preseka užeta? Pretpostaviti da je uže izrađeno od čelika čiji Jungov modul elastičnosti iznosi $E_y=220$ GPa.

377. Štap (zanemarljive mase) obešen je o dve opruge jednakih dužina **4**. Konstanta prve opruge je $k_1=20$ N/cm i druge $k_2=30$ N/cm. Na kom mestu na štapu je potrebno obesiti teg da bi štap i dalje ostao horizontalan?

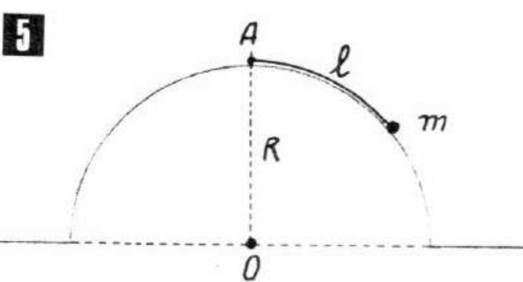


378. Na glatkoj polusferi, poluprečnika $R=2$ m, nalazi se olovna kugla mase $m=10$ kg. Kugla je vezana za tačku A na polusferi **5** čeličnom žicom prečnika $d=1$ mm i dužine $l=\pi R/4$. Koliko je apsolutno istezanje žice? Uzeti da je Jungov modul elastičnosti čelika od koga je žica izrađena $E_y=$ $=205$ GPa i da žica celom dužinom naleže na polusferu.

379. Pod dejstvom sile, intenziteta $F=100$ N, metalna žica, dužine $l=5{,}0$ m i površine poprečnog preseka $S=2{,}5$ mm^2, izduži se za $\Delta l=1{,}0$ mm.

a) Kolikim je normalnim naponom opterećena žica?

b) Koliki je Jungov modul elastičnosti metala od koga je načinjena žica?



380. Kolika je površina poprečnog preseka bakarne šipke, dužine $l=5{,}0$ m, koja se pod dejstvom sile, intenziteta $F=480$ N, izduži za $\Delta l=1{,}0$ mm? Jungov modul elastičnosti bakra od koga je žica načinjena je $E_y=125$ GPa.

381. Teg, mase $m=10$ kg, rotira po glatkoj horizontalnoj podlozi, oko vertikalne osovine, ugaonom brzinom $\omega=2$ ob/s. Teg je za osovinu vezan žicom dužine $l=1{,}2$ m i površine poprečnog preseka $S=2$ mm^2. Kolikim je normalnim naponom opterećena žica?

382. Koliko je izduženje bakarne šipke, dužine $l=2$ m i površine poprečnog preseka $S=1$ mm^2, ako je za njeno izduženje utrošen rad $A=0{,}12$ J? Jungov modul elastičnosti bakra od koga je šipka načinjena je $E_y=125$ GPa.

383. Iz praćke, načinjene od gumene trake, dužine $l=30$ cm i površine poprečnog preseka $S=0{,}2$ cm^2, izbačen je kamen vertikalno uvis. Koliku će visinu dostići kamen ako je pri njegovom izbacivanju izduženje trake bilo $\Delta l=20$ cm? Masa kamena je $m=30$ g. Uzeti da je Jungov modul elastičnosti gume od koje je traka načinjena $E_y=7{,}8$ MPa.

10. Tečnosti i gasovi u ravnoteži

1. PRITISAK U TEČNOSTI. ATMOSFERSKI PRITISAK

384. Tečnost deluje silom intenziteta $F=40$ N na površinu $S=20$ cm^2. Koliki je pritisak tečnosti?

385. Cilindrični sud (lonac) ispunjen tečnošću stvara pritisak od $p=0{,}2$ MPa, na horizontalnu podlogu. Ako je površina dna suda $S=200$ cm^2, a koeficijent trenja između suda i podloge $\mu=0{,}1$, izračunati kolikom se najmanjom silom može vući ovaj sud po podlozi.

386. Koliki je pritisak na dnu reke čija je dubina $h=10$ m?

387. Klip, mase $m=10$ kg, pritiskuje gornju površinu vode u vertikalnoj cevi. Poluprečnik cevi je $r=20$ cm, a visina vodenog stuba u njoj $h=1$ m. Koliki je ukupni pritisak na dnu cevi?

388. Na dnu cisterne, visine $h=15$ m, koja je do vrha napunjena vodom, nalazi se bočni otvor, površine $S=20$ cm^2. Koliku silu treba da savlada zatvarač ovog otvora?

389. U cisterni, koja je prikazana na slici **1**, nalazi se voda. Prečnik cevi kojom se kontroliše nivo u cisterni iznosi $D=4$ cm. U ovu cev se ulije toliko ulja da se u njoj obrazuje stub ulja visine $h=0{,}50$ m.

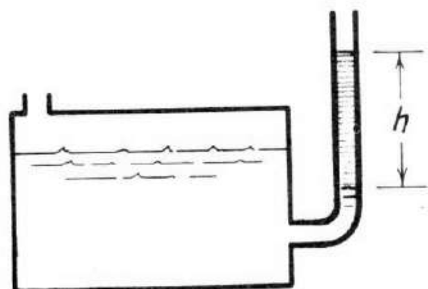
a) Za koliko će pri ovome da se spusti nivo vode u cevi?

b) Kolika je masa istisnute vode iz cevi? Gustina ulja je $\rho_u=750$ kg/m^3, a vode $\rho_v=1000$ kg/m^3.

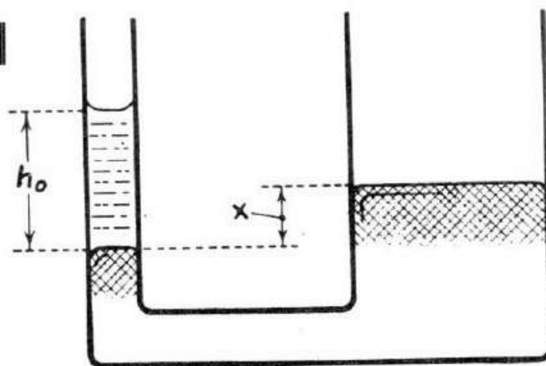
390. Kolika sila deluje na vrata podmornice, površine $S=0{,}5$ m^2, ako se ona nalazi na dubini $h=100$ m? Uzeti da je gustina morske vode $\rho=1\,020$ kg/m^3.

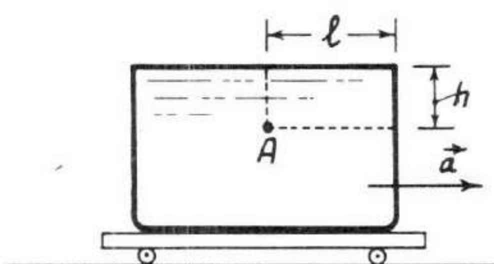
391. U sud sa vodom vertikalno je postavljena metalna šuplja cev koja ima na donjem kraju otvore, tako da voda uđe u nju. Pri ovome, iznad vode ostane ne-

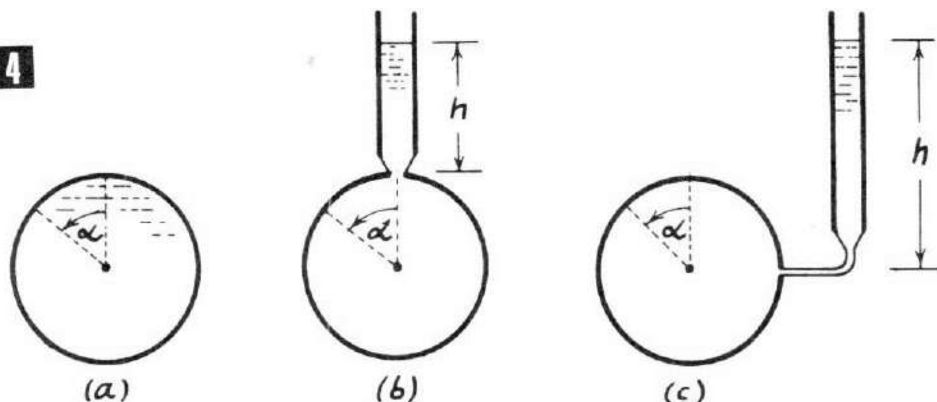
1



2







potopljeni deo cevi, visine h 10 cm. Zatim se u cev sipa ulje sve dok se ona ne napuni do vrha. Za koliko će se spustiti nivo vode u cevi pri ovome i koliko će se ulja uliti? Unutrašnji poluprečnik cevi je $R=5$ cm, a gustina upotrebljenog ulja je $\rho=900\ kg/m^3$.

392. Klip, mase $m_1=3$ kg, načinjen je u obliku diska, poluprečnika $R=4$cm i sa otvorom u središtu u koji je postavljena cilindrična cev tankih zidova, poluprečnika $r=1$ cm. Klip može bez trenja da klizi duž staklenog suda. Na koju će se visinu H podići klip ako se u cev nalije količina vode, mase $m_2=700$ g, u trenutku kad se klip nalazi na dnu suda?

393. U spojenim sudovima **2** nalazi se živa. Prečnik jednog suda je četiri puta veći od prečnika drugog suda. U uži sud se nalije toliko vode da se iznad žive obrazuje vodeni stub visine $h_0=70$ cm. Za koliko će se podići nivo žive u:

a) širem sudu, a za koliko će opasti u užem,

b) u užem sudu ako se u širi sud nalije toliko vode da se i u njemu obrazuje vodeni stub iste visine h_0?

394. Odnos poluprečnika klipova u hidrauličnoj presi je 1/10. Koliki je odnos intenziteta sile kojom se na presu deluje i intenziteta sile kojom ona deluje?

395. Pomoću hidraulične prese treba da se podiže teret koji je 64 puta veći od intenziteta sile kojom se na presu deluje. Koliki treba da bude odnos poluprečnika klipova u presi?

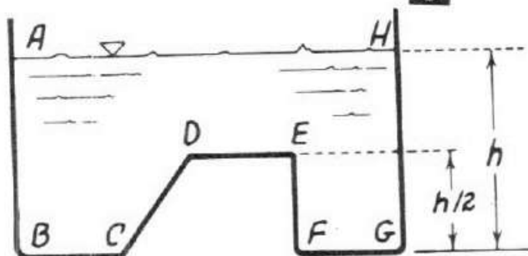
396. Površine klipova hidraulične prese iznose $S_1=2\ cm^2$ i $S_2=400\ cm^2$. Kolikom silom može da deluje ova presa ako se pri spuštanju manjeg klipa za $h=20$ cm izvrši rad $A=100$ J?

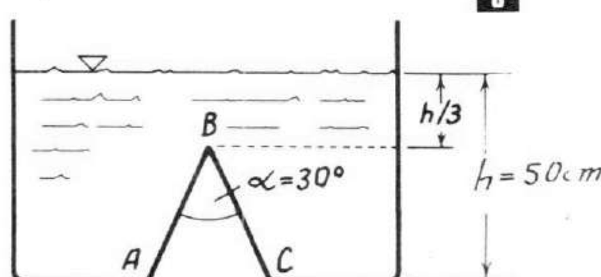
397. Na pokretnoj platformi se nalazi cisterna puna vode **3**. Pri ravnomernom kretanju platforme, voda ne deluje nikakvom silom na poklopac cisterne. Cisterna je u obliku kocke. Koliki će da bude pritisak u tački A, koja se nalazi na dubini h i na udaljenosti l od prednje bočne strane kocke, ako se platforma kreće stalnim ubrzanjem a?

398. Voda se nalazi u tri loptasta suda prikazana na slici **4**. Kako zavisi pritisak tečnosti na zidove sudova od ugla α u sva tri slučaja, tj. ustanoviti zavisnost $p(\alpha)$.

399. U sudu, čiji je poprečni presek dat na slici **5**, nalazi se voda. Nacrtati odgovarajući dijagram hidrostatičkog pritiska u zavisnosti od položaja posmatrane tačke na liniji AB-BC-CD-DE-EF-FG-GH.

400. U sudu, čiji je poprečni presek prikazan na slici **6**, nalazi se voda. Izračunati intenzitet rezultujuće sile kojom tečnost deluje na deo dna suda ABC, čija je površina $S=1\ m^2$.





401. Visina živinog stuba u barometru iznosi $h=725$ mm. Koliki vazdušni pritisak (u Pa i mbar) odgovara ovoj visini živinog stuba? Uzeti da je gustina žive $\rho=13\,600$ kg/m^3.

402. Otvorenim vodenim manometrom meri se razlika pritiska gasa u sudu i atmosferskog pritiska, koji iznosi $p_0=1005$ mbar.

Ako je visinska razlika nivoa vodenih stubova u manometru $h=25{,}2$ cm, izračunati:

a) kolika je razlika između pritiska u sudu i atmosferskog pritiska,

b) koliki je pritisak u sudu ako je u pitanju potpritisak.

403. Otvoreni manometar ima milimetarsku podelu za očitavanje visinske razlike nivoa tečnosti u krakovima. Kolika je preciznost ovog manometra oko se koristi:

a) živa,

b) voda?

404. Standardni pritisak iznosi $p^{\theta}=101\,325$ Pa. Pritisak gasa manji od ove vrednosti odgovara vakuumu, koji se deli na:

grubi vakuum	$10^5 - 10^2$ Pa
srednji	$10^2 - 10^{-1}$
visoki	$10^{-1} - 10^{-4}$
ultra-visoki	$10^{-4} - 10^{-7}$

dok se pod teorijskim vakuumom podrazumeva stanje sredine za koje je $p=0$. Izračunati granične pritiske pojedinih opsega u mbar.

405. Gustina žive, na temperaturi 0°C, iznosi $\rho=13\,595{,}1$ kg/m^3. Koliki pritisak u Pa i mbar odgovara visini živinog stuba od $h=1$ mm na ovoj temperaturi? Kako se menja ovaj pritisak sa povišenjem temperature? Da li je ova zavisnost ista i za vodu?

406. U nekom kotlu vlada pritisak $p_1=1{,}1$ MPa, dok je spoljašnji pritisak $p_2=1$ bar. Kolika sila deluje na zidove kotla ako je on cilindričnog oblika, visine $h=4$ m i poluprečnika osnove $r=1$ m?

407. U metalnoj lopti, tankih zidova i poluprečnika $r=100$ cm, ostvaren je ultravisoki vakuum (zad. 404). Kolika sila deluje na zidove lopte? Uzeti da je atmosferski pritisak $p_a=998$ mbar.

2. ARHIMEDOVA SILA. ARHIMEDOV ZAKON

408. Stakleni balon, zapremine $V=4{,}00$ L, ima masu $m_1=258{,}8$ g kada je otvoren. Međutim, kada se vazduh iz balona ispumpa, masa balona je $m_2=254{,}0$ g. Kolika je gustina vazduha?

409. Ako se telo okači o dinamometar, na njegovoj skali se očita intenzitet sile $F_0=3{,}2$ N kada je telo u vazduhu, a $F_1=2{,}5$ N kada se telo nalazi u vodi. Kolika je:

a) težina tela,

b) Arhimedova sila koja deluje na telo u vodi,

c) zapremina tela,

d) gustina supstancije od koje je telo načinjeno?

410. Telo, zapremine $V=100$ cm^3, načinjeno je od čvrste supstancije čija je gustina $\rho=3\,000$ kg/m^3. Telo se potopi u sud sa vodom.

a) Kolikom silom ovo telo deluje na dno suda?

b) Koliko je bilo ubrzanje tela prilikom padanja kroz vodu? Trenje zanemariti.

411. Telo pliva na vodi, pri čemu je 10% njegove zapremine iznad površine vode. Kolika je gustina supstancije od koje je telo načinjeno?

412. Šupljikavo metalno telo, spoljašnje zapremine $V=200\ cm^3$, ima masu $m=0{,}14\ kg$. Telo se potopi do dubine $h=1\ m$ (ispod površine vode) i pusti.

a) Kolikom brzinom će telo da započne isplivavanje (zanemariti dimenzije tela u odnosu na visinu h)?

b) Do koje visine će telo »odskočiti« iznad površine vode?

413. U sudu se nalazi voda (gustine $\rho_1=1000\ kg/m^3$) i ulje (gustine $\rho_2=910\ kg/m^3$). Homogena kugla, uneta u sud sa ovim tečnostima, lebdi na njihovoj graničnoj površini, koja deli kuglu na dva jednaka dela. Kolika je gustina supstancije od koje je načinjena kugla?

414. Bakarna lopta, spoljašnjeg poluprečnika $R=20\ cm$, pliva na vodi tako da se ekvatorijalna ravan lopte poklapa sa slobodnom površinom vode. Kolika je debljina zida lopte? Gustina bakra je $\rho=8\,600\ kg/m^3$.

415. Cilindar, visine H i poluprečnika r, ima zanemarljivu masu.

a) Koliki je najmanji rad potrebno uložiti da bi se cilindar potpuno potopio u vodu?

b) Koliki je rad potrebno uložiti za dalje pomeranje cilindra na putu $s=H$?

416. Kolika je Arhimedova sila u bestežinskom stanju?

417. U sudu se nalazi tečnost gustine ρ_1. U njega se unese telo, zapremine V, načinjeno od supstancije čija je gustina $\rho_2<\rho_1$. Kako treba da se kreće ovaj sistem da bi telo lebdelo u tečnosti?

418. Cilindrično telo sastoji se iz dva homogena dela: metalnog — visine $h_1=1\ cm$ i drvenog — visine $h_2=29\ cm$. Gustina upotrebljenog metala je $\rho_1=7\,000\ kg/m^3$, a drveta $\rho_2=700\ kg/m^3$.

a) Ako telo pliva u tečnosti gustine ρ, izračunati vertikalno rastojanje između težišta tela i težišta istisnutog dela tečnosti.

b) Do koje visine će telo da potone ako je tečnost voda?

c) Kolika je gustina tečnosti u kojoj bi telo lebdelo?

419. Areostat, zapremine $V=900\ m^3$, nalazi se na mestu gde je gustina vazduha $\rho=1{,}29\ kg/m^3$.

a) Kolika Arhimedova sila deluje na aerostat?

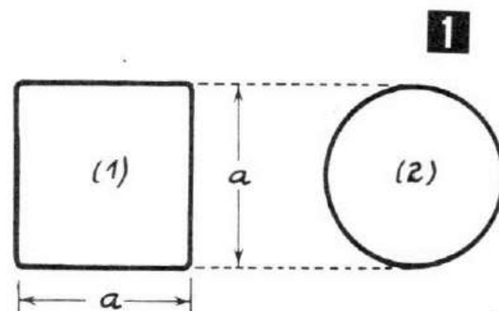
b) Ako je masa aerostata sa opremom $m_1=500\ kg$, koliki teret on može da ponese, pod uslovom da intenzitet pokretačke sile ne bude manji od $F=4\ kN$?

11. Dinamika fluida

1. JEDNAČINA KONTINUITETA. BERNULIJEVA JEDNAČINA

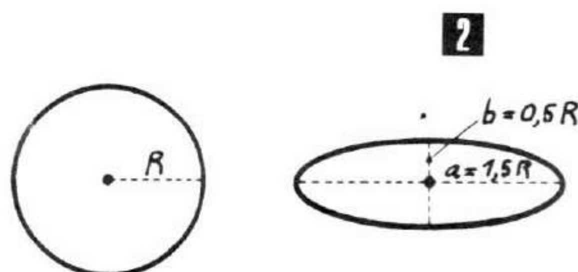
420. Vodovodna cev u dva svoja poprečna preseka ima oblik kao na slici **1**. Koliki je odnos brzina proticanja vode u ova dva preseka?

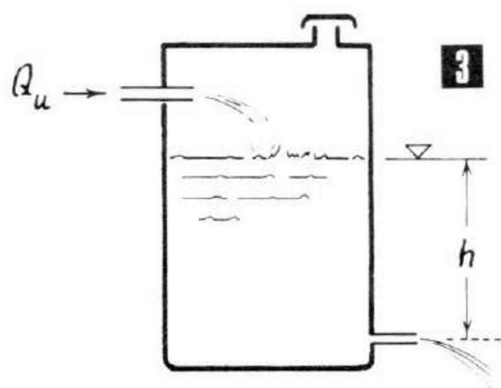
1



421. Vatrogasno crevo je kružnog poprečnog preseka **2**. Na jednom svom delu ono se, zbog pritiska na njega, deformiše u eliptičan oblik. Koliki je odnos brzina proticanja vode u ovim poprečnim presecima?

2



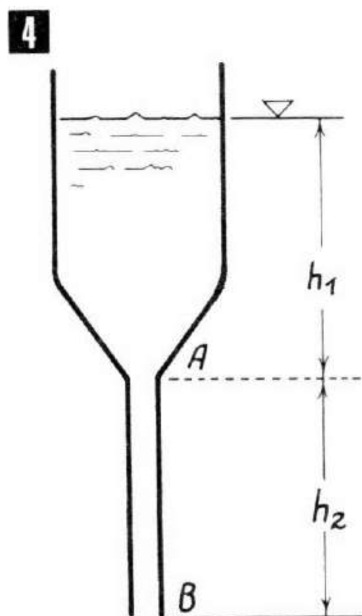


422. Cisterna, visine $H=5$ m, napunjena je vodom. Na dnu cisterne nalazi se kružni otvor prečnika $d=4$ cm. Odrediti:

a) brzinu isticanja vode kroz otvor,

b) masu vode koja istekne kroz otvor za vreme $t=5$ min,

c) intenzitet sile kojom će voda da deluje na zatvarač ovog otvora.



423. U vodovodnoj cevi vlada pritisak $p=0{,}6$ MPa. Kolikom brzinom bi voda izlazila kroz otvor na cevi?

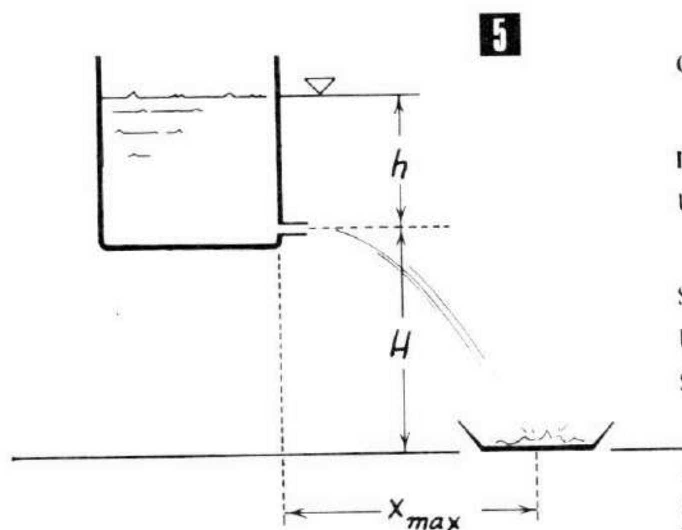
424. Utok vode u cisternu **3** iznosi $Q_u=20$ dm^3/s. Pri dnu cisterne se nalazi bočni otvor površine $S=15$ cm^2. Na kojoj visini h će da se stabilizuje nivo vode u cisterni? Kolika je tada brzina isticanja vode?

425. Voda ističe iz suda A prikazanog na slici **4**. Koliki su:

a) brzina proticanja vode u presecima A i B,

b) protok vode kroz presek B,

c) ukupni pritisak vode u ovom preseku?

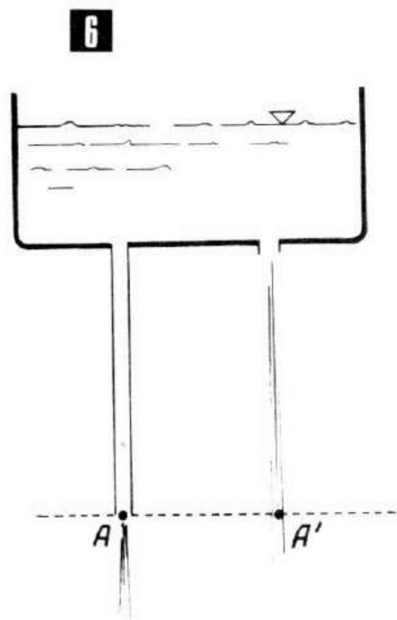


426. Na stolu, visine $H=1{,}2$ m, nalazi se sud sa vodom **5**. Pri dnu suda je bočni otvor iz koga ističe mlaz vode, koji pada na horizontalnu ravan na udaljenosti $x_{max}=2$ m.

a) Kolika je visina h vodenog stuba u sudu?

b) Koliki je istok vode iz suda ako je površina otvora $S=3$ cm^2?

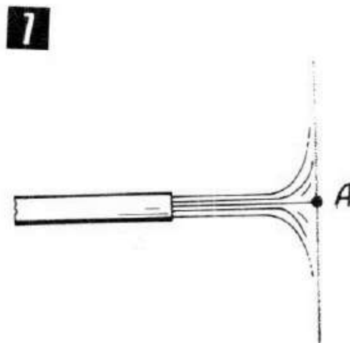
427. Iz suda voda ističe na dva načina, prikazana na slici **6**. Da li su jednake brzine vodenog mlaza u tačkama A i A'?

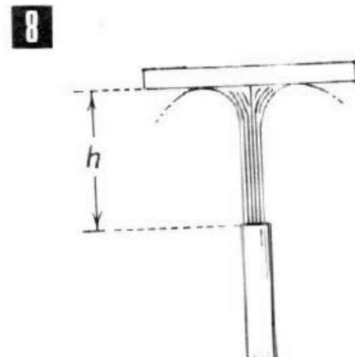


428. Iz metalne cevi **7**, površine poprečnog preseka $S=20$ cm^2, ističe voda brzinom $v=5$ m/s i udara u zid pod pravim uglom. Kolikom reaktivnom silom deluje mlaz vode na cev?

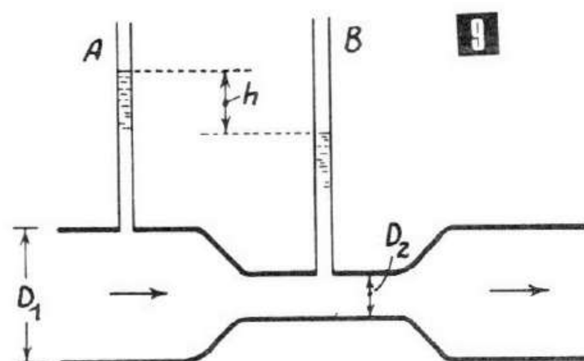
429. Iz vertikalne cevi **8**, površine otvora $S=10$ cm^2, ističe naviše mlaz vode, brzinom $v=12$ m/s i udara u metalnu ploču mase $m=10$ kg. Ploča se održava na visini h pod dejstvom ovog mlaza. Kolika je visina h?

430. Ako se u vodu koja protiče uroni vertikalna cev čiji je donji kraj savijen u smeru suprotnom od





kretanja vode, u cevi će da se podigne voda na visinu $h=3$ cm. Kolika je brzina strujanja vode?



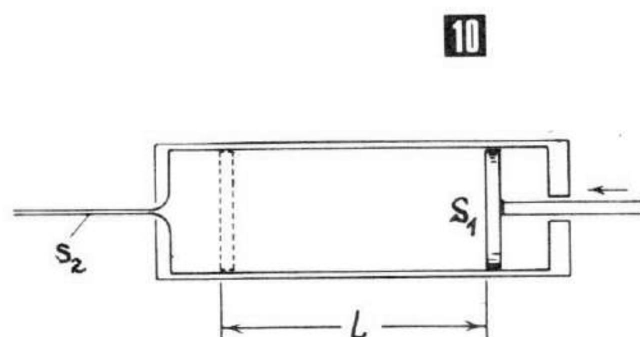
431. Voda protiče kroz Venturijev vodomer prikazan na slici **9**. Prečnik šireg dela cevi je $D_1=$ $=20$ cm, a užeg $D_2=10$ cm, dok razlika nivoa u piezometarskim cevima A i B iznosi $h=25$ cm.

a) Kolika je brzina proticanja vode kroz suženi deo cevi?

b) Koliki je protok vode kroz njega?

432. U sudu se nalazi gas pod pritiskom $p_1=6$ bar. Kolikom brzinom ističe gas u atmosferu kroz mali otvor na sudu? Uzeti da je atmosferski pritisak $p_2=1000$ mbar. Gustina gasa u sudu iznosi $\rho=$ $=5{,}3$ kg/m^3.

433. Površina klipa medicinskog šprica **10** iznosi $S_1=2$ cm^2, a površina otvora igle $S_2=1$ mm^2. Za koliko vremena će isteći voda iz punog šprica ako se na klip deluje silom $F=8$ N i ako je hod klipa $L=5$ cm?



434. Kroz Venturijevu cev protiče gas gustine $\rho=14$ kg/m^3. Odnos prečnika šireg i užeg dela cevi je $(D_1/D_2)=2{,}5$, dok je prečnik užeg dela cevi $D_2=$ $=2$ cm. Razlika statičkih pritisaka na tim delovima cevi je $\Delta p=1350$ Pa. Koliki je maseni protok vode kroz uži deo cevi?

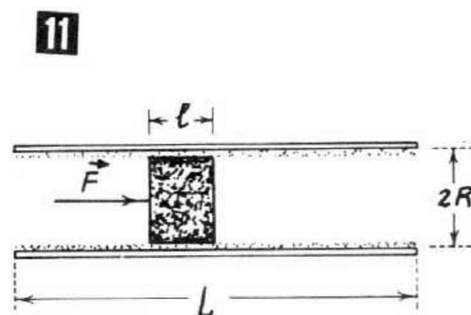
2. UNUTRAŠNJE TRENJE

435. Po ravnoj podlozi vuče se ploča, površine $S=0{,}2$ m^2, stalnom brzinom $v=0{,}5$ m/s. Između podloge i ploče nalazi se sloj ulja, debljine $d=2$ mm, čija je dinamička viskoznost $\eta=0{,}102$ Pa·s. Kolikom tangencijalnom silom se deluje na ploču? Da li će ova sila da bude veća ili manja kada se ulje zagreje?

436. U dugoj cevi **11**, unutrašnjeg poluprečnika $R=1$ cm, nalazi se čep dužine $l=4$ cm i poluprečnika $r=0{,}8$ cm. Između čepa i cevi nalazi se sloj glicerina dinamičke viskoznosti $\eta=0{,}85$ Pa·s.

a) Ako se na čep deluje silom intenziteta $F=$ $=2{,}5$ N, kolikom brzinom će se on kretati?

b) Koliko vremena će trajati kretanje čepa po cevi dužine $L=2$ m?



437. Kroz cev, prečnika $D=200$ mm, protiče tečnost čija je kinetička viskoznost $\nu=1{,}2\cdot10^{-6}$ m^2/s. Na osnovu datih podataka ustanoviti da li je proticanje tečnosti laminarno ili turbulentno ako je brzina proticanja tečnosti $v=0{,}36$ m/s.

12. Mehaničke oscilacije

1. OSCILATORNO KRETANJE

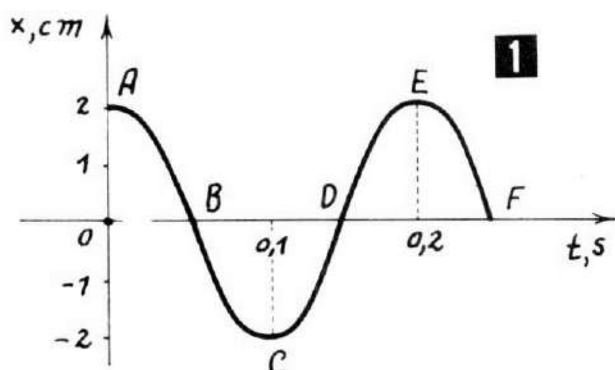
438. Na slici **1** je prikazan dijagram harmonijskog kretanja nekog tela.
a) Napisati njegovu jednačinu.
b) Nacrtati dijagrame brzine i ubrzanja ovog tela.

439. Horizontalna ploča harmonijski osciluje u vertikalnoj ravni frekvencijom $\nu=2$ Hz. Na ovoj ploči se nalazi telo. Ustanoviti:
a) pri kojoj amplitudi oscilovanja će najveća sila, kojom telo deluje na podlogu, da bude tri puta veća od intenziteta sile teže koja deluje na njega,
b) pri kojim amplitudama će telo da odskače od ploče.

440. Napisati jednačinu rezultujućeg kretanja dva harmonijska oscilatorna kretanja, čije su jednačine kretanja $x_1=x_{0_1}\sin\omega_1 t$ i $x_2=x_{0_2}\sin\omega_2 t$, gde su $x_{0_1}=5$ m i $x_{0_2}=2$ m — amplitude kretanja, a $\omega_1=\omega_2=10$ rad/s — njihove ugaone frekvencije. Ova kretanja imaju isti pravac i, kao što se vidi, započinju u istom trenutku.

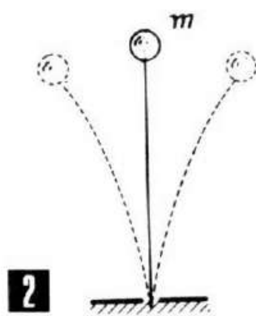
441. Kada se elastična opruga optereti tegom, mase m, ona se istegne za $x=3$ cm. Koliki je period oscilovanja opruge sa tegom?

442. Kada se elastična opruga optereti tegom, mase $m_1=0{,}5$ kg, ona se izduži za $x_1=2$ cm. Koliki će da bude period oscilovanja opruge ako se na njen donji kraj obesi teg mase $m_2=1{,}5$ kg?



443. Na gornjem kraju čelične elastične opruge **2** nalazi se metalna kugla mase $m=0{,}3$ kg. Da bi se lopta pomerila u stranu za $x=2$ cm, na nju je potrebno delovati tangencijalnom silom intenziteta $F=0{,}6$ N. Koliki je period oscilovanja ove opruge?

444. U staklenoj U-cevi, prečnika $D=2$ cm, nalazi se količina žive mase $m=1$ kg. Povećanjem pritiska u jednom kraku cevi ili naginjanjem cevi izazovu se oscilacije žive u njoj. Koliki je period oscilovanja ovog živinog stuba? Gustina žive iznosi $\rho=13\,600$ kg/m^3.



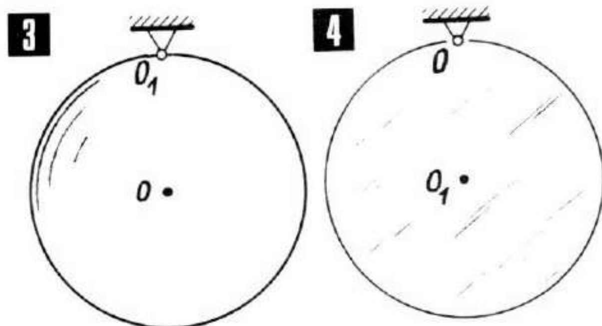
2. FIZIČKO KLATNO

445. Koliki je period oscilovanja tela oko ose koja prolazi kroz njegov centar mase?

446. Metalni štap, dužine $l=1$ m, visi o jednom svom kraju. Koliki je njegov period oscilovanja?

447. Puna metalna lopta, poluprečnika R, osciluje oko ose O_1 prikazane na slici **3**. Izmereno je da lopta načini $n=20$ punih oscilacija za vreme $t=50$ s. Koliki je poluprečnik lopte?

448. Od gvozdenog lima isečena je kružna ploča, poluprečnika $R=30$ cm, i obešena o tačku na njenoj periferiji, oko koje može da osciluje, i to u ravni ploče **4**. Koliki je period oscilovanja ploče?



449. Period oscilovanja homogenog štapa obešenog o jedan kraj iznosi $T=1$ s. Kolika je njegova dužina?

3. MATEMATIČKO KLATNO

450. Kolika je dužina matematičkog klatna, čiji je period oscilovanja $T=1250$ ms, na mestu gde je ubrzanje slobodnog padanja $g=9{,}803$ m/s^2?

451. Na velikoj građevinskoj dizalici visi o užetu telo koje se njiše — osciluje sa periodom $T=10$ s. Kolika je dužina užeta o kojem telo visi?

452. Posle vremena $t=0{,}2$ s od trenutka prolaska klatna kroz ravnotežni položaj, elongacija matematičkog klatna, dužine $l=98{,}1$ cm, iznosi $x=5$ cm. Napisati jednačinu ovog oscilatornog kretanja.

453. a) Koliki je period oscilovanja matematičkog klatna, dužine $l=1$ m, na Zemlji, a koliki je na Mesecu? Ubrzanje slobodnog padanja na Zemlji iznosi $g_Z=9{,}81$ m/s^2, a na Mesecu $g_M=1{,}62$ m/s^2.
b) Za koliko procenata treba da se smanji dužina ovog klatna da bi njegov period oscilovanja bio isti kao na Zemlji?

454. Matematičko klatno izvrši $N=100$ oscilacija za vreme $t=1{,}5$ min. Kolika je frekvencija klatna?

455. Časovnik sa klatnom radi tačno na Zemlji. Koliko bi kasnio ovaj časovnik u toku 24 h da se nalazi na Mesecu?

456. Časovnik sa klatnom podešen je da tačno radi u Beogradu, gde je ubrzanje slobodnog padanja $g_B=9{,}8060$ m/s. Kolika i kakva će da bude greška časovnika u toku 24 h ako se časovnik prenese u Sarajevo, gde je ubrzanje slobodnog padanja $g_S=9{,}8051$ m/s^2?

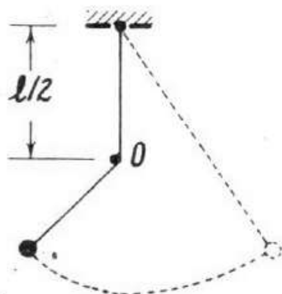
457. Dužina klatna časovnika se poveća za 0,1% usled zagrevanja. Kolika je tada greška časovnika u toku 24 h?

458. Matematičko klatno osciluje tako da pri prolasku kroz ravnotežni položaj udari u horizontalnu osovinu O, koja se nalazi tačno na polovini dužine klatna **5**. Koliki je ukupni period oscilovanja ovog klatna ako je njegova dužina $l=1$ m?

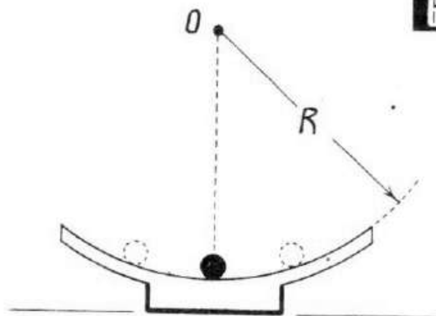
459. Koliki je period oscilovanja matematičkog klatna, dužine l, ako se ono nalazi u liftu:
a) koji stoji,
b) koji se kreće nagore ubrzanjem a,
c) koji se kreće nadole ubrzanjem:
1) $a=g$,
2) $a=2g$? Nacrtati klatno u ovom slučaju i prikazati način njegovog oscilovanja.

460. U polukružnom cilindričnom žlebu, poluprečnika $R=50$ cm, nalazi se metalna kuglica **6**. Kada se ova kuglica izvede iz ravnotežnog položaja, ona počne da osciluje, krećući se po žlebu. Koliki je period oscilovanja kuglice?

5



6



13. Mehanički talasi

1. PROSTIRANJE TALASA

461. Koliki put (izražen u talasnim dužinama) odgovara promeni faze talasa od $\pi/3$ rad; $3\pi/2$ rad; 115°; 2π rad i 10π rad?

462. Kolika je talasna dužina zvučnog talasa, frekvencije $\nu=500$ Hz, ako je njegova brzina prostiranja $c=5{,}5$ km/s?

463. Talas se prostire kroz jednu sredinu brzinom $c_1=350$ m/s, zatim kroz drugu brzinom $c_2=1750$ m/s. Kolika je talasna dužina talasa u drugoj sredini ako ona u prvoj sredini iznosi $\lambda_1=60$ cm?

464. Koliki je indeks prelamanja stakla u odnosu na vodu, a koliki vode u odnosu na staklo? Poznato je da je brzina zvuka u staklu $c_1=4{,}8$ km/s, a u vodi $c_2=1{,}4$ km/s.

465. Krećući se kroz vazduh, talas naiđe pod uglom $\alpha=13°$ na ravnu površinu vode. Brzina talasa u vazduhu je $c_1=550$ m/s, a u vodi $c_2=1650$ m/s. Koliki je prelomni ugao talasa? Da li je talas skrenuo od svog prvobitnog pravca ka normali ili od normale?

466. Kolika je brzina longitudinalnog talasa u metalu čiji je Jungov modul elastičnosti $E_y=150$ GPa, a gustina $\rho=7\,500$ kg/m^3?

467. Kolika je brzina longitudinalnog talasa u gasu, koji se nalazi pod pritiskom $p=0{,}2$ MPa? Gustina ovog gasa na datom pritisku iznosi $\rho=1{,}5$ kg/m^3. Odnos specifične toplote ovog gasa pri stalnom pritisku i pri stalnoj zapremini iznosi $\varkappa=1{,}4$.

468. Odjek od druge reke čuje se posle vremena $t=6$ s. Kolika je širina reke ako je brzina zvuka $c=335$ m/s?

469. Proteklo vreme od bleska munje do trenutka kada se čuje udar groma iznosi $t=(1/6)$ min. Koliko je udaljeno mesto udara groma od slušaoca ako je brzina zvuka $c=340$ m/s? Uzeti da je vreme prostiranja svetlosti zanemarljivo u odnosu na vreme prostiranja zvuka.

470. Smatra se da prosečan čovek čuje zvuk najniže frekvencije $\nu_{min}=16$ Hz, a najviše $\nu_{max}=20\,000$ Hz. Izvan ovog opsega čovek ne čuje zvuk.

a) Kolike su granične talasne dužine ovog zvuka u vazduhu? Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c_1=335$ m/s.

b) Kolike su ove talasne dužine u vodi, gde je brzina zvuka $c_2=1320$ m/s?

471. Kolika je brzina zvuka kroz bakarni štap? Jungov modul elastičnosti za bakar iznosi $E_y=100$ GPa, a gustina $\rho=8\,900$ kg/m^3.

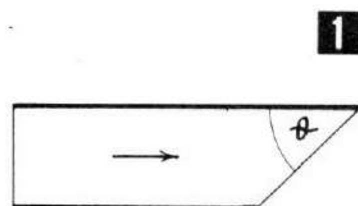
472. Kada se čekićem udari na jednom kraju mosta, odjek od druge strane čuje se posle vremena $t=250$ ms. Kolika je dužina mosta? Uzeti da je Jungov modul elastičnosti gvožđa od koga je most napravljen $E_y=210$ GPa, a gustina $\rho=7\,800$ kg/m^3.

473. Kolika je brzina zvuka u vazduhu na standardnim uslovima? Odnos specifičnih toplotnih kapacitivnosti vazduha pri stalnom pritisku i stalnoj zapremini je $\varkappa=1{,}4$.

474. Kolika bi bila brzina zvuka u vazduhu na apsolutnoj nuli?

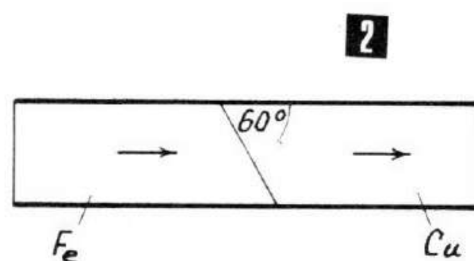
475. Zvučni talas naiđe pod uglom $\alpha = 12°$ na ravnu površinu morske vode. U kom pravcu će se kretati talas kroz vodu? Koliki je ugao skretanja talasa prilikom prelamanja? Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c_1 = 340$ m/s, a u vodi $c_2 = 1560$ m/s.

476. Zvučni talas prostire se kroz šipku načinjenu od aluminijuma koja je presečena pod uglom $\theta = 45°$ **1**. Za koliki ugao će skrenuti zvučni talas prilikom prelamanja na površini preseka? Koristiti tablice na kraju knjige.

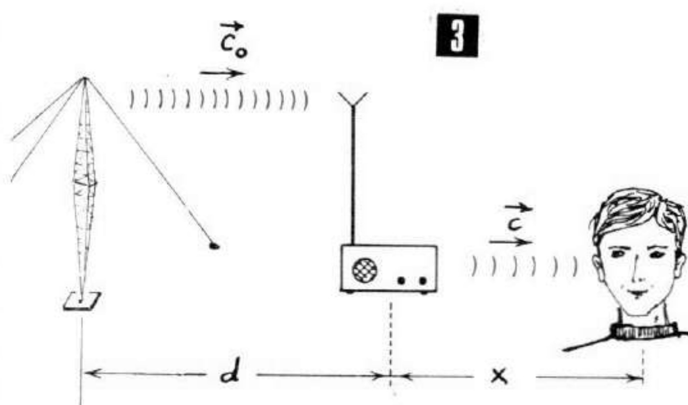


477. Koliki je granični ugao totalne refleksije za graničnu površinu vazduh—voda? Iz koje sredine zvučni talas treba da naiđe i pod kojim uslovima da bi se desila totalna refleksija? Koristiti tablice na kraju knjige.

478. Gvozdena i bakarna šipka su spojene kao na slici **2**. Krećući se kroz gvozdenu šipku, zvučni talas naiđe na bakarnu šipku, i na graničnoj površini gvožđe—bakar delimično se prelomi, a delimično reflektuje. Nacrtati put prelomljenog i reflektovanog zvučnog talasa. Izračunati prelomni i odbojni ugao ovih zrakova. Da li ovaj zvučni talas može da iziđe iz šipki ako se one nalaze u vazduhu? Koristiti tablice na kraju knjige.



479. Rastojanje prijemnika od radio-stanice iznosi $d = 100$ km **3**, dok rastojanje slušaoca od tog prijemnika iznosi x. Koliko treba da je rastojanje x da bi vreme prostiranja radio-talasa do prijemnika i vreme prostiranja zvučnog talasa do slušaoca bili jednaki? Brzina zvuka je $c = 335$ m/s, a radio-talasa $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s.



480. Gramofonska ploča se obrće ugaonom brzinom $\omega = 45$ ob/min, a igla se kreće po žlebu poluprečnika $r = 6$ cm. Na kojoj dužini žleba je zabeležen ton, frekvencije $\nu = 1000$ Hz, u trajanju jednog njegovog perioda?

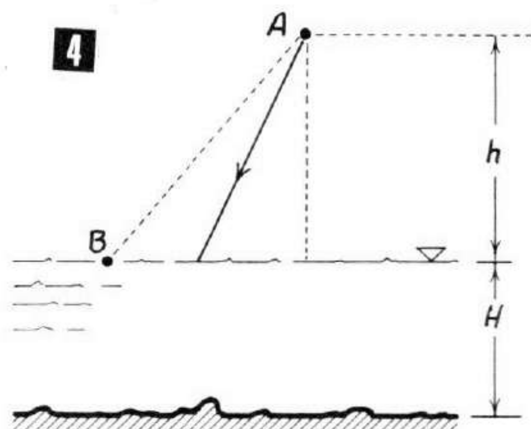
481. Tačkast zvučni izvor A se nalazi na visini $h = 10$ m iznad površine jezera **4** čija je dubina $H = 20$ m. Zvučni izvor proizvodi sferne zvučne talase koji se prostiru podjednako u svim pravcima.

a) Nacrtati put zvučnih talasa od zvučnog izvora do dna jezera.

b) Koliko će trajati prostiranje do dna jezera onog talasa koji se od zvučnog izvora prostire pod uglom $\theta = 10°$ prema normali?

c) Koliko će trajati prostiranje talasa do tačke B, koja je na udaljenosti $d = AB = 16$ m od zvučnog izvora, ali neposredno izpod slobodne površine vode?

Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c_1 = 340$ m/s a u vodi $c_2 = 1500$ m/s.



4*

JAČINA ZVUKA

482. Kolika je relativna jačina zvuka na pragu čujnosti, a kolika na granici bola?

483. Kada relativnoj jačini zvuka od 10 decibela odgovara relativna jačina od 10 fona?

484. Koja dva zvuka se razlikuju po relativnoj jačini za 10 decibela? Koliki je odnos njihovih amplituda?

485. Kolika je u vazduhu amplituda zvučnog talasa čija je jačina $I=10^{-4}\,\mathrm{W/m^2}$ i frekvencija $\nu=1$ kHz? Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c=340$ m/s, a gustina vazduha $\rho=1{,}29\ \mathrm{kg/m^3}$.

ZVUČNI IZVORI

486. Čelična žica, dužine $l=1$ m i mase $m=2$ g, zategnuta je silom intenziteta $F=20$ N. Ustanoviti kolika je:
a) brzina transverzalnog talasa po njoj,
b) frekvencija osnovnog tona, a kolika prva dva harmonika.

487. Čelična žica, dužine $l=0{,}5$ m i prečnika $d=0{,}1$ mm, zategnuta je tegom mase $m=15$ kg. Kolika je frekvencija osnovnog tona? Gustina čelika je $\rho=7\,800\ \mathrm{kg/m^3}$.

488. Kolikom silom je potrebno zategnuti čeličnu žicu, dužine $l=25$ cm i debljine $d=0{,}2$ mm, da bi njena osnovna frekvencija bila $\nu_0=435$ Hz? Gustina čelika je $\rho=7\,800\ \mathrm{kg/m^3}$.

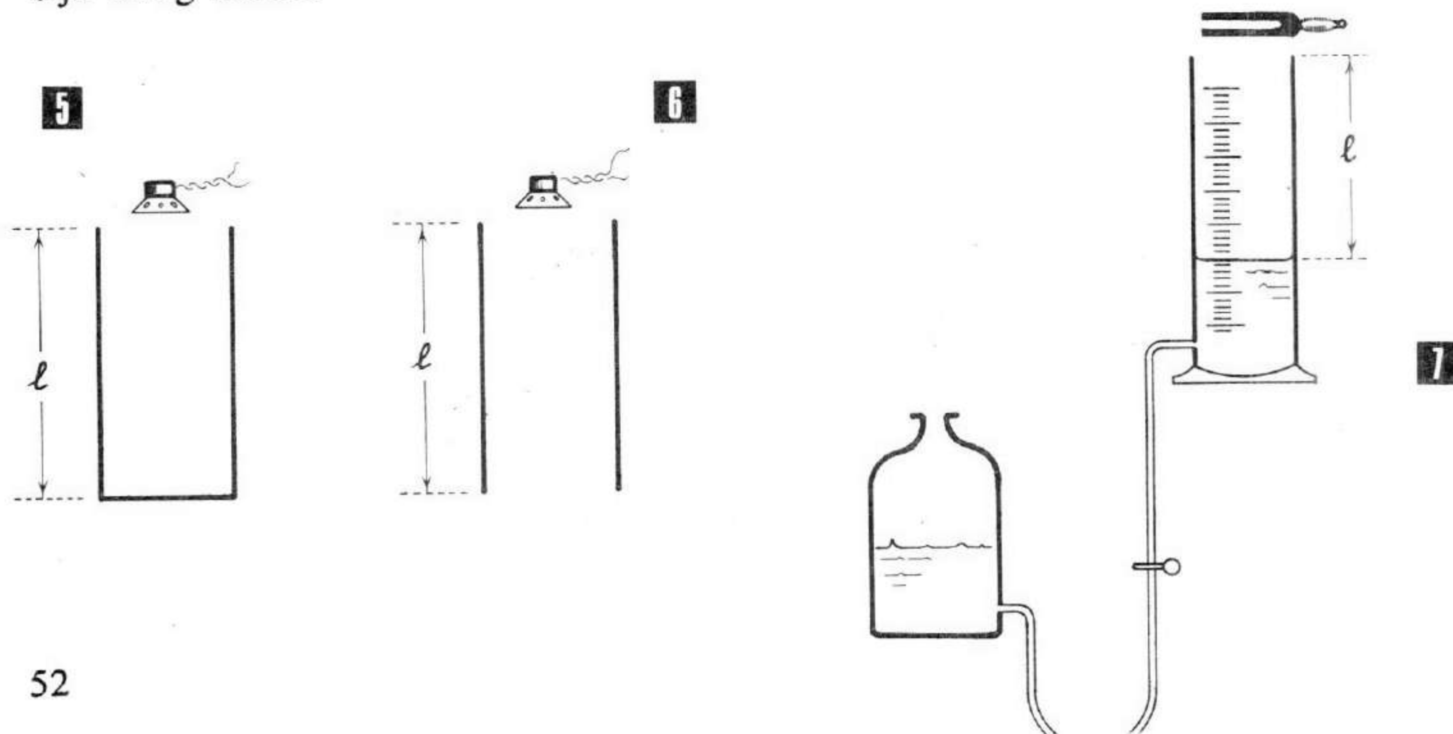
489. Staklena cev, dužine $l=0{,}25$ m, zatvorena je na jednom kraju, a ispred drugog kraja je postavljen zvučni izvor čija frekvencija može da se menja **5**. Pri kojim frekvencijama zvučnog izvora će vazdušni stub da stupi u rezonanciju? Uzeti da brzina zvuka u vazduhu iznosi $c=332$ m/s.

490. Staklena cev, dužine $l=0{,}6$ m, otvorena je na oba kraja **6**. Ispred jednog otvora postavljen je zvučni izvor čija frekvencija može da se menja. Pri kojim će sve frekvencijama vazdušni stub da stupi u rezonanciju? Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c=335$ m/s.

491. Frekvencija osnovnog tona zatvorene cevi na jednom kraju iznosi $\nu_0=150$ Hz. Kolika je dužina cevi? Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c=333$ m/s.

492. Kolika je dužina otvorene cevi ako je njena osnovna frekvencija $\nu_0=130{,}5$ Hz? Uzeti da je brzina zvuka u vazduhu $c=332$ m/s.

493. Ako se dužina vazdušnog stuba u zatvorenoj cevi na jednom kraju poveća za 10%, za koliko procenata će da se promeni osnovna rezonantna frekvencija ovog stuba?



494. Da bi se odredila brzina zvuka u vazduhu, izvrši se sledeći eksperiment. Menzura se napuni do vrha vodom i spoji, gumenim crevom, sa praznim balonom **7**. Pritiskom na štipaljku koja steže crevo, postepeno se preliva voda iz menzure u balon, a istovremeno se iznad menzure drži zvučni izvor (zvučna viljuška) stalne frekvencije $\nu=280$ Hz.

Kada pri ovome nivo vode u menzuri postane niži za $l=30$ cm od gornje ivice menzure, dolazi do prvog pojačanja zvuka (rezonancija pri osnovnoj frekvenciji). Kolika je brzina zvuka u vazduhu prema ovim podacima?

3. DOPLEROV EFEKAT

495. Voz kreće brzinom $v=72$ km/h po pravoj pruzi. Sirena lokomotive proizvodi zvuk frekvencije $\nu_0=300$ Hz. Kolika će da bude frekvencija zvuka koji čuje slušalac pored pruge kada mu se voz približava, a kolika kada se udaljava? Uzeti da je brzina zvuka $c=330$ m/s.

496. Frekvencija zvuka sirene automobila u toku približavanja slušaocu po pravom putu je $\nu_1=448$ Hz, a pri udaljavanju $\nu_2=426$ Hz. Kolika je:

a) brzina automobila,

b) frekvencija zvuka sirene?

Uzeti da je brzina zvuka $c=332$ m/s.

497. a) Frekvencija zvučnog izvora iznosi $\nu_0=1000$ Hz. Prema zvučnom izvoru kreće se slušalac brzinom $v=100$ m/s. Kolika će da bude frekvencija zvuka koji čuje slušalac u toku kretanja ka zvučnom izvoru, a kolika je u toku udaljavanja od njega?

b) Kolike su ove frekvencije kada se slušalac kreće brzinom $v=2c$? Uzeti da je brzina zvuka $c=340$ m/s.

498. a) Kojom brzinom bi trebalo da se slušalac približava zvučnom izvoru da bi se frekvencija primljenog zvuka povećala 2 puta?

b) Kolika bi bila frekvencija zvuka koji bi čuo slušalac kad bi se zvučni izvor udaljavao od slušaoca brzinom $v=c$, tj. istom brzinom kojom se prostire i zvuk?

499. Brodski ultrazvučni radar ima frekvenciju $\nu_0=35{,}00$ kHz. Krećući se prema obali, na brodu se registruju odbijeni zvučni talasi frekvencije $\nu''=36{,}55$ kHz. Kolika je brzina broda?

500. Dva voza kreću se jedan prema drugom brzinama $v_1=36$ km/h i $v_2=54$ km/h. Sirena prvog voza ima frekvenciju $\nu_0=400$ Hz. Kolika će da bude frekvencija zvuka sirene koju čuje mašinovođa drugog voza pre i posle susreta? Uzeti da je brzina zvuka $c=340$ m/s.

TOPLOTA

1. Termičko širenje čvrstih supstancija i tečnosti

501. Metalna šipka je načinjena od metala čiji je temperaturski koeficijent linearnog širenja $\alpha=30\ 1/MK$. Dužina šipke na temperaturi $t_1=0°C$ iznosi $l_0=75,500$ cm. Kolika je dužina ove šipke na temperaturi $t=80°C$?

502. Na temperaturi mržnjenja vode urezane su dve tanke crte na šipki načinjenoj od mesinga. Razmak ovih crta iznosio je $l_0=100,00$ cm. Međutim, razmak ovih crta na temperaturi ključanja vode (na standardnom pritisku) iznosio je $l=100,18$ cm. Koliki je temperaturski koeficijent linearnog širenja mesinga?

503. Telo je načinjeno od supstancije čiji je temperaturski koeficijent linearnog širenja $\alpha=15\ 1/MK$. Za koliko procenata se promene dimenzije tela (kolika je njihova relativna promena) kada se temperatura promeni za $\Delta T=20$ K?

504. Most preko reke načinjen je od delova (između dva stuba) dužine $l_1=75$ m. Postavljanje delova mosta izvršeno je na temperaturi $t_1=10$ °C. Koliki je razmak potrebno tada ostaviti između delova mosta, pod uslovom da se oni ne dodiruju prilikom najviših letnjih temperatura ($t_2=40$ °C)? Most je izgrađen od čelika čiji je temperaturski koeficijent linearnog širenja $\alpha=11\ 1/MK$.

505. Dužina ivica metalne kocke, na temperaturi $t_1=0$ °C, iznosi $a_0=5,00$ cm. Kocka se zatim zagreje do temperature $t_2=100$ °C (unošenjem u ključalu vodu). Temperaturski koeficijent linearnog širenja metala od koga je kocka izrađena iznosi $\alpha=20\ 1/MK$.

a) Za koliko se povećaju dužine ivica kocke pri zagrevanju?

b) Kolika je odgovarajuća promena površine i zapremine kocke?

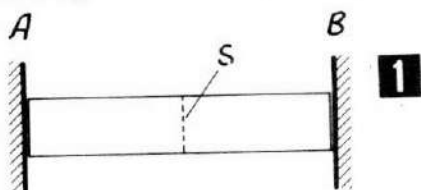
c) Kolika je odgovarajuća relativna promena gustine metala?

506. Gustina žive na temperaturi 0 °C iznosi $\rho_0=13\ 595$ kg/m^3. Kolika je gustina žive na temperaturi $t=25$ °C? Temperaturski koeficijent zapreminskog širenja žive iznosi $\gamma=18,1\ 1/MK$.

507. Temperaturski koeficijent linearnog širenja zlata, u temperaturskom intervalu od 0 – 200 °C, iznosi $\alpha=14,1\ 1/MK$. Koliki su odgovarajući temperaturski koeficijenti površinskog i zapreminskog širenja?

508. Izmereni atmosferski pritisak živinim barometrom je tačniji ako se uzme u obzir termičko širenje žive. Kolika se relativna greška čini ako se ne uzima u obzir ovo širenje?

509. Točak voza ima poluprečnik $r_0=1,00$ m pri temperaturi $t_0=0$ °C. Temperaturski koeficijent linearnog širenja metala točka je $\alpha=12\ 1/MK$. Kolika je razlika brojeva obrtaja točka leti pri temperaturi $t_1=25$ °C i zimi pri temperaturi $t_2=-25$ °C, na putu $s=100$ km?



510. Metalni štap AB **1** uklešten je između dve vertikalne ploče, i to tako da štap ne trpi značajan napon.

a) Koliki će da bude termički napon u štapu kada se on zagreje za $\Delta t=100$ °C? Jungov modul elastič-

nosti metala je $E_y=200$ GPa, a njegov temperaturski koeficijent linearnog širenja $\alpha=14$ 1/MK.

b) Kolikim silama će štap da deluje na ploče kojima je uklešten ako je površina poprečnog preseka štapa $S=50$ cm^2?

511. Bakarna žica ($E_y=120$ GPa; $\alpha=17,4$ 1/MK) zategnuta je između dve zgrade silama intenziteta $F=300$ N. Površina poprečnog preseka žice je $S=10$ mm^2.

a) Kolikim ukupnim naponom će da bude opterećena ova žica pri sniženju temperature vazduha za $\Delta t=25$ °C?

b) Koliki je tada intenzitet otporne sile oslonaca?

c) Pri kolikom sniženju temperature će žica da se prekine ako je napon kidanja bakra $\sigma_k=150$ MPa?

2. *Zakoni idealnih gasova*

512. U cilindru sa pokretnim klipom nalazi se gas pod pritiskom $p_1=0,1$ MPa. Koliki će da bude pritisak gasa ako se njegova zapremina izotermičkim sabijanjem smanji na 1/4 prvobitne zapremine?

513. Za koliko je potrebno povisti pritisak određene količine gasa da bi se njegova zapremina pri stalnoj temperaturi smanjila za 10%?

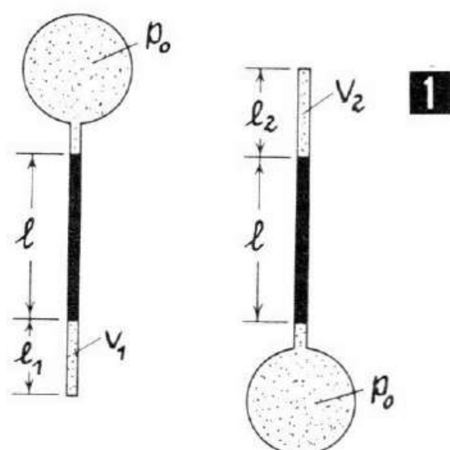
514. Cev, dužine $l=0,6$ m i površine poprečnog preseka $S=1\cdot10^{-4}$ m^2, zatvorena je na jednom kraju. Ova cev se zaroni otvorenim krajem vertikalno u vodu, tako da se njen otvor nalazi na dubini $h=0,5$ m. Kolika količina vode uđe u cev? Atmosferski pritisak iznosi 1013 mbar, a temperatura vazduha u cevi je stalna.

515. Količina vazduha, mase $m=50$ g, nalazi se u cilindru sa pokretnim klipom. Početna zapremina vazduha iznosi $V_1=3$ L, a pritisak $p_1=0,1$ MPa. Kolika će da bude gustina vazduha ako se on pomoću klipa sabije tako da se njegov pritisak povisi na $p_2=0,5$ MPa? Temperatura vazduha pri tome je stalna.

516. Imajući u vidu da je standardni pritisak $p^{\theta}=101\,325$ Pa, standardna temperatura $T^{\theta}=273,15$ K, a molarna zapremina na standardnim uslovima $V_m^{\theta}=0,022\,413\,8$ m^3/mol, odrediti vrednost molarne gasne konstante.

517. U sudu, sapremine $V_1=2$ m^3, nalazi se gas pod pritiskom $p_1=0,2$ MPa. Na sudu se otvori i naglo zatvori slavina, pri čemu pritisak opadne na $p_2=0,12$ MPa. Spoljašnji pritisak je $p_3=0,1$ MPa. Kolika je zapremina V_3 ispuštenog vazduha?

518. Na balon velike zapremine postavljena je staklena cev čiji je slobodni kraj zatopljen **1**. U cevi se nalazi živa. Dužina stuba žive je $l=10$ cm. Ako se balon postavi nagore (sl. *a*), onda je dužina vazdušnog stuba $l_1=5$ cm. Kada se balon okrene nadole (sl. *b*), dužina vazdušnog stuba je $l_2=6$ cm. Koliki je pritisak p_0 gasa u balonu?



519. U čeličnoj boci nalazi se vazduh na temperaturi $t_1=0$ °C i na pritisku $p_1=2$ MPa. Da li će boca da izdrži pritisak koji se uspostavi pri zagrevanju vazduha do temperature $t_2=100$ °C ako boca može da izdrži najviši pritisak $p_{max}=3$ MPa?

520. Neki gas se nalazi na temperaturi $t_1=27$ °C i na pritisku znatno nižem od atmosferskog. Za koliko je potrebno povisiti temperaturu gasa da bi se njegov pritisak povisio za 100%?

521. Pritisak gasa zatvorenog u nekom sudu iznosi $p_1=0{,}1$ MPa. Za koliko će da se povisi njegov pritisak ako mu se apsolutna temperatura povisi pet puta?

522. U zatvorenoj boci se nalazi vazduh. Njegova temperatura iznosi $T_1=$ $=273$ K, a pritisak $p_1=0{,}12$ MPa. Na kojoj će temperaturi pritisak vazduha da iznosi $p_2=0{,}4$ MPa?

523. U cilindru sa pokretnim klipom nalazi se gas. Temperatura gasa je $t_1=$ $=100$ °C, a zapremina $V_1=0{,}2$ m^3. Kolika će da bude zapremina gasa ako se on pri stalnom pritisku rashladi do temperature $t_2=0$ °C?

524. Odrediti gustinu vazduha na standardnom pritisku na temperaturi $t_1=$ $=273$ °C i $t_2=546$ °C. Gustina vazduha na standardnom pritisku i temperaturi (p^{θ} i T^{θ}) iznosi $\rho^{\theta}=1{,}29$ kg/m^3.

525. U cilindru sa pokretnim klipom, površine $S=500$ cm^2, nalazi se na temperaturi $t_1=20$ °C gas čija je zapremina $V_1=4$ L. Za koliko će da se pomeri klip ako se gas zagreje do temperature $t_2=100$ °C?

526. Meteorološki balon ima zapreminu $V_1=500$ cm^3 na temperaturi $t_1=27$°C i pritisku $p_1=1000$ mbar. Kolika je zapremina balona na visini gde je temperatura $t_2=-23$ °C i pritisak $p_2=10$ mbar?

527. U gumenom balonu nalazi se vazduh pod pritiskom $p_1=0{,}1$ MPa. Temperatura vazduha je $t_1=20$ °C, a gustina $\rho_1=1{,}22$ kg/m^3. Kolika će da bude gustina vazduha ako se balon popne na visinu gde je pritisak $p_2=3$ kPa, a temperatura $t_2=-43$ °C?

528. Na pritisku $p_1=0{,}12$ MPa i temperaturi $t_1=27$ °C zapremina gasa iznosi $V_1=100$ cm^3. Kolika je zapremina ovog gasa na pritisku $p_2=0{,}1$ MPa i temperaturi $t_2=0$ °C?

529. a) Kolika je zapremina V vazduha na temperaturi $t=200$ °C i pritisku $p=0{,}5$ MPa ako ista količina vazduha ima zapreminu $V_1=1$ L na temperaturi $t_1=40$ °C i pod pritiskom $p_1=0{,}2$ MPa?

b) Kolika je zapremina iste količine vazduha na temperaturi $t_0=0$ °C i pod standardnim pritiskom (101 325 Pa)? Kolika je masa ove količine vazduha?

530. Koliko molekula kiseonika se nalazi u sudu zapremine $V=5$ L? Kiseonik u sudu nalazi se pod pritiskom $p=0{,}2$ MPa i na temperaturi $t=27$ °C.

531. Kolika je gustina vodonika koji se nalazi pod pritiskom $p=0{,}254$ MPa i na temperaturi $t=27$ °C? Molarna gasna konstanta iznosi $R=8{,}31$ J/(mol·K), a molarna masa vodonika $M=0{,}002$ kg/mol.

532. Molarna masa kiseonika iznosi $M=0{,}032$ kg/mol. Koliko ima molekula u količini kiseonika čija je masa $m=16$ g?

533. Kolika je zapremina količine azota od 1 mol na temperaturi $t=27$ °C i pritisku $p=50$ kPa?

534. U zatvorenom sudu, zapremine $V=1$ L, nalazi se 1 L vode čija je temperatura $t=27$ °C. Koliki bi bio pritisak u sudu ako bi molekulske sile odjednom iščezle?

535. Kada se pri temperaturi $t_1=27$ °C staklena cev (zatvorena na jednom kraju) svojim otvorenim krajem potopi u živu, nivo žive se u njoj popne za $h=$ $=4$ cm iznad nivoa u sudu. Dužina dela cevi u kome se nalazi vazduh iznosi $l=80$ cm. Za koliko je potrebno povećati temperaturu vazduha u cevi da bi se nivo žive u njoj spustio do nivoa žive u sudu? Atmosferski pritisak iznosi $p_0=$ $=1000$ mbar.

3. Kalorimetrija

1. TOPLOTNA KAPACITIVNOST. SPECIFIČNA TOPLOTNA KAPACITIVNOST

536. a) Da li se može napisati da je $\Delta t = 2\ ^\circ C = 2\ K$, tj. ako se temperatura tela povisi za 2 °C, da li se ona povisi i za 2 K?
b) Da li se može napisati da je $J/(kg\cdot{}^\circ C) = J/(kg\cdot K)$?

537. Količina vode, mase $m = 100$ g, zagreje se od temperature $T_1 = 295$ K do temperature $T_2 = 325$ K. Kolika je količina toplote dovedena vodi? Specifična toplotna kapacitivnost vode iznosi $c = 4\,186$ J/(kg·K).

538. U praksi se specifična toplotna kapacitivnost često definiše i u odnosu na količinu supstancije u jediničnoj zapremini i naziva zapreminska toplotna kapacitivnost. Tako je, npr., poznato da je zapreminska toplotna kapacitivnost stakla $c' = 1930$ kJ/(m^3·K). Izračunati odgovarajuću specifičnu toplotnu kapacitivnost u J/(kg·K). Gustina stakla iznosi $\rho = 2\,500$ kg/m^3.

539. Kada se količini vode, mase $m = 1{,}2$ kg, dovede količina toplote $Q = 12{,}6$ kJ, njena temperatura se povisi do $t = 85$ °C. Kolika je početna temperatura vode?

540. Koliku je količinu toplote potrebno dovesti punoj bakarnoj lopti, poluprečnika $R = 10$ cm, da bi se njena temperatura povisila od $t_1 = -12$ °C do $t_2 = +172$ °C? Specifična toplotna kapacitivnost bakra iznosi $c = 380$ J/(kg·K), a gustina $\rho = 8\,900$ kg/m^3.

541. U toku nekog tehnološkog procesa potrebno je zagrejati svakog minuta količinu vode, mase $m = 20$ kg, od temperature $t_1 = 12$ °C do temperature $t_2 = 80$°C. Kolika je potrebna snaga grejača? Toplotne gubitke zanemariti.

542. Kolika je toplotna kapacitivnost količine vode čija je masa $m = 250$ g?

543. Kolika je toplotna kapacitivnost gvozdenog tela čija je masa $m = 0{,}5$ kg? Specifična toplotna kapacitivnost gvožđa iznosi $c = 460$ J/(kg·K).

544. Toplotna kapacitivnost tela koje se nalazi na temperaturi $t_1 = 100$ °C iznosi $C = 8{,}4$ kJ/K. Koliku će količinu toplote da oslobodi telo pri svom hlađenju do temperature $t_2 = 0$ °C?

545. Koliku je količinu toplote potrebno predati telu čija je toplotna kapacitivnost $C = 2{,}5$ kJ/K da bi se njegova temperatura povisila za $\Delta t = 40$ K?

546. Mermerni blok u obliku kocke, stranica $a = 0{,}4$ m, ima toplotnu kapacitivnost $C = 145$ kJ/K. Kolika je specifična toplotna kapacitivnost mermera ako se zna da je njegova gustina $\rho = 2\,700$ kg/m^3?

547. Toplotnu kapacitivnost $C = 260$ kJ/°C izraziti u J/°C i J/K.

548. U staklenom kalorimetarskom sudu, mase $m_1 = 80$ g, nalazi se količina vode, mase $m_2 = 420$ g, i bakarna mešalica, mase $m_3 = 20$ g. Kolika je toplotna kapacitivnost ovog sistema ako se zna da specifična toplotna kapacitivnost stakla iznosi $c_1 = 840$ J/(kg·K), vode $c_2 = 4\,190$ J/(kg·K) i bakra $c_3 = 380$ J/(kg·K)?

2. TERMIČKA RAVNOTEŽA

549. Telo načinjeno od bakra, mase $m_1 = 200$ g, zagreje se do temperature $t_1 = 100$ °C, pa se zatim unese u kalorimetar u kome se nalazi količina vode mase $m_2 = 150$ g i temperature $t_2 = 25$ °C. Kolika će da bude krajnja temperatura u kalorimetru (kada se izjednače temperature vode i tela)? Specifična toplotna kapacitivnost bakra iznosi $c_1 = 380$ J/(kg·K). Toplotne gubitke zanemariti. Smatrati da je toplotna kapacitivnost kalorimetra zanemarljiva.

550. Kolika je krajnja temperatura smeše količine vode, mase $m_1=400$ g i temperature $t_1=80$ °C, i količine alkohola, mase $m_2=150$ g i temperature $t_2=12$ °C? Specifična toplotna kapacitivnost alkohola iznosi $c=2\,430$ J/(kg·K).

551. U kalorimetarski sud sa količinom vode, mase $m_1=300$ g i temperature $t_1=60$ °C, unese se staklena kocka, mase $m_2=100$ g, čija je temperatura $t_2=20$ °C. Koliku će količinu toplote primiti kocka? Specifična toplotna kapacitivnost stakla iznosi $c_2=840$ J/(kg·K). Toplotna kapacitivnost kalorimetra može da se zanemari.

552. U sud sa vodom, čija je temperatura $t_1=20$ °C, a zapremina $V_1=3$ L, ubaci se gvozdeno telo, mase $m_2=250$ g, zagrejano do crvenog usijanja. Voda se pri tome zagreje za $\Delta t=10$ °C. Zanemarujući toplotne gubitke, masu vode koja pri ovome ispari i toplotnu kapacitivnost kalorimetra, odrediti temperaturu usijanog gvožđa. Specifična toplotna kapacitivnost gvožđa iznosi $c_2=460$ J/(kg·K).

3. SAGOREVANJE

553. Kolika se količina toplote oslobodi pri sagorevanju količine uglja, mase $m=10$ kg, čija je kalorična moć (specifična toplota sagorevanja) $q_s=20$ MJ/kg?

554. Kolika količina uglja, kalorične moći $q_s=15$ MJ/kg, treba da sagori da bi količina vode, mase $m=250$ g i temperature $t_1=50$ °C, isparila ključanjem na standardnom pritisku ($t_2=100$ °C)? Specifična toplota isparavanja vode iznosi $q_i=2{,}26$ MJ/kg.

555. Koliko električne energije (u MWh) može da se dobije od količine uglja mase $m=4$ t? Specifična toplota sagorevanja ovog uglja iznosi $q_s=11$ MJ/kg. Uzeti da je stepen korisnog dejstva termocentrale $\eta=0{,}30$.

556. U bakarnom kalorimetru, mase $m_1=1{,}5$ kg, izgori komad uglja, mase $m_2=3$ g, pri čemu se temperatura u kalorimetru povisi od $t_1=20$ °C do $t_1'=31$ °C. Kolika je specifična toplota sagorevanja uglja? Specifična toplotna kapacitivnost bakra iznosi $c=380$ J/(kg·K).

557. Koliko je potrebno utrošiti uglja, kalorične moći $q_s=20$ MJ/kg, da bi se istopila količina gvožđa, mase $m=100$ kg, čija je temperatura $t=10$ °C? Koristiti tablice na kraju knjige.

558. Koliki je stepen korisnog dejstva motora koji tokom vremena od jednog časa utroši količinu benzina, mase $m=1{,}5$ kg, a pri tom razvija srednju korisnu snagu $P_k=26$ kW? Specifična toplota sagorevanja benzina iznosi $q_s=46$ MJ/kg.

4. PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE

559. Kameni blok padne sa visine $h=5$ m. Za koliko će se povisiti njegova temperatura ako se njegova celokupna kinetička energija pretvori u unutrašnju energiju? Uzeti da specifična toplotna kapacitivnost kamena iznosi $c=1{,}04$ kJ/(kg·°C).

560. Veštački Zemljin satelit kreće se brzinom $v=8$ km/s. Za koliko će se povisiti temperatura satelita prilikom sudara ako se celokupna njegova kinetička energija pretvori u unutrašnju energiju? Uzeti da srednja specifična toplotna kapacitivnost supstancije od koje je izgrađen satelit iznosi $c=418$ J/(kg·K).

561. Krećući se brzinom $v=400$ m/s, metak mase $m=10$ g, uleti u vodu, gde se zaustavi. Celokupna energija metka se pri ovom pretvori u unutrašnju energiju. Za koliko se poveća unutrašnja energija ovog sistema?

562. Koliku je količinu toplote potrebno dovesti toplotnoj mašini, čiji je stepen korisnog dejstva $\eta=0,20$, da bi se njome digao teret, mase $m=400$ kg, na visinu $h=12$ m?

563. Motor, snage $P=14,7$ kW, ima stepen korisnog dejstva $\eta=0,60$. Polovinu gubitka snage čine toplotni gubici kroz zidove motora, dok se druga polovina odnosi na gubitke usled nesagorevanja. Hladnjak motora sadrži količinu vode zapremine 10 L. Za koje vreme će se povisiti temperatura ove vode za $\Delta t=60$ °C ako se pretpostavi da je ona toplotno izolovana od okoline?

564. Stepen korisnog dejstva parne mašine, korisne snage $P_k=22,3$ kW, iznosi $\eta=0,12$. Koliku količinu toplote utroši ova mašina u toku vremena od jednog časa?

565. Neka toplotna mašina troši svakog minuta količinu toplote $Q=1,88$ MJ, pretvarajući je u mehanički rad, sa stepenom korisnog dejstva $\eta=0,20$. Kolika je korisna snaga ove mašine ako je utrošak toplotne energije ravnomeran?

4. Promene agregatnih stanja

1. TOPLJENJE I OČVRŠĆAVANJE

566. U sudu se nalazi količina vode čija je zapremina $V=5$ L, a temperatura $t_1=3$ °C. U sud se zatim unese $m_2=500$ g leda temperature $t_2=0$ °C. Koliko leda će da se istopi u vodi? Specifična toplota topljenja leda iznosi $q_t=0,33$ MJ/kg.

567. U kalorimetarski sud načinjen od bakra, mase $m=100$ g, koji sadrži količinu vode mase $m_1=200$ g i temperature $t_1=4$ °C, ubaci se bakarno telo, mase $m_2=300$ g, čija je temperatura $t_2=-20$ °C.

a) Naći krajnju temperaturu t_s u kalorimetru.

b) Pokazati da se jedan deo vode pretvara u led ako ubačeno bakarno telo ima temperaturu $t_2'=-50$ °C. Izračunati masu m_x smrznute vode. Specifična toplota očvršćavanja vode (topljenja leda) iznosi $q_o=0,33$ MJ/kg, dok je specifična toplotna kapacitivnost vode $c_1=4\,186$ J/(kg·K), a bakra $c_2=380$ J/(kg·K).

568. Da bi se količini vode, zapremine $V=2$ L, temperatura snizila od $t_1=35$ °C do $t_2=15$ °C, u nju se ubacuju komadići leda čija je temperatura $t_3=0$ °C. Koliko je leda potrebno ubaciti u vodu? Specifična toplota topljenja leda iznosi $q_1=0,33$ MJ/kg.

569. Kocka leda, mase $m=0,1$ kg, nalazi se na temperaturi $t_1=-5$ °C. Kolika količina toplote treba da se dovede ledu da bi se od njega dobila voda temperature $t_2=95$ °C? Kako se menja temperatura u sudu u toku ravnomernog zagrevanja? Specifična toplotna kapacitivnost leda iznosi $c_1=2\,200$ J/(kg·K), a njegova specifična toplota topljenja $q_t=0,33$ MJ/kg.

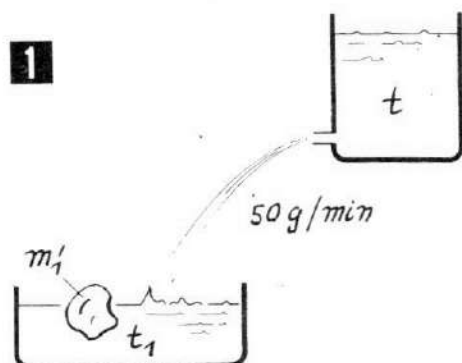
570. Prilikom proizvodnje leda u hladnjaku, temperatura vode se snizi od $t_1=16$ °C na $t_2=12$ °C za vreme $\tau_1=5$ min, a u toku narednog vremena $\tau_2=115$ min sva voda se zaledi. Kolika je specifična toplota topljenja leda?

571. U hladnjak se unese sud sa izvesnom količinom vode, čija je masa $m_1=200$ g, a temperatura $t_1=21$ °C. U toku ravnomernog hlađenja, od nje se dobije led temperature $t_2=-2$ °C. Koliku je količinu toplote hladnjak oduzeo vodi? Kako se menja temperatura vode u toku ravnomernog hlađenja? Specifična toplotna kapacitivnost leda iznosi $c_l=2\,200$ J/(kg·K), a specifična toplota topljenja $q_t=0,33$ MJ/kg.

572. Kalorimetarski sud, načinjen od mesinga, mase $m=550$ g, sadrži količinu leda, mase $m'=500$ g i temperature $t_1=-20$ °C. Ako se u kalorimetarski sud pusti mlaz vode **1** čija je temperatura $t=80$ °C, sa stalnim dotokom od $q=50$ g/min, za vreme $\tau=11{,}5$ min, led se potpuno pretvori u vodu, temperature $t_2=0$ °C. Specifična toplotna kapacitivnost mesinga iznosi $c=380$ J/(kg·K), a leda $c'=2090$ J/(kg·K).

a) Izračunati specifičnu toplotu topljenja leda q_t.

b) Posle koliko vremena τ' će temperatura kalorimetarskog sistema da iznosi $t_3=20$ °C? Kolika će tada da bude masa vode u kalorimetru?



c) U kalorimetar se zatim unese telo načinjeno od aluminijuma, mase $m_1=500$ g i temperature $t_1'=100$ °C, pošto se dotok tople vode prethodno obustavi. Krajnja temperatura sistema tada postane $t_2'=25{,}2$ °C. Kolika je prema ovim podacima specifična toplotna kapacitivnost c_1 aluminijuma?

d) Kada se isto telo od aluminijuma zagreje do temperature $t_1'=100$ °C i postavi u sud, zapremine $V=20$ L, koji sadrži idealni gas na standardnim uslovima, srednja temperatura u sudu se povisi do $t_3'=95{,}9$ °C. Izračunati molarnu toplotnu kapacitivnost C_m gasa u sudu. Koliki je tada pritisak p gasa? Molarna zapremina gasa pri standardnim uslovima iznosi $V_m=22{,}4$ L/mol.

573. Koliko dugo je potrebno da bude uključen električni grejač, snage $P=2$ kW, da bi se istopila količina zlata mase $m=1$ kg? Zlato se nalazi na temperaturi $t_1=20$ °C. Koristiti tablice na kraju knjige.

2. ISPARAVANJE I KONDENZOVANJE

574. Za koliko se razlikuje unutrašnja energija količine zasićene vodene pare, mase $m=1$ kg, čija je temperatura 100 °C, a pritisak 0,1 MPa i iste mase vode koja ključa?

575. Za koliko se razlikuje unutrašnja energija količine leda, mase $m=1$ kg, koji se nalazi na temperaturi 0°C i iste mase zasićene vodene pare temperature 100 °C? Specifična toplota topljenja leda iznosi $q_t=0{,}33$ MJ/kg, a specifična toplota isparavanja vode $q_i=2{,}26$ MJ/kg.

576. U otvorenom sudu se nalazi količina vode zapremine $V=5$ L i temperature $t_1=15$ °C. Koliku je količinu toplote potrebno dovesti ovoj količini vode da bi isparila? Kako se menja temperature vode u toku ravnomernog zagrevanja?

577. Komad leda, mase $m=100$ g, nalazi se na temperaturi $t_1=-5$ °C. Koliku je količinu toplote potrebno dovesti ledu da bi se od njega dobila vodena para pod standardnim pritiskom? Kako se menja temperatura u sudu u toku ravnomernog zagrevanja? Specifična toplotna kapacitivnost leda iznosi $c_l=2\,090$ J/(kg·K), a njegova specifična toplota topljenja $q_t=0{,}33$ MJ/kg, dok je specifična toplota isparavanja vode $q_i=2{,}26$ MJ/kg.

578. U sudu se nalazi količina vode, zapremine $V=1$ L, po kojoj plivaju komadi leda ukupne mase $m_2=50$ g. Voda sa ledom ravnomerno se zagreva pomoću električnog grejača, snage $P=500$ W.

a) Posle koliko vremena će voda početi da ključa ako se nalazi pod standardnim pritiskom?

b) Za koje vreme će sva voda da ispari?

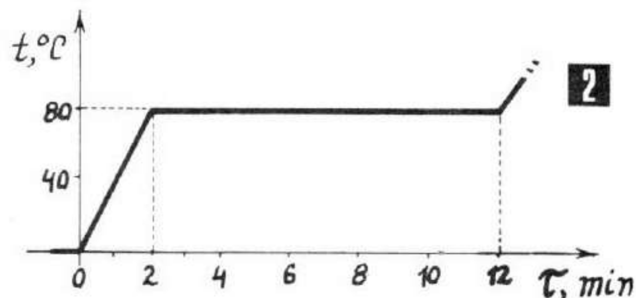
Specifična toplota topljenja leda iznosi $q_t=0{,}33$ MJ/kg, a specifična toplota isparavanja vode $q_i=2{,}26$ MJ/kg.

579. U kalorimetarskom sudu se nalazi nepoznata tečnost, mase $m=0{,}5$ kg i temperature $t=0$ °C. U ovu tečnost se zaroni električni grejač, snage $P=1$ kW, posle čega njena temperatura počne da se povišava. Dijagram promene temperature ove tečnosti u toku zagrevanja je na slici **2**. Na osnovu njega i datih podataka odrediti za ovu tečnost:

a) specifičnu toplotnu kapacitivnost,

b) temperaturu ključanja,

c) specifičnu toplotu isparavanja.



580. Etar se pomoću pumpice unosi u barometarsku cev koja je izvrnuta u sud sa živom. Pri tome je visina živinog stuba u cevi $h=65$ cm, a atmosferski pritisak $p_a=1000$ mbar.

a) Koliki je pritisak p_x pare etra u barometarskoj cevi?

b) Usled spuštanja cevi u sud sa živom nivo žive se nađe na visini $h'=50$ cm, pri čemu je para etra još nezasićena. Za koliko procenata se smanji zapremina etra u cevi?

c) Daljim uvlačenjem barometarske cevi u sud sa živom, zapremina se sve više smanjuje do trenutka pojave etra u tečnom stanju na površini žive. Ako je poznato da maksimalan pritisak pare etra iznosi $p_m=49$ kPa, kolika je onda visina h'' žive u cevi? Šta se primećuje pri daljem uvlačenju barometarske cevi u sud?

d) Ako se izvesno vreme kroz spiralno savijenu cev smeštenu u kalorimetar, toplotne kapacitivnosti $C=2{,}32$ kJ/°C, uvodi zasićena para etra ($t=34{,}6$°C) pod atmosferskim pritiskom, nastaće kondenzovanje pare etra u spiralnom delu cevi. Početna temperatura kalorimetarskog sistema iznosi $t_1=15$ °C, a krajnja $t_2=18{,}6$ °C. Masa etra kondenzovanog u spiralnoj cevi iznosi $m=20$ g.

Kolika je specifična toplota isparavanja etra q_i? Specifična toplotna kapacitivnost etra iznosi $c=2\,340$ J/(kg·K).

3. VLAŽNOST VAZDUHA

581. U sobi, dimenzija $2\times4\times2{,}5$ m³, ispari količina vode, mase $m=100$ g. Kolika je relativna vlažnost vazduha u sobi ako je pre toga temperatura vazduha bila 0 °C?

582. Koliko vodene pare sadrži vazduh u sobi, zapremine $V=50$ m³, na temperaturama -5 °C, 0 °C i 20 °C, ako je vodena para zasićena?

583. Temperatura vazduha je 20 °C, a temperatura na kojoj bi vodena para bila zasićena iznosi 15 °C. Kolika je apsolutna, a kolika relativna vlažnost vazduha?

584. Relativna vlažnost vazduha iznosi $\delta=70\%$, a temperatura 17 °C. Kolika je odgovarajuća apsolutna vlažnost?

585. Kolika je temperatura rose vazduha čija je relativna vlažnost $\delta=90\%$ i temperatura 22 °C?

586. Da li je vazduh »suvlji« kada je njegova apsolutna vlažnost $\rho_1=6$ g/m³, a nalazi se na temperaturi 25 °C ili kada mu je apsolutna vlažnost $\rho_2=1{,}68$ g/m³, a nalazi se na temperaturi 2 °C?

587. Na temperaturi 20 °C u prostoriji, zapremine 100 m³, vodena para je zasićena. Koliko će vodene pare da se kondenzuje u vidu magle ako se temperatura u prostoriji snizi na 10 °C?

588. Na temperaturi 24 °C relativna vlažnost vazduha iznosi 60%. Da li će da padne rosa ako se temperatura snizi na 10 °C?

589. Na površini mora relativna vlažnost vazduha iznosi 90%, a temperatura 28 °C. Na kojoj temperaturi može da se očekuje pojava magle?

590. Na temperaturi 10 °C relativna vlažnost u prostoriji iznosi 100%. Kolika će da bude relativna vlažnost u ovoj prostoriji na temperaturi 30 °C?

5. *Toplotne mašine*

591. Parni cilindar ima klip poluprečnika $r=25$ mm sa hodom $\Delta l=50$ cm. Koliki rad se izvrši u toku jednog pomeranja klipa ako u cilindar ulazi para pod pritiskom $p=2$ MPa?

592. U cilindar parne mašine ulazi para pod pritiskom $p=2$ MPa. Koliki rad izvrši para u jednom ciklusu ako korisna zapremina cilindra iznosi $V=0,2\ m^3$?

593. Temperatura grejača toplotne mašine iznosi $T_1=400$ K, a hladnjaka $T_2=290$ K. Koliki je stepen korisnog dejstva ove mašine ako se pretpostavi da je ona idealna toplotna mašina?

594. Temperatura vazduha na Arktiku iznosi $t_1=-35$ °C, a vode $t_2=+1$ °C. Koliki bi bio stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine čiji bi se grejač i hladnjak nalazili na ovim temperaturama?

595. Idealna toplotna mašina troši svakog vremenskog intervala od 1 s količinu toplote $Q_1=6,3$ MJ, a hladnjak prima količinu toplote $Q_2=3,35$ MJ. Kolika je korisna snaga ove mašine?

596. Termocentrala, snage $P=150$ MW, ima stepen korisnog dejstva $\eta=0,30$. Za zagrevanje vode u parnim kotlovima koristi se mrki ugalj, kalorične moći $q_s=13$ MJ/kg. Koliko je uglja potrebno obezbediti za jednogodišnji rad ove centrale?

597. U parnu turbinu ulazi para brzinom $v_1=450$ m/s, a iz nje izlazi brzinom $v_2=250$ m/s. Masa pare koja uđe u turbinu svake sekunde iznosi $m=5$ kg. Kolika je snaga turbine? Koliki je njen stepen korisnog dejstva?

598. Parna turbina, korisne snage $P_k=295$ kW, ima stepen korisnog dejstva $\eta=0,30$. Koliko pare ulazi svakog vremenskog intervala od 1 s u turbinu ako je njena brzina na ulazu $v_1=500$ m/s?

599. Kolika je cena 1 kWh električne energije ako se ona dobija iz dizel-električnog agregata, stepena korisnog dejstva $\eta=0,70$, ukoliko on troši gorivo čija je kalorična moć $q_s=37,6$ MJ/kg? Uzeti da je cena goriva 3 dinara / kg.

600. Na osnovu Karnoovog ciklusa zaključiti zašto stepen korisnog dejstva parnih mašina ne može da bude nikada jednak jedinici.

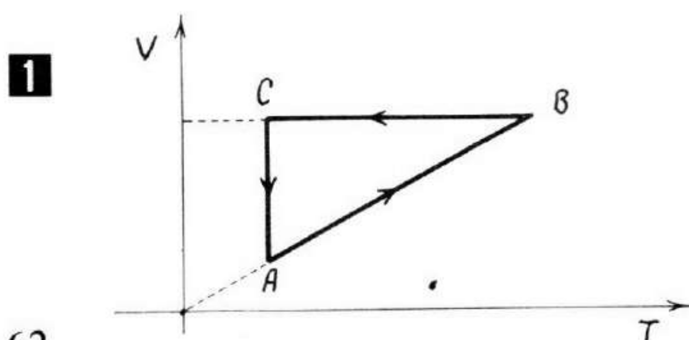
601. Kružni proces ABC gasa prikazan je na slici **1**.

a) Nacrtati odgovarajući p-V dijagram.

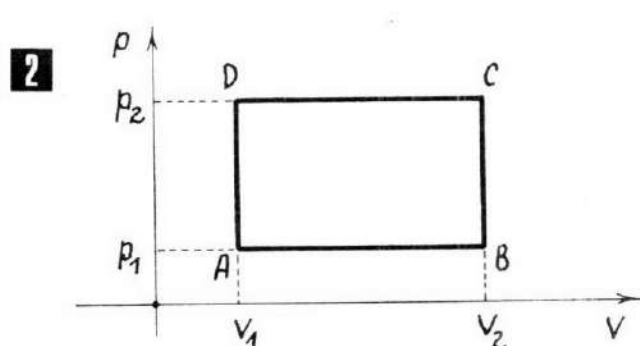
b) Ustanoviti pri kojim se delovima ovog kružnog procesa gasu dovodi energija, a pri kojima se odvodi.

602. Na p-V dijagramu **2** prikazan je kružni proces ABCD gasa. Opisati ovaj kružni proces i izračunati rad gasa ako je $T_A=300$ K, $T_B=400$ K, $T_C=500$ K, a količina gasa $n=2$ mol.

1



2



ELEKTRICITET

1. Električno polje

1. NAELEKTRISANJE TELA. KULONOV ZAKON

603. Da li naelektrisanje neke čestice može da bude $q=0{,}48$ aC?

604. Neko telo ima višak od $N=10^6$ elektrona. Koliko je i kakvo naelektrisanje ovog tela?

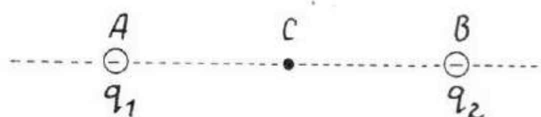
605. Kolikom Kulonovom silom jezgro atoma vodonika privlači elektron ako je poluprečnik orbite elektrona $r=0{,}05$ nm? Permitivnost vakuuma (električna konstanta) iznosi $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}$.

606. Dva tačkasta tela naelektrisana su količinama elektriciteta $q_1=-120$ nC i $q_2=+60$ nC. Kolika je i kakva sila uzajamnog dejstva između ovih tela ako se ona nalaze na međusobnom rastojanju $r=0{,}1$ m? Gravitacionu silu zanemariti. Tela se nalaze u vazduhu čija je permitivnost $\varepsilon\approx\varepsilon_0$.

607. a) Rastojanje između središta dve naelektrisane lopte iznosi $d=20$ m. Kolika je sila uzajamnog dejstva ovih lopti ako su njihova naelektrisanja $q_1=2\ \mu$C i $q_2=10\ \mu$C? Lopte se nalaze u vazduhu ($\varepsilon\approx\varepsilon_r$).
b) Da li se može izračunati sila uzajamnog dejstva dva nepravilna naelektrisana tela?

608. Dva jednaka tačkasta i istoznačna naelektrisanja (q_1 i q_2) nalaze se u tačkama A i B **1**. Šta će biti sa naelektrisanjem q_3 koje se postavi u tačku C na sredini između ovih naelektrisanja? Da li će ono da bude u stabilnoj ili labilnoj ravnoteži?

1



609. Na jednoj pravoj nalaze se dva tačkasta naelektrisanja, $q_1=+6$ nC i $q_2=+2$ nC. Gde je potrebno postaviti treće naelektrisanje $-q_3$ da bi ono bilo u ravnoteži? Kakva će biti ova ravnoteža?

610. Dva tačkasta naelektrisanja, $q_1=+20$ nC i $q_2=-60$ nC, nalaze se na rastojanju $r=1$ m. Kolika Kulonova sila deluje na naelektrisanje $q_3=+3$ nC, koje se nalazi na sredini između naelektrisanja q_1 i q_2? Naelektrisanja se nalaze u vazduhu.

611. Na temenima kvadrata nalaze se jednake tačkaste količine elektriciteta $+q$. Šta će biti sa naelektrisanjima $+q_1$ i $-q_1$ kada se postave u težište ovog kvadrata?

612. Tri tačkaste količine elektriciteta, $q_1=+100$ nC, $q_2=-100$ nC, $q_3=-300$ nC, nalaze se na temenima jednakostraničnog trougla, stranica $a=20$ cm. Odrediti intenzitet, pravac i smer rezultujuće električne sile kojom naelektrisanja q_1 i q_2 deluju na naelektrisanje q_3. Sva tri naelektrisanja se nalaze u vazduhu.

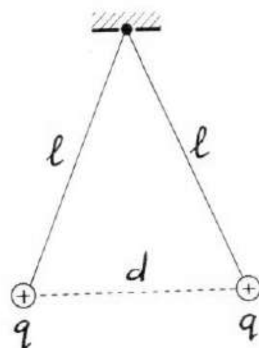
613. Četiri tačkasta naelektrisanja, $q_1=-100$ nC, $q_2=+300$ nC, $q_3=-100$ nC, $q_4=+400$ nC, nalaze se na temenima kvadrata, stranica $a=10$ cm, i to u vazduhu. Kolika je i u kom pravcu deluje rezultujuća električna sila na naelektrisanje q_4? Kada bi intenzitet ove sile bio jednak nuli?

614. Kuglica, mase $m=8$ g, naelektrisana je količinom elektriciteta $q_1=98$ nC. Kada se na visini h iznad kuglice postavi naelektrisanje $q_2=1$ μC, dinamometar o kome visi kuglica pokazuje silu čiji je intenzitet $F=73$ mN. Kolika je visina h i kakav znak ima naelektrisanje q_2? Ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se vrši merenje iznosi $g=9{,}80$ m/s^2.

615. Naelektrisana kuglica, mase $m=10$ g, visi o dinamometru. Pokazivanje dinamometra postane za 50% manje kada se ispod ove kuglice postavi druga kuglica, iste mase i naelektrisanja. Visinska razlika između njih je $h=0{,}2$ m. Koliko je i kakvo naelektrisanje ovih kuglica? Ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se vrši merenje iznosi $g=9{,}81$ m/s^2.

616. Dve kuglice jednakih masa ($m=20$ g) i naelektrisanja, vise o koncima jednakih dužina ($l=0{,}5$ m). Konci su privezani na istom mestu, a zaklapaju ugao $\alpha=30°$. Kolika su naelektrisanja kuglica ako se one nalaze u vazduhu?

2



617. Dve kuglice jednakih masa ($m=10$ g) i naelektrisanja, vise o koncima jednakih dužina ($l=0{,}3$ m) **2**. Kolika su ova naelektrisanja ako se kuglice posle uspostavljanja ravnoteže nalaze na rastojanju $d=0{,}2$ m? Ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se vrši merenje iznosi $g=9{,}79$ m/s^2.

618. Dve metalne kuglice obešene su o istu tačku neprovodnim nitima jednakih dužina. Kuglice su naelektrisane jednakim količinama elektriciteta q i nalaze se na rastojanju $d=5$ cm, zanemarljivo malom u odnosu na dužinu niti.

a) Šta će se desiti posle razelektrisanja jedne kuglice?

b) Kolika će da bude međusobna udaljenost kuglica posle ovoga?

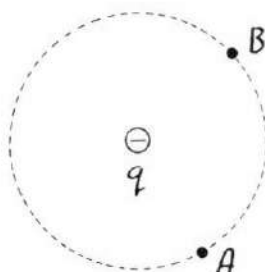
619. Na temenima kvadrata, stranica a, nalaze se istoimene tačkaste količine elektriciteta $+q$. Koliku je količinu elektriciteta negativnog znaka potrebno postaviti u tačku koja se nalazi u preseku dijagonala kvadrata da bi rezultujuća sila koja deluje na svako naelektrisanje bila jednaka nuli?

2. KARAKTERISTIKE ELEKTRIČNOG POLJA

JAČINA ELEKTRIČNOG POLJA

620. Kolika je jačina električnog kulonovskog polja kojeg stvara naelektrisanje $q=0{,}1$ μC na udaljenosti $r=0{,}2$ m od njega? Kakav pravac i smer ima ovo polje? Naelektrisanje se nalazi u ulju relativne permitivnosti $\varepsilon_r=4$.

3



621. Da li je u tačkama A i B **3** jačina električnog polja jednaka? Nacrtati vektor jačine električnog polja u tim tačkama.

622. Na kojoj će udaljenosti od tačkastog naelektrisanja $q=2$ μC jačina električnog kulonovskog polja da bude $E=10^5$ N/C? Naelektrisanje se nalazi u vazduhu.

623. Tačkasto naelektrisanje $q=100$ nC nalazi se u homogenom električnom polju. Kolika je jačina ovog polja ako ono na naelektrisanje deluje silom intenziteta $F=50$ μN?

624. Jačina homogenog električnog polja je $E=600$ N/C. Kolikom silom deluje ovo polje na elektron? Kakav smer ima ova sila?

625. Jačina električnog polja između dve naelektrisane ravne i paralelne ploče određena je izrazom $E=U/d$, gde je U — napon između ploča, d — njihovo rastojanje. Imajući u vidu ovu relaciju, izvesti odgovarajuću jedinicu za jačinu električnog polja.

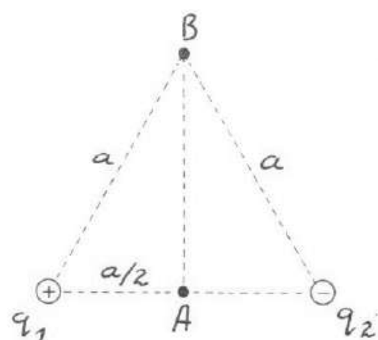
626. Izraziti jačinu električnog polja $E=0{,}2$ kN/C u V/m.

627. Poznato je da jezgro atoma helijuma sadrži dva protona i dva neutrona. Kolika je jačina kulonovskog polja jezgra na orbiti, poluprečnika $r=50$ pm, po kojoj se kreće elektron?

628. Poznato je da jačina električnog polja na površini Zemlje iznosi $E=130$ N/C. Kolikom (negativnom) količinom elektriciteta je naelektrisana Zemlja ako se zna da je njen poluprečnik $R=6370$ km?

629. Metalna lopta, poluprečnika $R=10$ cm, naelektrisana je količinom elektriciteta $q=0{,}4$ μC. Kolika je jačina električnog polja na površini lopte, a kolika na udaljenosti $r=2R$ od njenog središta? Lopta se nalazi u vazduhu ($\varepsilon\approx\varepsilon_0$).

630. U nenaelektrisanu šuplju loptu, poluprečnika $r=30$ cm, unese se kuglica naelektrisana količinom elektriciteta $q=0{,}1$ μC. Kolika će da bude jačina električnog polja u lopti, a kolika na njenoj površini?



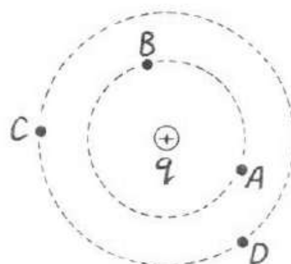
631. Dve količine elektriciteta, $q_1=+100$ nC i $q_2=-100$ nC, nalaze se na rastojanju $a=40$ cm, u vazduhu **4**. Kolika je jačina rezultujućeg električnog polja u tački A, koja se nalazi na sredini između njih, a kolika u tački B, koja se nalazi na trećem temenu jednakostraničnog trougla, stranica a?

632. Matematičko klatno, čija kuglica ima masu $m=1$ g, nalazi se u električnom polju kondenzatora, čije su ploče ravne i u horizontalnom položaju. Period oscilovanja klatna, kada kondenzator nije naelektrisan, iznosi $T_1=0{,}628$ s. Ako se kuglica klatna naelektriše pozitivno, pa se pozitivan pol električnog izvora veže za gornju a negativan pol za donju ploču, tada period oscilovanja iznosi $T_2=0{,}314$ s. Kolika električna sila deluje na kuglicu klatna?

633. Mehurić sapunice, poluprečnika $r=2$ mm, naelektrisan je količinom elektriciteta $q=0{,}16$ nC. Masa mehurića zajedno sa vazduhom u njemu iznosi $m=45$ μg. Mehurić se nalazi u mirovanju između ravnih horizontalnih ploča kondenzatora, koje su na rastojanju $d=3$ cm. Kolika je potencijalna razlika između ploča ovog kondenzatora? Gustina vazduha je $\rho=1{,}2$ kg/m³. Ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se nalazi kondenzator iznosi $g=9{,}81$ m/s².

ELEKTRIČNI POTENCIJAL

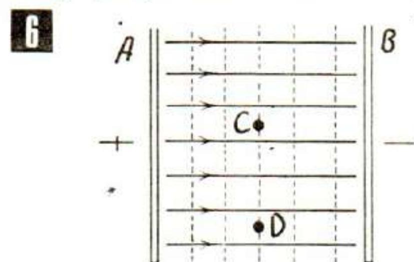
634. Koliki je potencijal električnog kulonovskog polja, tačkastog naelektrisanja $q=+50$ nC, u tačkama koje su udaljene za $r_1=10$ cm i $r_2=20$ cm od njega? Koliki je napon između ovih tačaka? Tačke se nalaze u vazduhu.



635. Potencijali kulonovskog polja u tačkama A i C **5** iznose $\varphi_A=+30$ V i $\varphi_C=+10$ V. Koliki je napon između tačaka A i B, a koliki između tačaka A i C?

636. Na slici **6** prikazane su linije sile i ekvipotencijalne površine električnog polja između dve paralelne naelektrisane ploče. Razlika njihovih potencijala iznosi $U=100$ V.

6



a) Koji znak ima napon između ploča A i B?

b) Koliki je napon između ploče A i tačke C, a koliki između ploče B i tačke C?

c) Koliki je napon između tačaka C i D, odnosno između tačaka D i C?

637. Metalna lopta, poluprečnika $R=0{,}2$ m, naelektrisana je količinom elektriciteta $q=0{,}01$ μC. Koliki je napon između tačke na površini lopte i tačke koja je udaljena za $x=R$ od njene površine? Lopta se nalazi u vazduhu.

638. Na udaljenosti $r=50$ cm od tačkastog naelektrisanja potencijal električnog polja iznosi $\varphi=300$ V. Koliko je ovo naelektrisanje i kolika je jačina električnog polja u datoj tački? Naelektrisanje se nalazi u vazduhu.

639. Napon između dve tačke kulonovskog polja, naelektrisanja $q=20$ nC, iznosi $U=300$ V. Tačke se nalaze na radijalnom rastojanju $d=10$ cm. Koliki je odnos:

a) rastojanja ovih tačaka od tela,

b) jačina električnog polja u njima?

640. Koliki je potencijal metalne lopte, zapremine $V=33{,}5$ dm^3, koja je naelektrisana količinom elektriciteta $q=0{,}1$ μC? Lopta se nalazi u vazduhu.

641. Potencijal površine metalne lopte iznosi $\varphi=30$ V, a jačina električnog polja na njoj $E=50$ N/C. Koliki je poluprečnik lopte? Lopta se nalazi u vazduhu.

642. Koliki je napon između dve naelektrisane paralelne ploče, koje se nalaze na rastojanju $d=3$ cm, ako jačina (homogenog) električnog polja između njih iznosi $E=3$ kV/m?

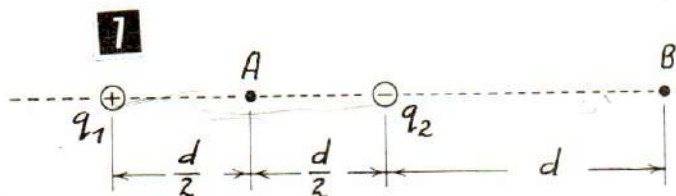
643. Rastojanje između dve susedne ekvipotencijalne površine homogenog električnog polja iznosi $d=1$ cm, a razlika njihovih potencijala $U=10$ V. Kolika je jačina ovog polja?

644. Rezultujuća jačina električnog polja u nekoj tački dobija se kao vektorski (geometrijski) zbir jačina pojedinih polja, jer je električno polje vektor, dok se rezultujući potencijal u toj istoj tački dobija algebarskim sabiranjem potencijala pojedinih naelektrisanja, s obzirom na to što je potencijal skalarna veličina. Ovo ilustrovati primerima.

3. RAD U ELEKTRIČNOM POLJU

645. Dva tačkasta naelektrisanja, $q_1=+2$ nC i $q_2=-4$ nC, nalaze se na rastojanju $d=0{,}6$ m u vazduhu **7**.

7



a) Koliki je rezultujući potencijal ovog kulonovskog polja u tački A, koja se nalazi na sredini između ovih naelektrisanja, a koliki u tački B, koja se nalazi na udaljenosti d od naelektrisanja q_2?

b) Kolika je rezultujuća jačina električnog polja u ovim tačkama?

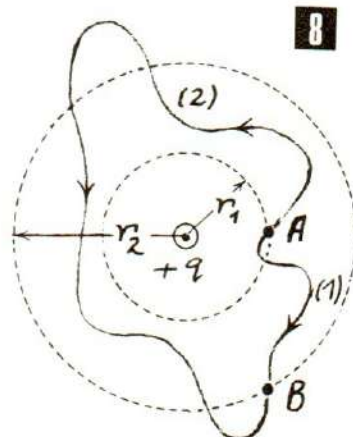
646. Koliki se rad utroši za pomeranje količine elektriciteta q_1 iz tačke (1) u tačku (2) električnog polja, tačkastog naelektrisanja q_2? Tačke (1) i (2) nalaze se na radijalnom rastojanju r_1 i r_2 od naelektrisanja q_2.

647. Koliki je rad potrebno uložiti da bi se tačkasto naelektrisanje $q=50$ mC dovelo iz beskonačnosti u neku tačku električnog polja čiji je potencijal $\varphi=1$ V?

648. Koliku energiju dobije telo naelektrisano količinom elektriciteta $q=3{,}2\,\text{fC}$ kada se ubrza potencijalnom razlikom $U=100\,\text{kV}$?

649. Elektron se ubrza potencijalnom razlikom $U=2\,\text{MV}$. Kolika je energija ovog elektrona?

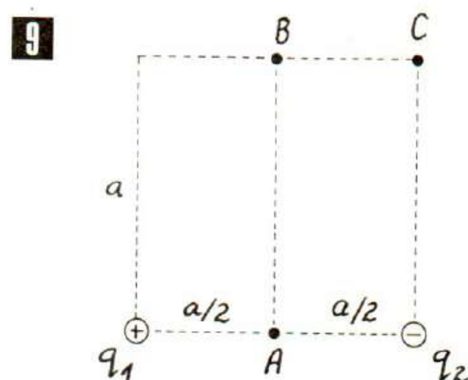
650. Koliki rad je potrebno uložiti da bi elektron prešao sa naelektrisanog tela čiji je potencijal $\varphi_1=0$ na telo čiji je potencijal $\varphi_2=-1000\,\text{V}$?



651. Koliku kinetičku energiju treba da ima elektron da bi u električnom polju, nasuprot dejstvu električne sile, prešao put čije se krajnje tačke nalaze na potencijalnoj razlici $U=10\,\text{kV}$?

652. Kolika je potencijalna razlika dve tačke električnog polja ako se za pomeranje količine elektriciteta $q=20\,\text{C}$ između njih utroši rad $A=120\,\text{J}$ na savlađivanje električnih sila?

653. Da li se troši energija za kretanje elektrona na orbiti atoma?

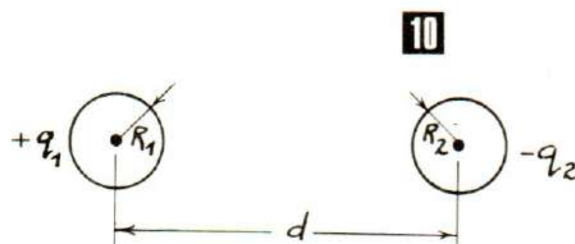


654. Na slici **8** su prikazane dve tačke (A i B) električnog polja, tačkastog naelektrisanja $q_1=+2\,\text{nC}$, koje se nalaze na udaljenosti $r_1=20\,\text{cm}$ i $r_2=40\,\text{cm}$ od naelektrisanja.

a) Koliki je rad potrebno uložiti za pomeranje tačkastog naelektrisanja $q_2=-4\,\text{nC}$ iz tačke A u tačku B?

b) Da li će se uložiti isti rad ako se naelektrisanje pomera po putanjama (1) i (2)?

655. Dva tačkasta naelektrisanja **9**, $q_1=+100\,\text{nC}$ i $q_2=-100\,\text{nC}$, nalaze se na rastojanju $a=1\,\text{m}$ u vazduhu. Koliki je rad potrebno uložiti za pomeranje tačkastog naelektrisanja $q_3=50\,\text{nC}$ po putanji AB, a koliki po putanji BC?



656. Dve metalne lopte jednakih poluprečnika, $R_1=R_2=R=0{,}1\,\text{m}$ **10**, naelektrisane su količinama elektriciteta $q_1=+1\,\text{nC}$ i $q_2=-2\,\text{nC}$. Lopte se nalaze na rastojanju $d=1\,\text{m}$.

a) Koliki je potencijal na površini svake lopte ako se zanemari njihov međusobni uticaj?

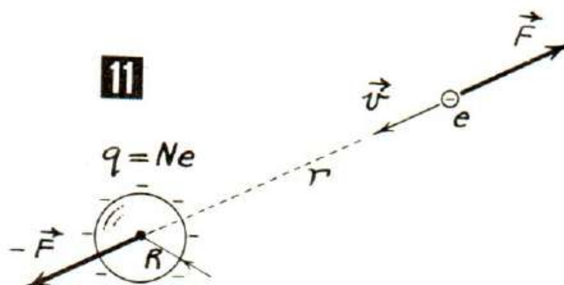
b) Koliki će rad izvršiti električne sile ako se dozvoli kretanje lopti do njihovog dodirivanja?

c) Koliki će tada da bude potencijal svake lopte?

d) Koliki je rad potrebno uložiti da bi se one vratile u prvobitni položaj?

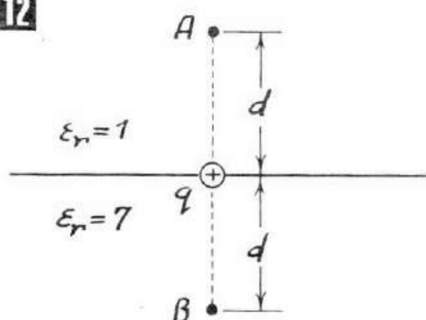
e) Šta bi se desilo kada bi se lopte spojile metalnim provodnikom?

f) Šta bi se desilo kada bi se jedna od lopti spojila sa Zemljom?

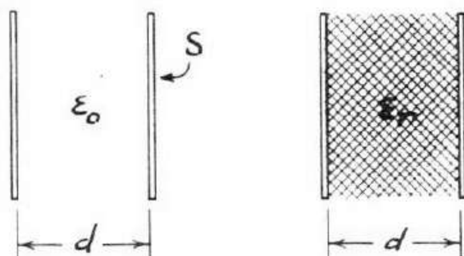


657. Snop elektrona kreće se brzinom v ka metalnoj izolovanoj lopti poluprečnika R **11**. Koliki je maksimalni broj elektrona koji će uspeti da dođe na loptu?

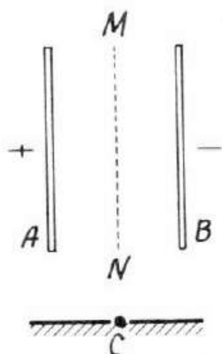
12



13



14



4. SVOJSTVA DIELEKTRIKA

658. Dva tačkasta naelektrisanja se nalaze u vazduhu, pa se zatim sredina između njih napuni vodom, čija je relativna permitivnost $\varepsilon_r=81$. Koliko puta se električna sila uzajamnog dejstva između ovih naelektrisanja smanji kada se ona nalaze u vodi?

659. Tačkasto naelektrisanje $q=2$ nC nalazi se na graničnoj površini vazduh-staklo **12**, čija je relativna permitivnost $\varepsilon_r=7$. Kolika je jačina električnog polja i potencijala u tački A u vazduhu na udaljenosti $d=10$ cm od naelektrisanja, a kolika u tački B u staklu, na istoj udaljenosti?

660. Između paralelnih naelektrisanih ravnih ploča, koje se nalaze na rastojanju $d=20$ cm, uvuče se ploča od pleksiglasa, čija je relativna permitivnost $\varepsilon_r=3$. Razlika potencijala između ovih ploča iznosi $U=600$ V. Kolika će da bude jačina električnog polja u pleksiglasu?

5. ELEKTRIČNA KAPACITIVNOST. KONDENZATORI

661. Kada se neki provodnik naelektriše količinom elektriciteta $q=50$ nC, tada je njegov potencijal $\varphi=25$ V. Kolika je električna kapacitivnost ovog provodnika?

662. Kapacitivnost metalne lopte iznosi $C=0{,}05$ pF. Kolikom količinom elektriciteta je naelektrisana lopta kada je njen potencijal $\varphi=300$ V?

663. Kolika je kapacitivnost lopte čiji je poluprečnik $R=10$ cm? Lopta se nalazi u vazduhu. Električna konstanta je $\varepsilon_0=8{,}84\cdot10^{-12}$ F/m.

664. Kolika je kapacitivnost kondenzatora sa ravnim pločama, koje se nalaze na rastojanju $d=2$ mm, ako je površina svake od njih $S=125{,}6\ \mathrm{cm}^2$? Između ploča se nalazi **13**:

a) vazduh,

b) hartija ($\varepsilon_r=2$).

665. Kada se kondenzator sa ravnim pločama priključi na električni izvor, napona $U=300$ V, njegove ploče se naelektrišu količinom elektriciteta $q=2$ mC. Kolika je kapacitivnost ovog kondenzatora?

666. Razlika potencijala između ploča kondenzatora A i B **14** iznosi $U=$ $=400$ V.

a) Kolika je potencijalna razlika između ploča kondenzatora (A i B) i uzemljenja (tačka C)?

b) Koliki je potencijal na ravni MN?

667. Kondenzator sa ravnim pločama, površine $S=10\ \mathrm{cm}^2$, ima kapacitivnost $C=15$ pF. Kolika je udaljenost između ploča? Između ploča je vazduh.

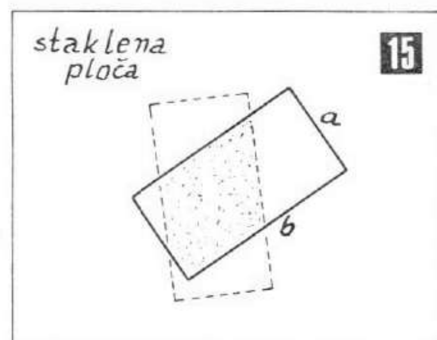
668. Kapacitivnost kondenzatora sa ravnim pločama iznosi $C=16{,}2$ pF kada se nalazi u vodi. Kolika će da bude njegova kapacitivnost kada se on izvadi iz vode?

669. Kondenzator sa ravnim pločama sastoji se iz dve kružne ploče, poluprečnika $r=10$ cm, koje stoje jedna naspram druge na udaljenosti $d=2$ mm. Kolika je kapacitivnost ovog kondenzatora ako se između ploča nalazi:

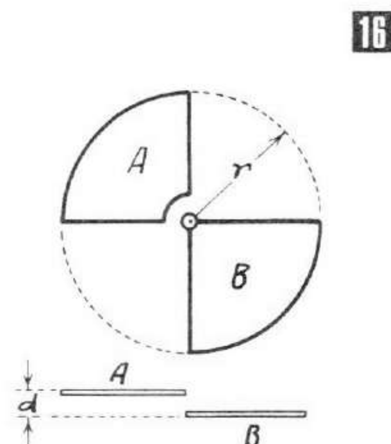
a) vazduh,

b) ebonit ($\varepsilon_r=4{,}3$)?

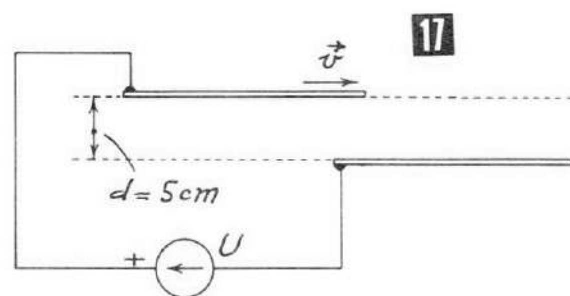
670. Na dve strane prozorskog stakla, debljine $d=2$ mm, postavljene su dve metalne ploče jednakih dimenzija: širine $a=5$ cm i dužine $b=10$ cm. Kada su jedna naspram druge, ove ploče čine električni kondenzator. U kom će uzajamnom položaju ovih ploča **15** kondenzator da ima najmanju, a u kom najveću kapacitivnost? Kolike su ove kapacitivnosti? Koristiti se tablicama na kraju knjige.



671. Dva metalna kružna segmenta, poluprečnika r, nalaze se jedan prema drugom **16**. Segment A je nepokretan, dok se segment B obrće stalnom ugaonom brzinom ω oko ose O. Rastojanje između ravni u kojima se nalaze ove ploče iznosi d. Kako se menja kapacitivnost ovog kondenzatora u toku rotacije segmenta A?



672. Dve metalne ploče u obliku kvadrata, stranica $a=10$ cm, kreću se translatorno po putanji **17** brzinom $v=0{,}1$ mm/s jedna u odnosu na drugu. Ploče su vezane za električni izvor, napona $U=$ $=100$ V, elastičnim vezama koje ne ometaju njihovo kretanje. Kako se menja količina elektriciteta na pločama kondenzatora u toku njihovog kretanja?



673. Jačina električnog polja na površini Zemlje iznosi $E=130$ N/C. Znajući da je njen poluprečnik $R=6\,370$ km, odrediti:

a) kapacitivnost Zemlje,

b) količinu elektriciteta kojom je ona naelektrisana.

674. Veštački Zemljin satelit, poluprečnika $R=$ $=60$ cm, naelektriše se u toku kretanja tako da mu je potencijal $\varphi=10$ V.

a) Kolikom količinom elektriciteta je naelektrisan satelit?

b) Kolika je jačina električnog polja na njegovoj površini?

675. Meteorološki balon, poluprečnika $r_1=10$ cm, povećava svoju kapacitivnost u gornjim slojevima atmosfere za 10% usled promene svojih dimenzija. Za koliko se promeni:

a) potencijal balona,

b) jačina električnog polja na njemu?

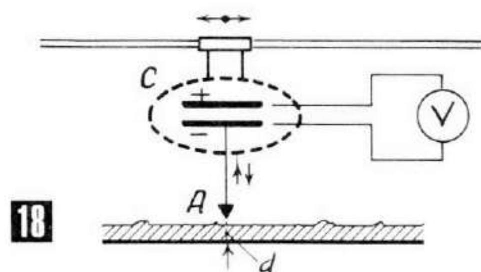
676. Kapacitivnosti dva sferna kondenzatora su jednake i iznose $C_1=C_2=$ $=C=11$ pF, dok su im potencijali $\varphi_1=-150$ V i $\varphi_2=+450$ V.

a) Koliko će da bude naelektrisanje svake sfere posle njihovog spajanja?

b) Da li će naelektrisanje sfera da se promeni posle njihovog rastavljanja?

677. Lopta, poluprečnika $r=10$ cm, naelektrisana je količinom elektriciteta $q=25$ nC.

a) Kolika je kapacitivnost ove lopte u vazduhu, a kolika u parafinu, relativne permitivnosti $\varepsilon_r=2{,}2$?



b) Koliki su potencijal i jačina električnog polja na površini ove lopte u vazduhu, a koliki u parafinu?

678. Mikrometrom prikazanim na slici **18** mere se neravnine na obrađenim površinama. Kakva veza postoji između veličine ovih neravnina i kapacitivnosti kondenzatora? Ako se, na primer, visina neravnine promeni za 1‰, za koliko će da se promeni kapacitivnost kondenzatora?

679. Električna energija naelektrisanog kondenzatora, kapacitivnosti $C=25\ \mu F$, iznosi $W=2$ J.

a) Koliki je napon na krajevima kondenzatora?

b) Kolikom količinom elektriciteta je naelektrisana svaka ploča kondenzatora?

c) Kolika bi bila ova energija kada bi se jedna ploča kondenzatora vezala za uzemljenje?

680. Kondenzator, kapacitivnosti $C=10\ \mu F$, priključi se na električni izvor napona $U=100$ V.

a) Kolika će da bude električna energija ovog kondenzatora posle naelektrisanja?

b) Koliku će energiju da utroši električni izvor za naelektrisanje ovog kondenzatora?

c) Kolika se energija izgubi pri ovome?

681. Kondenzator, kapacitivnosti $C=25\ \mu F$, naelektriše se vezivanjem na električni izvor napona $U=200$ V. Kada se zatim krajevi kondenzatora spoje provodnikom, on će se razelektrisati a provodnik zagrejati. Kolika količina toplote će se osloboditi pri ovome?

682. Napon na krajevima kondenzatora iznosi $U=2$ kV. Kada se ovaj kondenzator razelektriše spajanjem njegovih ploča sa metalnim provodnikom, u provodniku se oslobodi količina toplote $Q=627$ J. Kolika je:

a) kapacitivnost kondenzatora,

b) količina elektriciteta koja protekne kroz provodnik u toku ovog procesa?

VEZIVANJE KONDENZATORA

683. Čemu je jednaka ekvivalentna kapacitivnost n jednakih kondenzatora vezanih redno i paralelno?

684. Čemu je jednaka ekvivalentna kapacitivnost dva jednaka kondenzatora vezana redno i paralelno?

685. Koliku kapacitivnost treba da ima kondenzator koji se veže paralelno kondenzatoru, kapacitivnosti $C_1=100$ pF, da bi ekvivalentna kapacitivnost veze bila $C_e=300$ pF?

686. Koliku kapacitivnost treba da ima kondenzator koji se veže redno kondenzatoru, kapacitivnosti $C_1=50$ nF, da bi ekvivalentna kapacitivnost veze bila $C_e=20$ pF?

687. Koliko jednakih kondenzatora, kapacitivnosti $C=12$ pF, treba vezati redno da bi se dobila veza kondenzatora kapacitivnosti $C_e=4$ pF?

688. Ekvivalentna kapacitivnost tri paralelno vezana kondenzatora iznosi $C_e=$ $=450$ pF. Na jednom kondenzatoru je označeno da je njegova kapacitivnost $C_1=80$ pF, na drugom $C_2=120$ pF, dok na trećem ne postoji ovakva oznaka. Kolika je kapacitivnost ovog kondenzatora?

689. Tri kondenzatora, kapacitivnosti $C_1=200\ \mu F$, $C_2=100\ \mu F$, $C_3=400\ \mu F$, vezana su prema slici **19**. Kolika je ekvivalentna kapacitivnost veze ovih kondenzatora?

690. Četiri kondenzatora, kapacitivnosti $C_1=C_2=$ $=100$ pF, $C_3=C_4=200$ pF, vezana su prema slici **20**. Kolika je ekvivalentna kapacitivnost ove veze?

691. Koristeći se dosadašnjim iskustvom, odrediti napamet ekvivalentnu kapacitivnost kombinovanih veza kondenzatora prikazanih na slici **21**.

692. a) Kolike su ekvivalentne kapacitivnosti veza kondenzatora (*a*) i (*b*) prikazanih na slici **22**?

b) Dokazati da su ove ekvivalentne kapacitivnosti jednake ako je $(C_1/C_3)=(C_2/C_4)$.

693. Kada se nenaelektrisani kondenzator veže na električni izvor, kroz njega u početku protiče električna struja. Kada ova struja, u praktičnom smislu, prestane da protiče?

694. Dva kondenzatora, kapacitivnosti $C_1=$ $=10\,000$ pF i $C_2=15\,000$ pF, vezana su paralelno i priključena na električni izvor, napona $U=4$ V. Kolikim količinama elektriciteta se naelektriše svaka ploča ovih kondenzatora?

695. Dva kondenzatora, kapacitivnosti $C_1=10$ pF i $C_2=100$ pF, vezana su redno i priključena na električni izvor napona $U=200$ V. Kolika je:

a) količina elektriciteta na pločama svakog kondenzatora,

b) razlika potencijala krajeva svakog kondenzatora?

696. Tri kondenzatora, kapacitivnosti $C_1=100$ pF, $C_2=200$ pF, $C_3=300$ pF, vezana su redno i priključena na električni izvor napona $U=1000$ V.

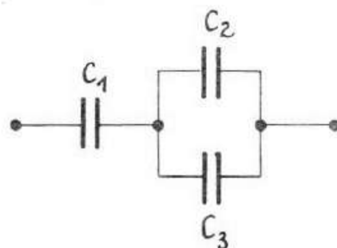
a) Koliki su naponi na krajevima pojedinih kondenzatora?

b) Kolikim količinama elektriciteta su oni naelektrisani?

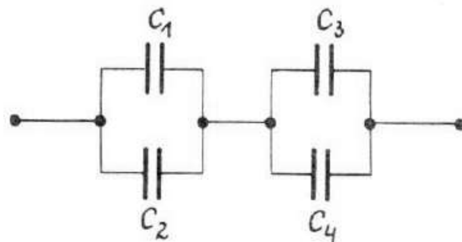
c) Koji bi od kondenzatora najpre »probio« u slučaju da nisu predviđeni za viši napon?

697. Pet jednakih kondenzatora vezano je na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=1000$ V, prema slici **23**. Kada se uključi prekidač P, kroz električno kolo protekne količina elektriciteta $q=$ $=1{,}2$ mC. Kolika je kapacitivnost pojedinih kondenzatora?

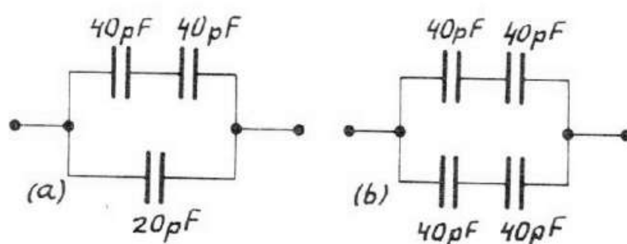
19

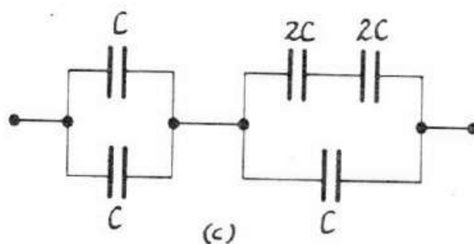


20

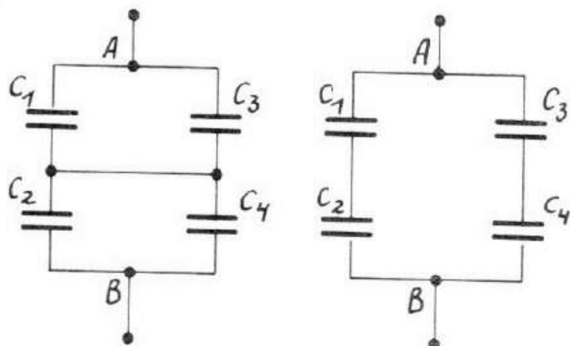


21

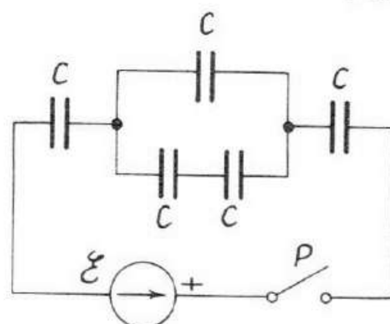


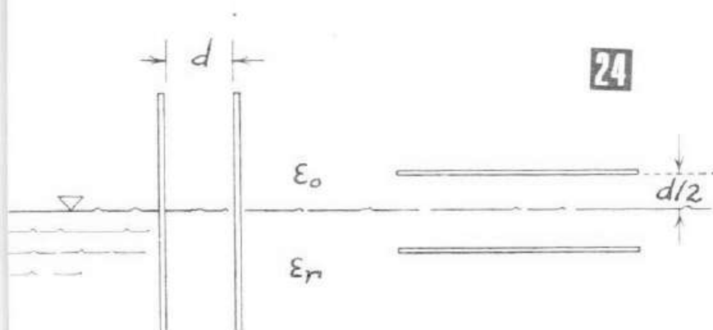


22



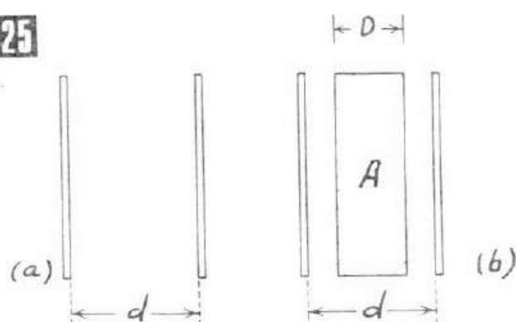
23





698. Kondenzator je načinjen od ravnih ploča u obliku kvadrata, stranica $a=10$ cm, koje se nalaze na međusobnom rastojanju $d=4$ mm i u vazduhu. Kolika je kapacitivnost ovog kondenzatora kada se on do polovine potopi u vodu na dva načina prikazana na slici 24? Relativna permitivnost vode iznosi $\varepsilon_r=81$, dok je permitivnost vakuuma

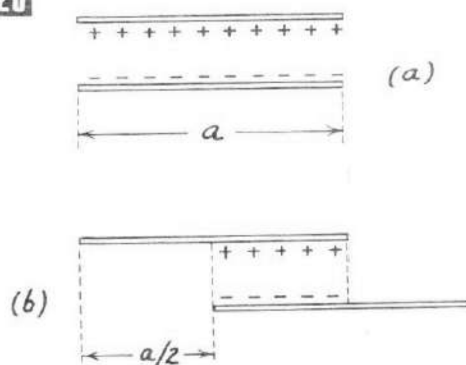
$$\varepsilon_0=8{,}84\cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$$



699. Rastojanje između ploča ravnog kondenzatora iznosi $d=100$ cm. Ploče su u obliku kvadrata, stranica $a=d$ i nalaze se u vazduhu 25 (sl. *a*).

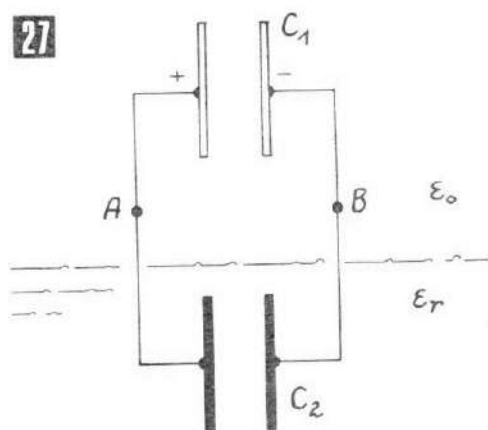
a) Kolika je kapacitivnost ovog kondenzatora?

b) Kolika je ona ako se između ploča kondenzatora simetrično postavi metalna ploča A debljine $D=a/2$ (sl. *b*)?



700. Kondenzator sa ravnim pločama, kapacitivnosti $C=100$ pF, naelektrisan je vezivanjem na električni izvor, napona $U=100$ V 26 (sl. *a*). Šta će se desiti kada se ploča ovakvog kondenzatora pomakne u stranu za $x=a/2$ (sl. *b*)?

701. Dva jednaka vazdušna kondenzatora, čije su kapacitivnosti $C_1=C_2=800$ pF, naelektrisana su tako da je na njihovim krajevima napon $U=900$ V. Kondenzatori su međusobno odvojeni. Jedan od kondenzatora potopi se u ulje relativne permitivnosti $\varepsilon_r=2$, a zatim se kondenzatori vežu paralelno 27. Kolika su naelektrisanja ploča svakog kondenzatora posle njihovog ovakvog vezivanja?



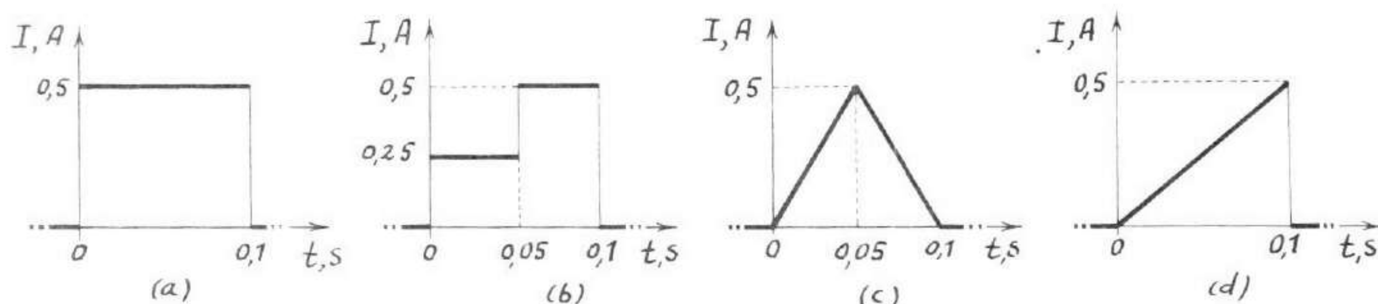
2. *Jednosmerna električna struja*

1. ELEKTROMOTORNA SILA. JAČINA ELEKTRIČNE STRUJE

702. Kolika je elektromotorna sila električnog izvora koji utroši energiju $E=10$ J da bi naelektrisao neki kondenzator količinom elektriciteta $|q|=5$ C ($+5$ C i -5 C)?

703. Da bi se izdvojila istoznačna količina elektriciteta $q=20$ nC, električni izvor utroši energiju $E=1$ μJ. Kolika je njegova elektromotorna sila?

704. Kroz poprečni presek nekog provodnika protekne $N=2\cdot 10^{16}$ slobodnih elektrona svakog vremenskog intervala od 1 s. Kolika je srednja jačina ove struje?



705. Kolika količina elektriciteta protekne kroz provodnik za vreme $t=0,1$ s ako se jačina struje menja prema dijagramima prikazanim na slici **1**?

706. Električna struja, stalne jačine $I=0,2$ A, protiče kroz provodnik poluprečnika $r=1$ mm.

a) Kolika količina elektriciteta protekne kroz ovaj provodnik za vreme $t=20$ min?

b) Kolikom brzinom se kreću slobodni elektroni kroz provodnik ako koncentracija slobodnih elektrona u njemu iznosi $n=4\cdot10^{28}$ elektrona / m^3?

707. Kroz provodnik, poprečnog preseka $S=4$ mm^2, protiče električna struja stalne jačine $I=3$ A. Kolika je srednja brzina usmerenog kretanja slobodnih elektrona kroz provodnik ako je njihova koncentracija u provodniku $n=4,8\cdot10^{22}$ 1/cm^3?

708. Kroz provodnik, poprečnog preseka $S=4$ mm^2, protiče električna struja stalne jačine $I=10$ A. Kolika je koncentracija slobodnih elektrona u provodniku ako njihova srednja brzina usmerenog kretanja kroz provodnik iznosi $v=0,27$ mm/s?

709. Kroz provodnik protiče električna struja stalne jačine $I=100$ A. Koliko elektrona prođe kroz provodnik za vreme $t=1$ h?

710. a) Pri polasku automobila, njegov akumulator daje struju čija je jačina $I_1=120$ A u toku vremena $t_1=3$ s (za to vreme benzinski motor proradi). Ovaj akumulator se zatim puni strujom jačine $I_2=5$ A iz dinamo-mašine. Koliko će trajati punjenje akumulatora do prvobitnog stanja?

b) Koliku struju stalne jačine može akumulator dati u toku vremena $t=10$ min (pražnjenje akumulatora je ravnomerno) ako je njegov kapacitet $q=30$ Ah?

2. ELEKTRIČNA OTPORNOST. OTPORNICI

711. Kolika je električna otpornost bakarnog provodnika, dužine $l=1$ km, čija je površina poprečnog preseka $S=1$ mm^2? Koristiti tablice na kraju knjige.

712. Kolika je električna otpornost bakarnog provodnika, dužine $l=120$ km i prečnika $d=4$ mm? Specifična otpornost bakra iznosi $\rho=17$ n$\Omega\cdot$m.

713. Koliko treba da iznosi prečnik bakarnog provodnika, dužine $l=10$ m, da bi njegova otpornost bila $R=1,5\ \Omega$?

714. Aluminijumski provodnik, dužine $l=1$ m, ima poprečni presek kružnog oblika, površine $S=16$ mm^2. Isti provodnik se kovanjem profiliše tako da ima poprečni presek kvadratnog oblika, a da mu dužina ostane ista. Za koliko se promeni otpornost ovog provodnika usled profilisanja?

715. Na cilindru, poluprečnika $r=10$ cm, namotano je $N=500$ navojaka tanke izolovane bakarne žice, prečnika $d=0,1$ mm. Kolika je električna otpornost ovog kalema?

716. Kolika je električna otpornost provodnika u obliku jednakostranog valjka, a koliki u obliku kocke? Čija bi otpornost bila veća ukoliko bi njihove zapremine bile jednake?

717. Aluminijumski provodnik, površine poprečnog preseka $S=4$ mm^2, ima otpornost $R=14\ \Omega$. Kolika je dužina provodnika? Specifična otpornost aluminijuma iznosi $\rho=28$ n$\Omega\cdot$m.

718. Bakarni provodnik, dužine $l=100$ m, ima električnu otpornost $R=52\ \Omega$. Kolika je njegova masa? Uzeti da je gustina bakra $\rho=8\,000\ kg/m^3$, a njegova specifična električna provodnost $\gamma=59$ MS/m.

719. Masa bakarne kocke iznosi $m=1$ kg. Kolika je otpornost između njenih naspramnih strana? Koristiti podatke date na kraju knjige.

720. Kakvog oblika treba da bude provodnik, određene mase i dužine, da bi imao najmanju otpornost?

721. Kolika bi bila otpornost provodnika, obima $O=6{,}28$ mm, postavljenog duž Zemljinog ekvatora? Provodnik je načinjen od bakra.

VEZIVANJE OTPORNIKA

722. Kolika je ekvivalentna otpornost $n=5$ jednakih otpornika vezanih redno? Kolika je ona ako se otpornici vežu paralelno?

723. Koliko jednakih otpornika, otpornosti $R=2\ \Omega$, treba vezati redno da bi se dobio kombinovani otpornik ekvivalentne otpornosti $R_e=12\ \Omega$?

724. Da li se paralelnim vezivanjem jednakih otpornika, otpornosti $R=10\ \Omega$, može dobiti kombinovani otpornik ekvivalentne otpornosti $R_e=1{,}25\ \Omega$?

725. Znajući da je ekvivalentna otpornost dva paralelno vezana otpornika $R_e=R_1R_2/(R_1+R_2)$, naći nekoliko vrednosti otpornosti R_1 i R_2 ovih otpornika koji, kada se vežu paralelno, imaju ekvivalentnu otpornost $R_e=40\ \Omega$.

726. Dva otpornika, čije su otpornosti $R_1=12\ \Omega$ i $R_2=6\ \Omega$, vezana su najpre redno, a zatim paralelno. Kolika je ekvivalentna otpornost ovih veza otpornika? Šta se može zaključiti na osnovu dobijenih rezultata?

727. Kada se dva otpornika vežu redno, tada im je ekvivalentna otpornost $R_r=50\ \Omega$, a kada se vežu paralelno, onda je ona $R_p=12\ \Omega$. Kolike su vrednosti ovih otpornosti?

728. Tri otpornika, čije su otpornosti $R_1=10\ \Omega$, $R_2=20\ \Omega$, $R_3=15\ \Omega$, vezana su paralelno. Kolika je ekvivalentna otpornost ove veze otpornika? Šta se može neposredno zaključiti o vrednosti ekvivalentne otpornosti?

729. Tri otpornika, čije su otpornosti $R_1=12\ \Omega$, $R_2=20\ \Omega$, $R_3=10\ \Omega$, vezana su prema slici **2**. Kolika je ekvivalentna otpornost ove veze otpornika?

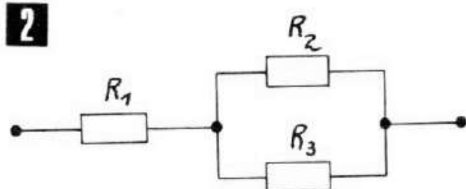
730. Tri otpornika, čije su otpornosti $R_1=10\ \Omega$, $R_2=8\ \Omega$, $R_3=12\ \Omega$, vezana su prema slici **3**. Kolika je ekvivalentna otpornost ove veze otpornika?

731. Četiri otpornika, čije su otpornosti $R_1=R_2=400\ \Omega$, $R_3=550\ \Omega$, $R_4=250\ \Omega$, vezana su kao na slici **4**. Kolika je ekvivalentna otpornost ove veze otpornika?

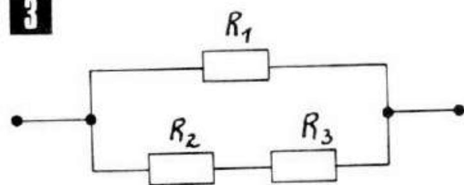
732. Kako treba vezati tri jednaka otpornika, čija je otpornost $R=2\ \Omega$, da bi se dobila kombinacija otpornika čija je ekvivalentna otpornost $R_e=3\ \Omega$?

733. Kako treba vezati otpornike, čije su otpornosti $R_1=6\ \Omega$, $R_2=8\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$, da bi se dobila kombinovana veza otpornika čija je ekvivalentna otpornost $R_e=10\ \Omega$?

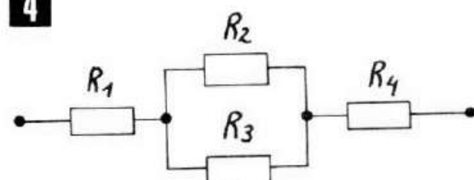
2



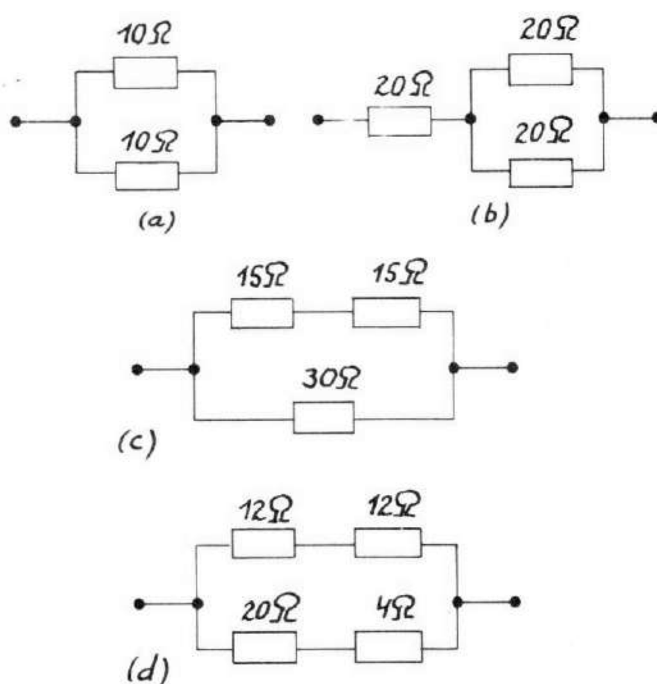
3



4



734. Znajući da je ekvivalentna otpornost redne veze dva otpornika jednakih otpornosti dva puta veća od otpornosti jednog otpornika i da je ekvivalentna otpornost paralelne veze ova dva otpornika upola manja, ustanoviti bez računanja (napamet) ekvivalentne otpornosti veza otpornika koje su prikazane na slici **5**.



ZAVISNOST ELEKTRIČNE OTPORNOSTI OD TEMPERATURE

735. Otpornost telegrafske linije načinjene od gvozdene žice, na temperaturi $t_1 = -20$ °C, iznosi $R_1 = 60\ \Omega$. Kolika je njena otpornost na temperaturi $t_2 = +35$ °C? Temperaturski koeficijent električne otpornosti gvožđa iznosi $\alpha = 0{,}006$ 1/°C.

736. Otpornost navoja električnog motora, na temperaturi $t_1 = +15$ °C, iznosi $R_1 = 0{,}010\ \Omega$ (kada motor ne radi), dok se ova otpornost poveća na $R_2 = 0{,}012\ \Omega$ kada motor radi. Kolika je temperatura motora pri radu? Temperaturski koeficijent otpornosti navoja motora iznosi $\alpha = 0{,}004$ 1/°C.

737. Provodnik se nalazi na temperaturi 0 °C. Do koje temperature je potrebno zagrejati provodnik da bi se njegova električna otpornost povećala za:

a) 10%,

b) dva puta?

738. Otpornost provodnika od srebra iznosi $R_1 = 19\ \Omega$ na temperaturi $t_1 = +20$ °C, a na temperaturi $t_2 = +450$ °C ona iznosi $R_2 = 50\ \Omega$. Koliki je temperaturski koeficijent otpornosti srebra?

739. Na temperaturi $t_1 = 15$ °C otpornost vlakna sijalice iznosi $R_1 = 18\ \Omega$. Kolika je temperatura vlakna pri uključenju i u toku rada sijalice ako je tada njena otpornost $R_2 = 150\ \Omega$? Vlakno sijalice je načinjeno od volframa. Koristiti se tablicama na kraju knjige.

740. Struja iz električnog izvora zanemarljive unutrašnje otpornosti prolazi najpre kroz otpornik R_A, a zatim se deli i protiče kroz dva paralelno vezana otpornika R_B i R_C.

a) Izračunati ekvivalentnu otpornost kola R_e.

b) Ako se zna da je elektromotorna sila izvora $\mathcal{E} = 10$ V i da na temperaturi $t_0 = 0$°C otpornici u kolu imaju otpornost $R_{0A} = 10\ \Omega$, $R_{0B} = 10\ \Omega$, $R_{0C} = 100\ \Omega$, izračunati jačinu struje I_C koja protiče kroz otpornik R_C na ovoj temperaturi. Unutrašnju otpornost električnog izvora zanemariti.

c) Otpornost otpornika R_A se ne menja sa promenom temperature. Temperaturski koeficijent otpornosti za otpornik R_B iznosi $\alpha_B = 0{,}005$ 1/°C, dok on za otpornik R_C iznosi $\alpha_C = 0{,}001$ 1/°C. Ako se otpornici podjednako zagrevaju, izračunati na kojoj će temperaturi struja I_C kroz otpornik R_C da bude jednaka jačini struje I_{0C} kroz ovaj otpornik na temperaturi od 0°C.

3. OMOV ZAKON

741. Na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E} = 2{,}1$ V i unutrašnje otpornosti $r = 0{,}1\ \Omega$, priključen je potrošač otpornosti $R = 2\ \Omega$. Koliku struju daje električni izvor? Nacrtati šemu veze ovog strujnog kola.

742. a) Na električni izvor, napona $U = 220$ V, priključen je električni potrošač otpornosti $R = 55\ \Omega$. Kolika struja protiče kroz ovo strujno kolo?

b) Kada se na isti električni izvor priključi električna grejalica, kroz nju protiče struja jačine $I=5$ A. Kolika je otpornost grejalice?

743. Generator, elektromotorne sile $\mathcal{E}=110$ V, daje struju $I=10$ A kada se na njega priključi otpornik čija je otpornost $R=2\ \Omega$. Kolika je unutrašnja otpornost ovog generatora?

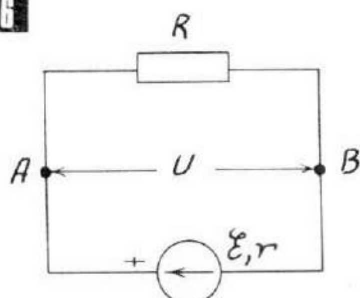
744. Na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=3{,}6$ V i unutrašnje otpornosti $r=0{,}2\ \Omega$, priključen je otpornik čija je otpornost $R=1\ \Omega$. Za koje vreme će kroz ovo električno kolo proteći količina elektriciteta $q=21$ C?

745. Električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=6$ V, ima unutrašnju otpornost $r=0{,}2\ \Omega$.

a) Koliku najveću jačinu struje može dati ovaj izvor? Kako se naziva ovaj režim rada električnog izvora?

b) Koliku otpornost treba da ima otpornik koga je potrebno vezati na krajeve ovog električnog izvora da bi struja koju on daje iznosila 50% njene maksimalne vrednosti?

6



746. Na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=10$ V i unutrašnje otpornosti $r=1\ \Omega$, vezan je otpornik čija je otpornost $R=9\ \Omega$ **6**.

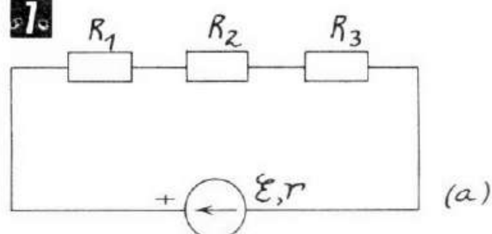
a) Koliku struju daje kolu ovaj električni izvor?

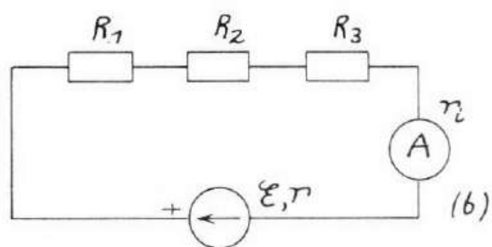
b) Koliki je napon na krajevima električnog izvora?

c) Koliki bi bio ovaj napon u slučaju da je $r=R=1\ \Omega$?

747. Baterija akumulatora, elektromotorne sile $\mathcal{E}=6$ V i zanemarljive unutrašnje otpornosti, stvara kroz električno kolo struju jačine $I=4{,}61$ A, izmerenu ampermetrom čija je unutrašnja otpornost $r=0{,}1\ \Omega$. Kolika će biti jačina struje kroz kolo kada se ampermetar isključi?

7

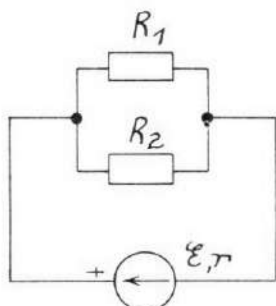




748. Na slici **7** dato je strujno kolo u kome se nalazi električni izvor, čija je elektromotorna sila $\mathcal{E}=21$ V, a unutrašnja otpornost $r=2\ \Omega$, dok su vrednosti otpornosti u spoljašnjem delu strujnog kola $R_1=8\ \Omega$, $R_2=10\ \Omega$, $R_3=5\ \Omega$. Kolika struja protiče kroz kolo? Koliku struju bi pokazivao ampermetar unutrašnje otpornosti $r_1=0{,}5\ \Omega$ priključen u ovo kolo (sl. *b*)?

749. Na električni izvor, zanemarljive unutrašnje otpornosti r i elektromotorne sile $\mathcal{E}=45$ V, priključena su dva paralelno vezana otpornika, čije su otpornosti $R_1=6\ \Omega$ i $R_2=3\ \Omega$ **8**. Koliku struju daje kolu ovaj električni izvor?

8

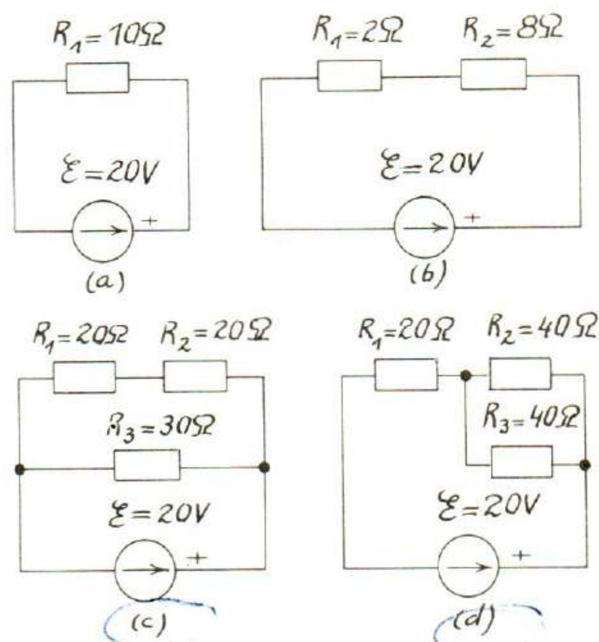


750. Kada se dva otpornika, nepoznatih otpornosti, vežu redno i priključe na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=12$ V, a zanemarljive unutrašnje otpornosti, tada jačina struje koju daje izvor iznosi $I_1=6$ A. Međutim, kada se ovi otpornici vežu paralelno, tada je jačina ove struje četiri puta veća. Kolike su vrednosti ovih otpornosti?

751. Primenjujući Omov zakon, utvrditi napamet jačinu struje koju daje električni izvor, elektromo-

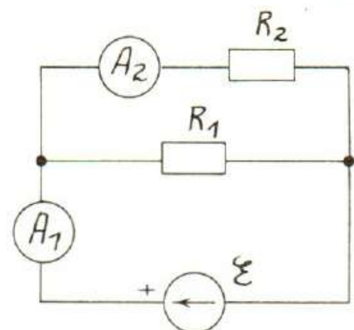
torne sile $\mathcal{E}=20$ V i zanemarljive unutrašnje otpornosti, u slučajevima prikazanim na slici **9**.

752. Između provodnika A i B dvožičnog voda električne mreže vlada napon $U=600$ V. Provodnik A drže drveni stubovi čija otpornost zajedno sa izolatorima iznosi $R_A=0{,}4$ MΩ, dok otpornost stubova i izolatora koji drže provodnik B iznosi $R_B=0{,}5$ MΩ. Stojeći na zemlji, čovek dodirne metalnim štapom provodnik B. Kolika će struja proteći kroz čoveka ako je njegova otpornost prema tlu $R=0{,}05$ MΩ?



4. KIRHOFOVA PRAVILA

753. U strujnom kolu prikazanom na slici **10** ampermetar A_1 pokazuje struju jačine $I_1=10$ A, a ampermetar A_2 struju jačine $I_2=8$ A. Kolika je jačina struje koja protiče kroz otpornik čija je otpornost R_1?

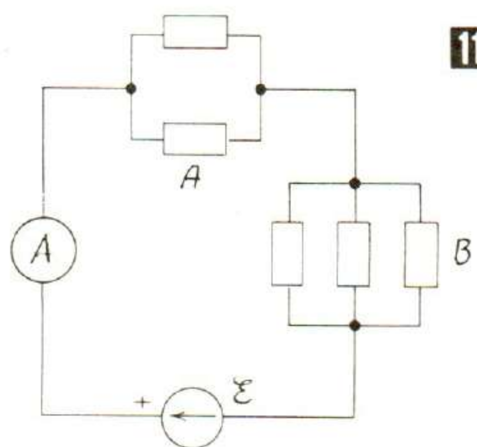


754. U strujnom kolu prikazanom na slici **11** ampermetar pokazuje struju jačine $I=12$ A. Otpornosti svih otpornika u kolu su jednake. Kolika je jačina struje koja protiče kroz svaki otpornik u skupini:

a) A,

b) B?

755. Na slici **12** prikazan je strujni čvor sa tri grane. Kolika je jačina struje I_3?



756. Otpornik, otpornosti $R=10\ \Omega$, vezan je na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=12$ V i unutrašnje otpornosti $r=2\ \Omega$.

a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz otpornik?

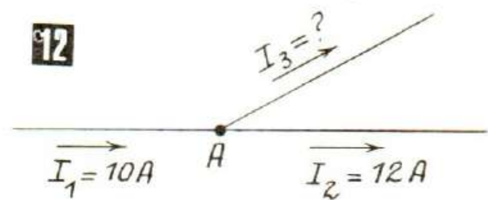
b) Kolika je razlika potencijala priključaka električnog izvora?

757. Dva električna izvora, elektromotornih sila $\mathcal{E}_1=4$ V i $\mathcal{E}_2=6$ V, čije su unutrašnje otpornosti $r_1=0{,}1\ \Omega$ i $r_2=0{,}2\ \Omega$, vezana su paralelno, i to tako da im se polovi:

a) poklapaju,

b) ne poklapaju.

Kolika je jačina struje koja protiče kroz ovako obrazovano strujno kolo u oba slučaja?

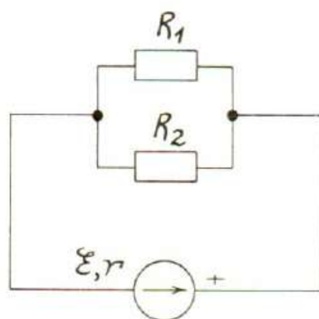


758. Na slici **13** je prikazano strujno kolo sa dva otpornika, otpornosti $R_1=10\ \Omega$ i $R_2=20\ \Omega$, vezana paralelno. Elektromotorna sila izvora je $\mathcal{E}=12$ V, a njegova unutrašnja otpornost $r=0{,}2\ \Omega$.

a) Kolike su jačine struja koje protiču kroz pojedine grane ovog strujnog kola?

b) Koliki je napon na krajevima električnog izvora?

759. Dva otpornika, otpornosti $R_1=18\ \Omega$ i $R_2=21\ \Omega$, vezana su redno i priključena na električni izvor elektromotorne sile $\mathcal{E}=40$ V i unutrašnje otpornosti $r=1\ \Omega$.



a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz kolo?
b) Koliki su padovi napona na otpornicima R_1 i R_2?
c) Koliki je napon na krajevima električnog izvora?

760. Na slici **14** prikazano je strujno kolo sa dva električna izvora, elektromotornih sila $\mathcal{E}_1=8$ V i $\mathcal{E}_2=12$ V, čije su unutrašnje otpornosti $r_1=r_2=0{,}5\ \Omega$. Električni izvori su vezani redno, dok su otpornosti otpornika u kolu $R_1=100\ \Omega$, $R_2=200\ \Omega$, $R_3=120\ \Omega$.
a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz otpornik R_3?
b) Koliki je napon između polova prvog električnog izvora?

761. Na električni izvor, elektromotorne sile $\mathcal{E}=380$ V i unutrašnje otpornosti $r=10\ \Omega$, priključena su redno dva voltmetra, unutrašnjih otpornosti $r_1=10\ \text{k}\Omega$ i $r_2=15\ \text{k}\Omega$. Kolike napone će pokazivati ovi voltmetri?

762. Na polove električnog izvora, elektromotorne sile $\mathcal{E}=220$ V i unutrašnje otpornosti $r=10\ \Omega$, priključen je voltmetar, unutrašnje otpornosti $r_V=10\ \text{k}\Omega$. Koliki napon će da pokaže voltmetar?

763. Koliku otpornost treba da ima šant ampermetra, unutrašnje otpornosti r_A, da bi kroz ampermetar proticao samo 1/10-ti deo merene jačine struje?

764. Koliku otpornost treba da ima dodatni otpornik voltmetra, unutrašnje otpornosti r_V, da bi se napon na njegovim krajevima smanjio na 1/10 merenog napona?

765. Na slici **15** prikazano je strujno kolo u kome su vrednosti otpornosti otpornika $R_1=100\ \Omega$, $R_2=80\ \Omega$, $R_3=150\ \Omega$, dok je elektromotorna sila električnog izvora $\mathcal{E}=12$ V, a njegova unutrašnja otpornost zanemarljiva. Odrediti jačine struja u svim granama kola.

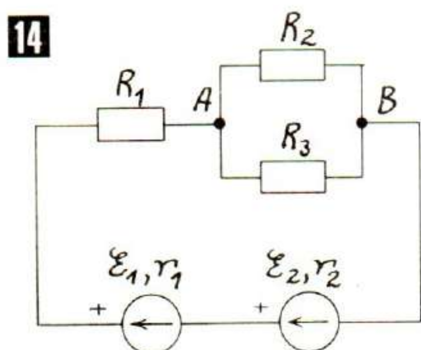
766. Dva električna izvora, elektromotornih sila $\mathcal{E}_1=2$ V, $\mathcal{E}_2=4$ V, i unutrašnjih otpornosti $r_1=0{,}1\ \Omega$, $r_2=0{,}2\ \Omega$, vezana su u strujno kolo na dva načina prikazana na slicii **16**. Otpornost otpornika u kolu je $R=0{,}5\ \Omega$. Kolika je jačina struje koja protiče kroz otpornik R u oba slučaja?

767. U strujnom kolu prikazanom na slici **17** nalazi se kondenzator, kapacitivnosti $C=2\ \mu$F, dok su otpornosti otpornika u kolu $R_1=10\ \Omega$ i $R_2=90\ \Omega$. Elektromotorna sila električnog izvora iznosi $\mathcal{E}=100$ V, a unutrašnja otpornost je zanemarljiva.
a) Kolikom se količinom elektriciteta naelektriše kondenzator posle uključenja prekidača P?
b) Kolika se količina toplote oslobodi u otporniku otpornosti R_2 posle isključenja prekidača P?

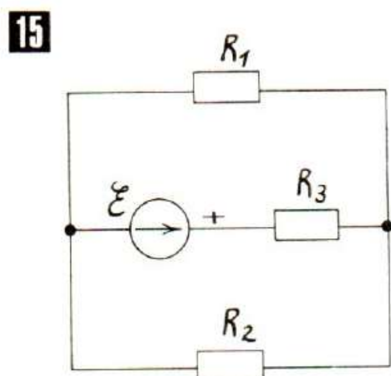
768. Kolika je jačina struje kratke veze električnog izvora elektromotorne sile $\mathcal{E}=24$ V i unutrašnje otpornosti $r=0{,}12\ \Omega$?

769. Koliku otpornost treba da ima otpornik vezan na električni izvor iz prethodnog zadatka da bi napon na njegovim krajevima iznosio $\mathcal{E}/2$?

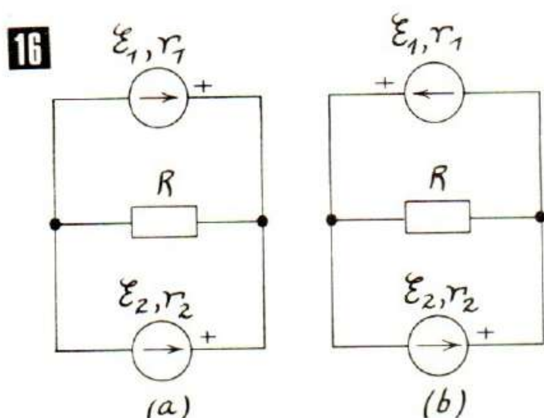
14



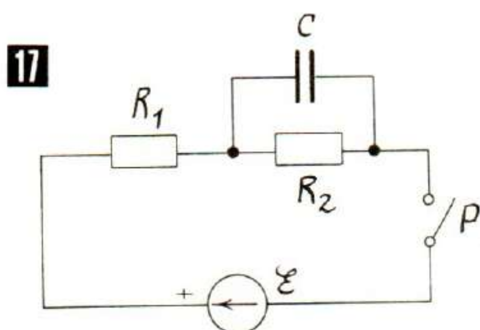
15



16



17



770. Pet električnih izvora, jednakih elektromotornih sila $\mathcal{E}=2{,}2$ V i unutrašnjih otpornosti $r=0{,}5\ \Omega$, vezani su paralelno. Kolika je ekvivalentna:

a) elektromotorna sila,

b) unutrašnja otpornost

ove veze električnih izvora?

771. Električni izvori iz prethodnog zadatka su vezani redno. Kolika je ekvivalentna:

a) elektromotorna sila,

b) unutrašnja otpornost

ove veze električnih izvora?

772. Ako se na bateriju električnih izvora iz zadatka 770 priključi otpornik, otpornosti $R=r=0{,}5\ \Omega$, kolika će jačina struje proticati kroz njega?

773. Ako se na bateriju električnih izvora iz zadatka 771 priključi otpornik, otpornosti $R=r=0{,}5\ \Omega$, kolika će jačina struje proticati kroz njega?

5. ELEKTRIČNA SNAGA I ENERGIJA

774. Kroz električni grejač protiče struja jačine $I=10$ A kada se priključi na električni izvor napona $U=220$ V.

a) Kolika je električna snaga grejača?

b) Kolika se električna energija u grejaču pretvori u unutrašnju energiju za vreme $t=1$ h?

775. Motor, korisne snage $P_k=2$ kW, priključen je na električnu mrežu napona $U=220$ V. Stepen korisnog dejstva motora je $\eta=0{,}95$.

a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz motor?

b) Kolika je potrošnja električne energije ovog motora za vreme $t=1$ h?

776. Koliku otpornost treba da ima električni grejač, priključen na električnu mrežu napona $U=220$ V, da bi se u njemu za vreme $t=30$ min oslobodila količina toplote $Q=2$ MJ?

777. Grejač, otpornosti $R=1{,}5\ \Omega$, priključen je na električnu mrežu napona $U=220$ V. Koliko treba da bude vreme uključenja grejača na električnu mrežu da bi se u njemu oslobodila količina toplote $Q=0{,}7$ GJ, potrebna za ostvarivanje određenog termičkog procesa?

778. Električni bojler, snage $P=2$ kW, priključen je na električnu mrežu napona $U=220$ V.

a) Kolika je najmanja vrednost »amperaže« osigurača u strujnom kolu bojlera?

b) Koliku električnu energiju potroši bojler za jedan mesec (30 dana) ako je prosečno vreme uključenja bojlera tokom jednog dana $t=3{,}5$ h?

779. Sijalica, snage $P=100$ W, prikjučena je na električnu mrežu napona $U=220$ V. Stepen korisnog dejstva sijalice je $\eta=10\%$.

a) Kolika se količina toplote oslobodi u sijalici za vreme $t=5$ h?

b) Kolika je otpornost sijalice?

780. U električnom bojleru, zapremine $V=50$ L, nalazi se grejač snage $P=2$ kW.

a) Za koliko se vremena temperatura vode u bojleru povisi za $\Delta T=70$ °C?

b) Koliko staje ovo zagrevanje vode ako je cena električne energije 0,55 dinara / kWh?

781. Građevinska dizalica diže teret, mase $m=0{,}8$ t, brzinom $v=10$ cm/s.

a) Kolika je korisna snaga motora dizalice?

b) Kolika struja protiče kroz motor, tokom dizanja tereta, ako je njegov stepen korisnog dejstva $\eta=0{,}90$ i ako je priključen na električnu mrežu napona $U=220$ V?

782. Nominalna snaga potrošača električne energije je $P_n = 5$ kW, a napon $U_n = 220$ V. Potrošač se snabdeva električnom energijom preko dvožičnog bakarnog voda, dužine $l = 2$ km i površine poprečnog preseka $S = 16\ mm^2$.
a) Koliki treba da bude napon na početku voda?
b) Kolika je snaga gubitaka električne energije na vodu?

783. Tramvaj, mase $m = 15$ t, kreće se stalnom brzinom $v = 20$ km/h uz padinu nagibnog ugla $\alpha = 10°$.
a) Koliku korisnu snagu razvijaju motori tramvaja pri ovom kretanju?
b) Kolikom strujom opterećuje tramvaj trolnu mrežu, napona $U = 600$ V, ako je stepen korisnog dejstva motora $\eta = 0{,}95$?

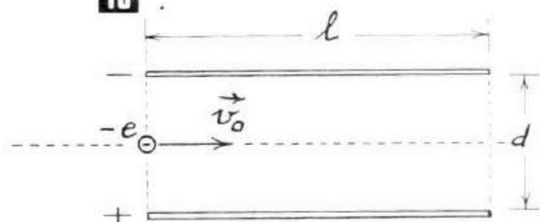
6. KRETANJE NAELEKTRISANIH ČESTICA U VAKUUMU

784. Elektron se nađe u homogenom električnom polju jačine $E = 60$ V/m.
a) Kolika električna sila deluje na elektron?
b) Koliko je ubrzanje elektrona?
c) Za koliko vremena će elektron dostići brzinu $v = c/20$?
Naelektrisanje elektrona je $e = 0{,}16$ aC, a masa $m \approx 9 \cdot 10^{-31}$ kg.

785. Elektron se ubrza u električnom polju, pri čemu pređe potencijalnu razliku $U = 100$ kV.
a) Kolika je energija elektrona?
b) Za koliko vremena, ovako ubrzan elektron, pređe put $s = 1$ m?

786. Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju, pri čemu pređe put $s = 0{,}5$ m za vreme $t = 4$ μs. Kolika je jačina ovog polja?

787. Krećući se brzinom $v_0 = 10^6$ m/s elektron uleti u homogeno električno polje, jačine $E = 100$ V/m, u pravcu njegovih linija sile.
a) Ako je smer kretanja elektrona i linija sile isti, odrediti dužinu pređenog puta elektrona na kome će se on zaustaviti. Koliko vremena će trajati ovakvo zaustavljanje elektrona?
b) Ako je smer kretanja elektrona i linija sile suprotan, odrediti dužinu pređenog puta elektrona na kome će se njegova brzina udvostručiti. Posle koliko vremena će se ovo desiti?



788. Ploče ravnog kondenzatora, dužine l, nalaze se na rastojanju d u vakuumu 18. Elektron, krećući se brzinom v_0, uleti u prostor između ovih ploča, na način prikazan na slici. Pri kolikim naponima U između ploča elektron neće pasti ni na jednu od njih?

789. Proton i elektron se ubrzaju u električnom polju, pri čemu pređu jednake potencijalne razlike. Koliki je odnos njihovih:
a) energija,
b) brzina
posle ubrzavanja ako su pošli iz mirovanja?

7. HEMIJSKO DEJSTVO ELEKTRIČNE STRUJE

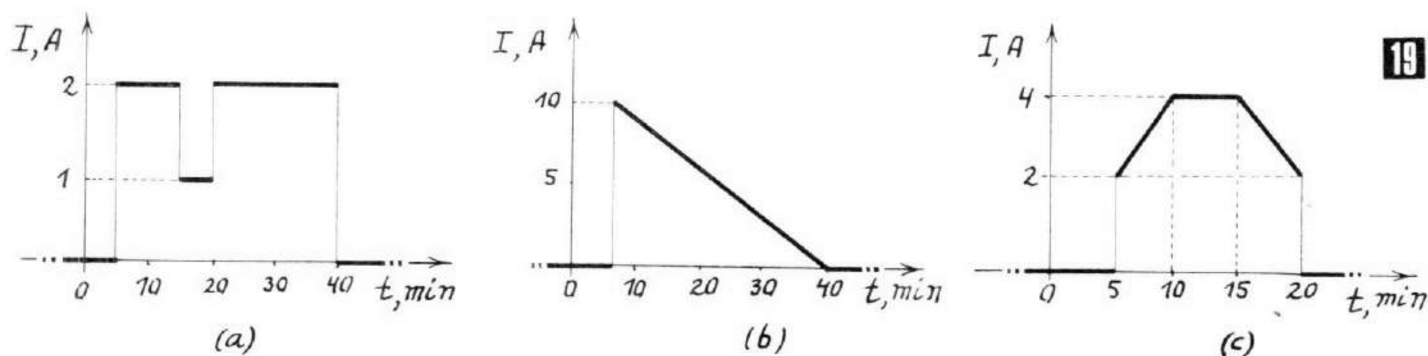
790. Elektrohemijski ekvivalent dvovalentnog bakra iznosi $k = 0{,}329 \cdot 10^{-6}$ kg/C. Kolika je molarna masa bakra? Avogadrova konstanta je $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ 1/mol.

791. Kroz vodeni rastvor $CuSO_4$ protekne količina elektriciteta od:
a) 1 MC,
b) 1 faradej.
Kolika je masa bakra koja se nataloži pri ovome?

792. Kroz vodeni rastvor $CuSO_4$ protiče struja stalne jačine $I = 2$ A. Koliko

treba da bude vreme proticanja struje kroz rastvor da bi se na katodi natаložila količina bakra mase $m=1{,}2$ g?

793. Kroz vodeni rastvor $CuSO_4$ protiče struja čija se jačina menja tokom vremena na način prikazan na slici **19**. Odrediti masu nataloženog bakra na katodi u sva tri slučaja.



794. Kroz vodeni rastvor $AgNO_3$ protiče struja čija se jačina menja tokom vremena po zakonu $I=bt^2$, gde je $b=15$ mA/s. Kolika je masa nataloženog srebra na katodi za vreme $t=10$ min? Elektrohemijski ekvivalent jednovalentnog srebra iznosi $k=1{,}118$ mg/C.

795. U procesu dobijanja elektrolitičkog bakra (tj. bakra velikog stepena čistoće) koristi se ploča sirovog bakra sa 5% primesa drugih metala, čija je površina $1\times0{,}5$ m^2, a debljina 5 mm. Kroz elektrolit tom prilikom protiče struja stalne jačine $I=1200$ A. Koliko traje proces prečišćavanja bakra koji se nalazi u opisanoj ploči? Gustina bakra je $\rho=8\,950$ kg/m^3.

796. Cilindrično metalno telo, visine $h=10$ cm i prečnika $D=5$ cm, potrebno je zaštititi slojem srebra, debljine $d=1$ μm, što se postiže elektrolizom, uz primenu stalne električne struje jačine $I=0{,}5$ A. Koliko će da traje ovaj proces? Gustina srebra je $\rho=10\,500$ kg/m^3.

797. Dva suda za elektrolizu vezana su redno. U jednom se nalazi vodeni rastvor $AgNO_3$, a u drugom vodeni rastvor $CuSO_4$. Koliki je odnos masa nataloženih količina srebra i bakra u toku jednakog vremena?

798. Sud za elektrolizu nalazi se u kalorimetru toplotne kapacitivnosti $C=1{,}5$ kJ/K. Za vreme $t=5$ min na katodi se izdvoji, iz rastvora $AgNO_3$, količina srebra, čija je masa $m=50$ mg, pri čemu se temperatura u kalorimetru povisi za $\Delta T=10$ K. Kolika je:

a) otpornost suda za elektrolizu,

b) jačina struje koja protiče kroz elektrolit?

799. Poznato je da se tokom elektrolize elektrolit zagreva. Da li se njegova provodnost usled toga povećava ili se smanjuje?

3. *Magnetno polje*

1. KARAKTERISTIKE MAGNETNOG POLJA

800. Kolika je permeabilnost sredine ako je njena relativna permeabilnost $\mu_r=50$?

801. Permeabilnost mekog gvožđa iznosi $\mu=15\cdot10^{-5}$ T·m/A. Kolika je njegova relativna permeabilnost? Permeabilnost vakuuma, ili magnetna konstanta iznosi $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ T·m/A.

802. Jačina magnetnog polja u nekoj tački u vazduhu iznosi $H=5$ A/m. a) Kolika je magnetna indukcija u toj tački?

b) Kakav je međusobni odnos vektora $\vec{H}$ i $\vec{B}$?

803. Koliki je odnos intenziteta vektora $\vec{B}$ i $\vec{H}$, koji predstavljaju karakteristike magnetnog polja u jednoj tački, ako se ona nalazi u vakuumu i ako se nalazi u vazduhu?

804. Magnetna indukcija u nekoj tački polja iznosi $B=0{,}5$ μT, dok je u toj tački jačina magnetnog polja $H=0{,}06$ A/m. Kolika je relativna permeabilnost sredine u toj tački?

805. Koliki je magnetni fluks magnetnog polja, čija je magnetna indukcija $B=10$ mT, kroz normalnu površinu $S=40\ \text{cm}^2$?

806. Kružni ram, prečnika $D=1$ m, postavljen normalno na površinu Zemlje, može da rotira oko vertikalne ose. Koju geografsku orijentaciju treba da ima ravan ovog rama da bi magnetni fluks Zemljinog magnetnog polja kroz ovaj ram bio:

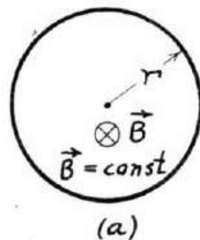
a) maksimalan,

b) jednak nuli?

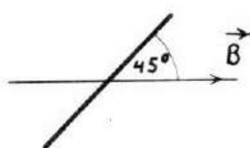
c) Koliki je magnetni fluks kroz ram ako se on postavi u horizontalan položaj? Horizontalna komponenta magnetne indukcije Zemljinog magnetnog polja iznosi $B_{Zh}=20$ μT, a vertikalna $B_{Zv}=0$.

807. Kvadratni ram, strana $a=30$ cm, rotira oko svoje dijagonale u homogenom magnetnom polju indukcije $B=0{,}05$ T. Kako treba postaviti osu rotacije, u odnosu na magnetno polje, da bi pri rotaciji rama magnetni fluks imao maksimalnu vrednost $\Phi_{max}=Ba^2$, a minimalnu $\Phi_{min}=0$? Nacrtati uzajamni položaj linija sile magnetnog polja i ose rotacije.

1



(a)



(b)

808. U homogenom magnetnom polju, indukcije $B=20$ mT, nalazi se kružni ram, poluprečnika $r=10$ cm, koji u odnosu na magnetne linije sile zauzima dva položaja, prikazana na slici **1**. Koliki je magnetni fluks u oba slučaja?

2. MAGNETNO POLJE STRUJNIH PROVODNIKA

809. Kroz pravolinijski i beskonačno dug provodnik protiče struja jačine $I=5$ A. Kolika je magnetna indukcija u tačkama koje su na udaljenosti $a=0{,}1$ m od provodnika? Provodnik se nalazi u vazduhu ($\mu_{vazd.}\approx\mu_0$). Magnetna konstanta iznosi $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ T·m/A.

810. Kroz pravolinijski i beskonačno dug provodnik protiče struja nepoznate jačine. Izmereno je da na udaljenosti $a=0{,}25$ m od njega magnetna indukcija iznosi $B=0{,}3$ μT. Kolika je ova jačina struje? Provodnik se nalazi u vazduhu.

811. U središtu kružnog provodnika, poluprečnika $a=1$ m, magnetna indukcija iznosi $B=4$ μT. Kolika je jačina električne struje koja protiče kroz provodnik? Provodnik se nalazi u vazduhu.

812. Kružni provodnik, poluprečnika $a=2$ m, načinjen od bakarne žice, poprečnog preseka $S=4\ \text{mm}^2$, uključen je na električni izvor elektromotorne sile $\mathcal{E}=2$ V i unutrašnje otpornosti $r=0{,}1\ \Omega$. Kolika je magnetna indukcija u središtu ovog provodnika? Specifična otpornost upotrebljenog bakra iznosi $\rho=17{,}8\ \text{n}\Omega\cdot\text{m}$.

813. Poznato je da horizontalna komponenta magnetne indukcije Zemlje iz-

nosi $B_z=20\ \mu T$. Kolika struja bi trebalo da protiče kroz kružni provodnik obavijen oko Zemljinog ekvatora da bi magnetna indukcija u središtu provodnika iznosila $B=20\ \mu T$? Poluprečnik Zemlje je $R=6{,}37\cdot 10^6$ m.

814. Kalem, dužine $l=25$ cm, ima $N=100$ navojaka ravnomerno namotanih oko tankog cilindra. Kolika je magnetna indukcija u središtu kalema ako kroz njega protiče struja jačine $I=2$ A? Od čega zavisi smer magnetnog polja, tj. gde se nalazi severni a gde južni pol ovakvog elektromagneta? Kalem se nalazi u vazduhu.

815. Kalem ima $n=40$ navojaka po centimetru dužine. Kroz navojke protiče struja jačine $I=0{,}1$ A.

a) Kolika je magnetna indukcija u središtu ovog kalema ako je on namotan na drvenom cilindru?

b) Kolika je magnetna indukcija u središtu kalema namotanog na gvozdenoj šipki, čija je relativna permeabilnost $\mu_r=100$?

816. Na gvozdenoj šipki, dužine $l=0{,}3$ m, namotano je ravnomerno $N=150$ navojaka tanke žice, kroz koju protiče struja jačine $I=0{,}2$ A.

a) Kolika je jačina magnetnog polja u središtu ovog kalema kada se u njemu nalazi šipka, a kolika je kada se ona izvuče?

b) Kolika je magnetna indukcija u središtu kalema kada se u njemu nalazi šipka, a kolika je kada se ona izvuče?

Relativna permeabilnost gvožđa upotrebljenog za izradu šipke iznosi $\mu_r=300$.

817. Beskonačno dug pravolinijski provodnik, kroz koji protiče struja jačine $I=10$ A, savijen je pod pravim uglom **2**. Provodnik se nalazi u vakuumu. Kolika je magnetna indukcija u tačkama A i B?

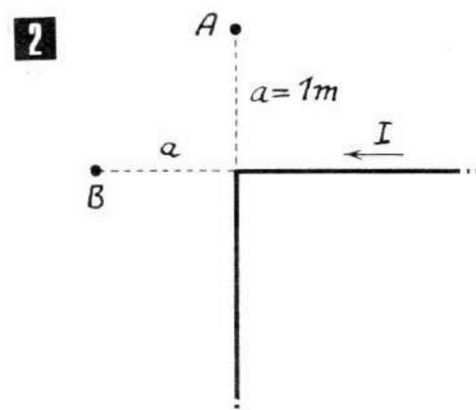
818. Dva beskonačno duga pravolinijska provodnika, kroz koje protiču struje jačina $I_1=5$ A i $I_2=2\,I_1$, nalaze se u međusobnom položaju kao na slici **3**. Kolika je jačina magnetnog polja u tački A?

819. Kroz beskonačno dug provodnik, prikazan na slici **4**, protiče struja jačine $I=0{,}5$ A. Kolika je jačina magnetnog polja u tački A?

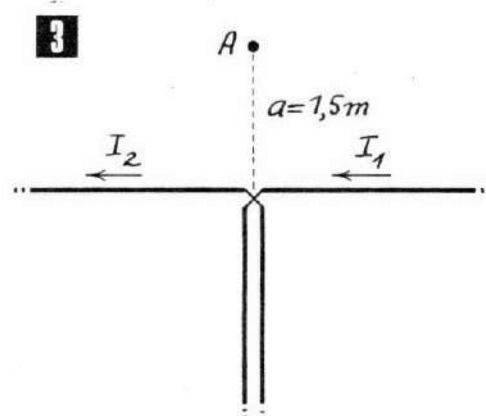
820. Kroz beskonačno dug provodnik, prikazan na slici **5**, protiče struja jačine $I=2$ A. Provodnik se nalazi u vodi. Kolika je magnetna indukcija u tački A?

821. Kroz dva beskonačno duga provodnika, prikazana na slici **6**, protiču struje jednake jačine, $I_1=I_2=10$ A, u naznačenom smeru. Kolika je rezultujuća jačina magnetnog polja u tački A?

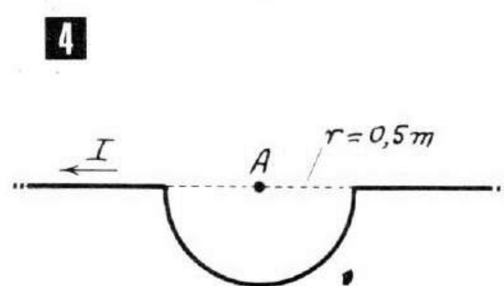
2



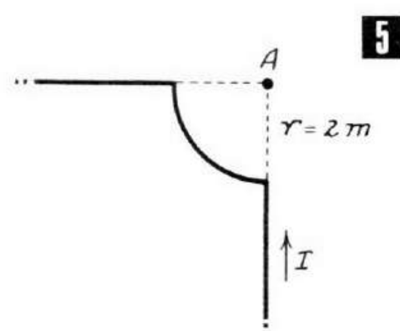
3

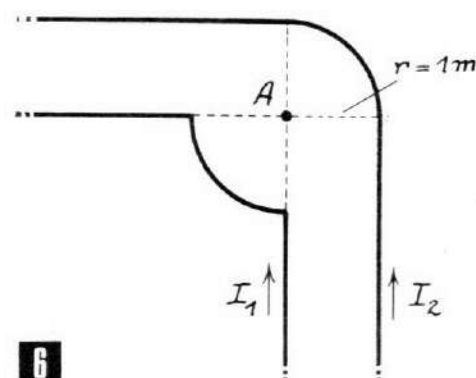


4



5

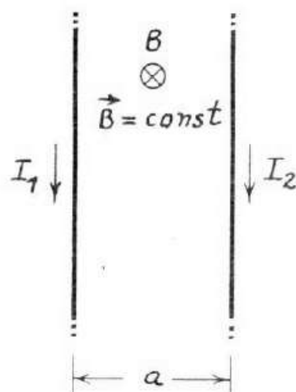




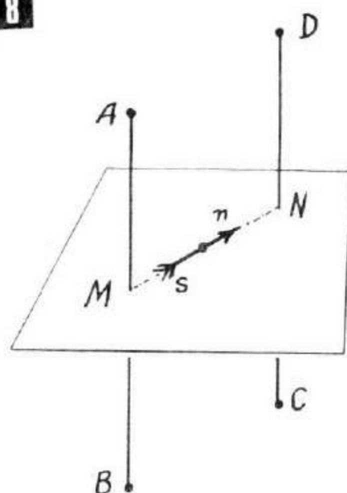
6

6*

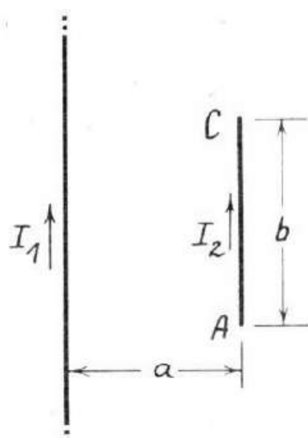
7



8



9



3. UZAJAMNO DEJSTVO STRUJNIH PROVODNIKA

822. U homogenom magnetnom polju, indukcije $B=100$ μT, nalaze se dva pravolinijska provodnika koji su međusobno paralelni i postavljeni normalno na pravac magnetnih linija sile. Rastojanje između provodnika je $a=20$ cm, a njihova dužina $l_1=l_2=$ $=30$ cm. Kroz provodnike protiču struje istog smera, jačine $I_1=40$ A i $I_2=50$ A.

a) Kolike su magnetne (Amperove) sile uzajamnog dejstva između provodnika? Koji je njihov pravac i smer?

b) Kolika Amperova sila deluje na drugi provodnik ako se promeni smer struje kroz prvi provodnik?

823. U homogenom magnetnom polju, indukcije $B=0{,}1$ mT, nalaze se dva paralelna provodnika čiji su pravci normalni na pravac magnetnih linija sile **7**. Dužine provodnika su jednake i iznose $l=34$ cm, dok međusobno rastojanje provodnika iznosi $a=$ $=14$ cm. Kroz prvi provodnik protiče struja jačine $I_1=40$ A, a kroz drugi $I_2=50$ A. Koliki je intenzitet rezultujuće Amperove sile koja deluje na prvi provodnik ako struje I_1 i I_2 imaju isti smer? Nacrtati pravac i smer Amperovih sila koje deluju na prvi i drugi provodnik.

824. Data su dva vertikalna provodnika (AB i CD) jednakih dužina **8**. Njihovi gornji krajevi A i D nalaze se na istom nivou, a površina ABCD leži u ravni magnetnog meridijana. Ova dva provodnika prolaze kroz horizontalnu ravan u tačkama M i N. Rastojanje MN iznosi $a=10$ cm. Na sredini duži MN postavi se mala magnetna igla koja se može obrtati oko vertikalne ose. Horizontalna komponenta Zemljine magnetne indukcije iznosi $B_Z=20$ μT.

a) Provodnik AB spoji se pomoću provodnika zanemarljive otpornosti sa polovima generatora, elektromotorne sile $\mathcal{E}$ i zanemarljive unutrašnje otpornosti. Pri tome magnetna igla skreće za ugao α_1, za koji je $\operatorname{tg}\alpha_1=0{,}4$. Kolika je jačina struje I_1 koja protiče kroz provodnik AB?

b) Zatim se provodnik CD spoji (provodnikom zanemarljive otpornosti) sa provodnikom AB, i to na dva načina:

— A se veže sa D, a B sa C,

— A se veže sa C, a B sa D.

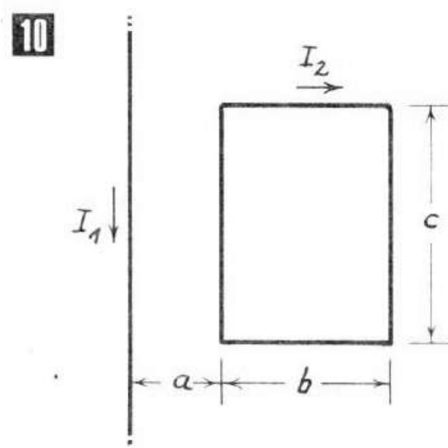
Pri ovome dolazi do skretanja magnetne igle za uglove α_2 i α_3, čiji se tangensi, svaki posebno, razlikuju od $\operatorname{tg}\alpha_1$ za 0,1.

Oceniti napamet, ali sa objašnjenjem, pri kome je od dva navedena eksperimenta veće skretanje magnetne igle.

Kolika je jačina struje koja protiče kroz provodnik CD?

Znajući da je njegova otpornost $R=2\ \Omega$, izračunati veličinu elektromotorne sile izvora i otpornost provodnika AB.

825. Provodnik AC, dužine b, kroz koji protiče struja jačine I_2, nalazi se u magnetnom polju beskonačno dugog pravolinijskog provodnika, kroz koji protiče struja jačine I_1 **9**. Smerovi struja su naznačeni na slici. Kolika Amperova sila deluje na provodnik AC ako se on nalazi u vazduhu? Koji pravac i smer ima ova sila?

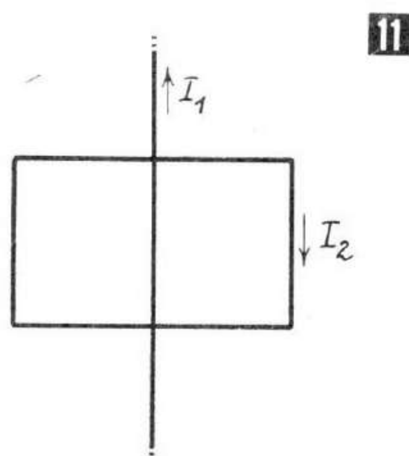


826. Kroz beskonačno dug pravolinijski provodnik i pravougaoni ram, prikazani na slici **10**, protiču struje jačine $I_1=5$ A i $I_2=10$ A. Dimenzije na slici su $a=1$ m, $b=1{,}5$ m, $c=2$ m.

a) Kolika Amperova sila deluje na ram?

b) U kom pravcu u smeru bi se kretao ram u slučaju da je slobodan?

Ram se nalazi u vazduhu.



827. Imajući u vidu rešenje prethodnog zadatka, ustanoviti kolika Amperova sila bi delovala na ram u slučaju kada bi se u odnosu na pravolinijski provodnik nalazio kao na slici **11**.

4. ELEKTROMAGNETNA INDUKCIJA

828. Kružni provodnik se nalazi u homogenom magnetnom polju tolike jačine i u takvom položaju (u odnosu na magnetne linije sile) da magnetni fluks kroz njega iznosi $\Phi_0=0{,}02$ Wb.

a) Kolika je indukovana elektromotorna sila u provodniku ako magnetni fluks ravnomerno opadne do nule za vreme $\Delta t=0{,}1$ ms?

b) Nacrtati dijagram promene magnetnog fluksa i odgovarajući dijagram indukovane elektromotorne sile.

829. Za koje vreme treba magnetni fluks da se ravnomerno poveća od $\Phi_1=2\ \mu$Wb do $\Phi_2=102\ \mu$Wb kroz površinu omeđenu provodnikom da bi se u njemu indukovala elektromotorna sila $\mathcal{E}=30$ V?

830. Kvadratni provodnik, strana $a=0{,}2$ m, postavljen je normalno na linije sile homogenog magnetnog polja, indukcije $B_0=0{,}1$ T.

a) Kolika će biti indukovana elektromotorna sila u provodniku ako magnetna indukcija opadne ravnomerno za 50% u toku vremena $\Delta t_1=10$ ms, a u toku narednog vremena $\Delta t_2=5$ ms za 100%?

b) Nacrtati dijagram magnetne indukcije i odgovarajući dijagram indukovane elektromotorne sile.

831. U nekom strujnom kolu indukuje se stalna elektromotorna sila $\mathcal{E}=12$ V usled promene magnetnog fluksa kroz površinu koja je njime omeđena.

a) Da li je ova promena fluksa ravnomerna?

b) Kolikom brzinom se menja magnetni fluks kroz kolo?

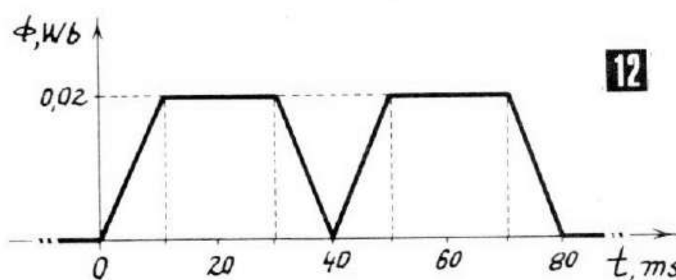
832. Kružni ram, poluprečnika $r=40$ cm, načinjen je od bakarnog provodnika kružnog poprečnog preseka prečnika $d=1$ mm. Provodnik se nalazi u homogenom magnetnom polju, čija indukcija ravnomerno opada brzinom 20 mT/s, a čije su linije sile normalne na ravan u kojoj se nalazi ram. Kolika je:

a) indukovana elektromotorna sila u ramu,

b) jačina struje koja protiče kroz ram?

c) Šta će se desiti ako se brzina promene magnetne indukcije poveća dva puta?
d) Šta će se desiti ako magnetna indukcija prestane da se menja?
Specifična otpornost bakra iznosi $\rho=17$ nΩ·m.

833. Dijagram promene magnetnog fluksa kroz kolo prikazan je na slici **12**. Nacrtati odgovarajući dijagram indukovane elektromotorne sile u ovom kolu.



834. Da li se u kolu javlja indukovana elektromotorna sila i u slučajevima kada se magnetni fluks menja proizvoljno, tj. kada njegova promena nije linearna?

835. Kružni provodnik, koji omeđuje površinu $S_0=100$ cm², nalazi se u homogenom magnetnom polju, indukcije $B=30$ mT, i to tako da su linije sile magnetnog polja normalne na ravan provodnika. U toku vremena $\Delta t=0,5$ s površina omeđena ovim provodnikom ravnomerno se smanji do nule, dok magnetna indukcija ostaje stalna. Kolika je indukovana elektromotorna sila u ovom strujnom kolu?

836. Kružni provodnik u obliku rama postavljen je tako da je njegova ravan normalna na površinu Zemlje. Ravan rama se poklapa sa pravcem istok-zapad, pa je magnetni fluks Zemljinog magnetnog polja kroz ram maksimalan i iznosi $\Phi=20$ μWb. Ram se zatim okrene tako da zauzme pravac sever-jug. U tom položaju je magnetni fluks kroz ram jednak nuli. Ako otpornost rama iznosi $R=0,8$ Ω, izračunati količinu elektriciteta koja će proteći kroz ram za vreme njegovog obrtanja.

837. Da bi se izmerila magnetna indukcija nekog homogenog magnetnog polja, izvrši se sledeći eksperiment. Mali kružni kalem, otpornosti $R=0,5$ Ω, sa $N=20$ navojaka, od kojih je svaki površine $S_0=5$ cm², postavi se u homogeno magnetno polje čija se magnetna indukcija određuje, i to u položaj koji odgovara maksimalnom fluksu. Zatim se kalem izvuče iz magnetnog polja ne menjajući njegov položaj u odnosu na pravac polja. Pri tome kroz kolo protekne količina elektriciteta $q=1,2$ mC. Kolika je magnetna indukcija ovog polja?

838. Krila aviona imaju raspon $l=35$ m. Kolika je indukovana elektromotorna sila u krilima aviona kada on leti brzinom $v=720$ km/h u horizontalnom pravcu na mestu gde vertikalna komponenta magnetne indukcije Zemljinog magnetnog polja iznosi $B_{Z_v}=10$ μT?

839. Kolikom brzinom treba da se kreće provodnik, dužine $l=30$ cm, u pravcu normalnom na pravac linija sile homogenog magnetnog polja, čija je indukcija $B=1$ T, da bi se u njemu indukovala elektromotorna sila $\mathcal{E}=220$ V?

840. Kolika je indukovana elektromotorna sila u provodniku, dužine $l=0,5$ m, koji se kreće brzinom $v=10$ m/s u horizontalnom pravcu? Uzeti da je vertikalna komponenta magnetne indukcije Zemljinog magnetnog polja $B_{Z_v}=20$ μT.

841. Dužina antene na kosmičkom brodu je $l=40$ cm. Kolika bi bila indukovana elektromotorna sila u ovoj anteni kada bi se kosmički brod kretao (prvom kosmičkom brzinom) neposredno iznad površine Zemlje u ekvatorijalnoj ravni? Horizontalna komponenta magnetne indukcije Zemljinog magnetnog polja na površini Zemlje iznosi $B_{Z_h}=20$ μT.

842. Vagon, čija je brzina $v=72$ km/h, kreće se u oblasti gde magnetna indukcija Zemljinog magnetnog polja iznosi $B=2,3$ mT, a inklinacioni ugao $i=60°$. Koliki je napon na krajevima osovine vagona ako je njena dužina $l=1,8$ m?

843. U homogenom magnetnom polju, čija je indukcija $B=0,05$ T, obrće se štap, dužine $l=1$ m, stalnom ugaonom brzinom $\omega=20$ rad/s. Osa obrtanja štapa

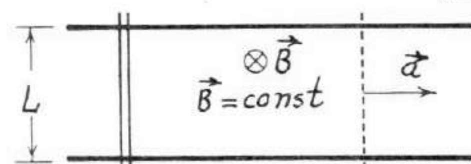
prolazi kroz njegov kraj i paralelna je linijama sile magnetnog polja. Kolika je indukovana elektromotorna sila u štapu?

844. U homogenom magnetnom polju, indukcije $B=0{,}2$ mT, nalaze se dva vrlo duga pravolinijska i paralelna provodnika, načinjena od supstancije čija je otpornost po jediničnoj dužini $r_0=2\ \Omega/\text{m}$. Rastojanje između provodnika je $L=20$ cm. Na ove provodnike položene su dve šipke načinjene od iste supstancije **13**. U početku su šipke jedna pored druge, a zatim jedna od njih počinje da se kreće stalnim ubrzanjem $a=40\ \text{cm/s}^2$, dok druga ostaje u mirovanju. Prelazna otpornost između šipki i provodnika je zanemarljiva. Kolika je:

a) maksimalna vrednost indukovane struje u ovom kolu,

b) brzina pokretne šipke u tom trenutku?

13



845. Kružni kalem, površine poprečnog preseka $S=100\ \text{cm}^2$, sa $N=1000$ navojaka, postavljen je u homogeno magnetno polje, jačine $H=10^5$ A/m, i to tako da se osa kalema poklapa sa linijama sile magnetnog polja. Kolika količina elektriciteta protekne kroz kratko vezane navojke kalema kada se u njega uvuče šipka, načinjena od gvožđa relativne permeabilnosti $\mu_r=500$? Otpornost jednog navojka kalema iznosi $R_1=2\ \Omega$, dok je permeabilnost vakuuma $\mu=4\pi\cdot10^{-7}$ T·m/A.

846. Dve paralelne metalne šine nalaze se u horizontalnoj ravni na razmaku l. U prostoru gde se nalaze šine vlada homogeno magnetno polje, indukcije B, čije su linije sile vertikalne. Na jednom kraju šina priključen je kondenzator, kapacitivnosti C, dok se na drugom kraju šina nalazi provodnik, mase m, koji spaja šine pod pravim uglom i može se kretati po njima bez trenja. Na sredini ovog provodnika deluje horizontalna sila $\vec{F}$, i to u pravcu šina, pokrećući provodnik ka drugom kraju šina, na koje je vezan kondenzator. Koliko je ubrzanje provodnika? Zanemariti električnu otpornost šina, provodnika i oba spoja između provodnika i šina.

847. a) Pravougaoni kalem ABCD **14** sadrži $N=20$ navojaka bakarne žice, specifične otpornosti $\rho=17{,}5\ \text{n}\Omega\cdot\text{m}$, prečnika $d=0{,}4$ mm, dok su dimenzije jednog navojka $AB=CD=5$ cm i $AC=BD=20$ cm. Kolika je otpornost kalema?

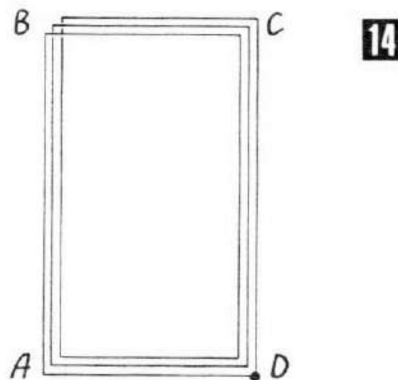
b) Ovaj kalem, kroz koji protiče struja jačine $I=1$ A, postavi se na jedan tas terazija, dok se na drugi tas postave tegovi određene mase, tako da se terazije uravnoteže.

Ravan ABCD je vertikalna, dok su strane AB i CD horizontalne. Niže strane kalema AB izložene su dejstvu horizontalnog homogenog magnetnog polja, indukcije $B=0{,}1$ T, dok je strana CD izvan dejstva magnetnog polja.

Usled dejstva magnetnih sila na stranu kalema AB, terazije se izvedu iz ravnotežnog položaja, pa zbog toga na drugi tas treba dodati teg mase m, da bi se ponovo uspostavila ravnoteža.

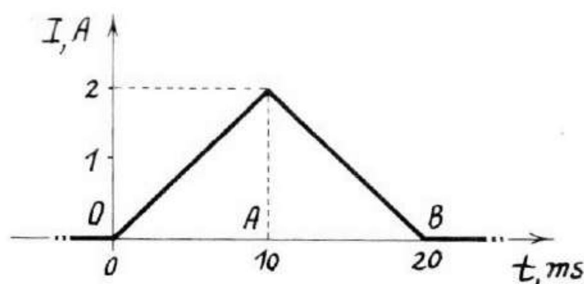
— Kolika je masa m dodatog tega?

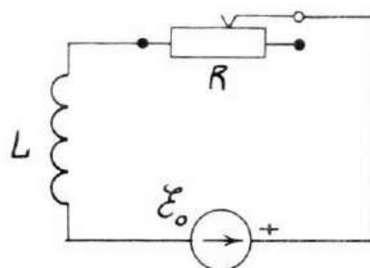
— Koji smer ima magnetno polje za jedan usvojen smer struje?



14

848. Elektron, koji je u početnom trenutku imao zanemarljivu brzinu, ubrzava se u homogenom električnom polju jačine E. Posle vremena $t=0{,}01$ s elektron uleti u homogeno magnetno polje, indukcije $B=10\ \mu$T, čije su linije sile normalne na pravac električnog polja. Koliki je odnos normalnog i tangencijalnog ubrzanja elektrona u trenutku kada on uleće u magnetno polje? Naelektrisanje elektrona je $e=0{,}16$ aC, a masa $m\approx9\cdot10^{-31}$ kg.

15 

16 

SAMOINDUKCIJA

849. Kako se na osnovu relacije $\mathcal{E}_s = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ može definisati jedinica induktivnosti?

850. Kroz strujno kolo, induktivnosti $L=0,1$ H, protiče električna struja čija se jačina menja brzinom 2,1 A/s. Kolika je indukovana elektromotorna sila samoindukcije u ovom kolu?

851. Struja, stalne jačine $I=4$ A, protiče kroz strujno kolo. Pri isključenju strujnog izvora jačina ove struje opadne na nulu za vreme $t=0,03$ ms. Ako je induktivnost ovog kola $L=50$ mH, kolika je srednja vrednost indukovane elektromotorne sile u kolu?

852. U nekom kalemu se indukuje elektromotorna sila samoindukcije $\mathcal{E}=12$ V u toku vremena $\Delta t=0,3$ ms. Tokom ovog vremena jačina struje kroz kolo ravnomerno se poveća od $I_1=0$ do $I_2=6,5$ A i ne menja se u toku narednog vremena. Kolika je induktivnost ovog kola?

853. Kroz strujno kolo, induktivnosti $L=3$ mH i termičke otpornosti $R=0,1\,\Omega$, jačina struje se menja u toku vremena prema dijagramu prikazanom na slici **15**. Nacrtati odgovarajući dijagram indukovane elektromotorne sile samoindukcije.

854. Kada jačina struje kroz strujno kolo raste ravnomerno počevši od nule, brzinom $(\Delta I/\Delta t)=2$ A/s, tada kroz kolo protiče stalna električna struja samoindukcije, čija je jačina $I_s=0,5$ A. Otpornost ovog kola iznosi $R=0,25\,\Omega$.

a) Kolika je induktivnost L ovog kola?

b) Nacrtati dijagram jačine struje u kolu i odgovarajući dijagram indukovane struje samoindukcije I_s.

c) Da li se jačina indukovane struje I_s može izmeriti?

855. U strujnom kolu prikazanom na slici **16** induktivnost kalema iznosi $L=120$ mH, a najveća otpornost promenljivog otpornika $R=24\,\Omega$. Elektromotorna sila električnog izvora iznosi $\mathcal{E}_0=2$ V, dok je njegova unutrašnja otpornost zanemarljiva. U jednom trenutku otpornost otpornika u kolu počne da se smanjuje tako da se jačina struje u kolu ravnomerno povećava. Otpornost prestane da se menja posle vremena $\Delta t=1$ s, kada je njena vrednost $R'=4\,\Omega$.

a) Kolika je indukovana elektromotorna sila samoindukcije u kalemu za ovo vreme?

b) Kolika je jačina ukupne struje koja protiče kroz kolo neposredno:

— posle početka menjanja otpornosti,

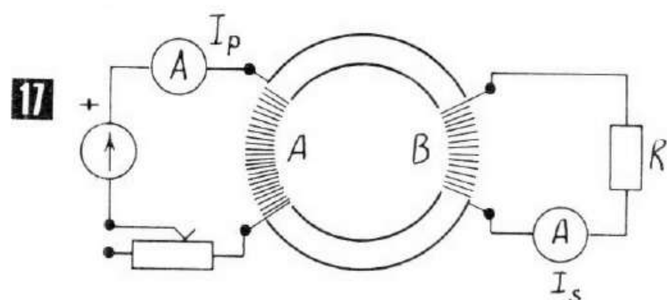
— pre prestanka menjanja otpornosti?

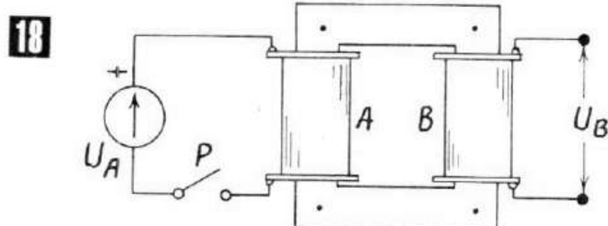
MEĐUSOBNA INDUKCIJA

856. Međusobna induktivnost dva strujna kola iznosi $M=0,1$ mH. Kroz jedno od ovih kola jačina struje se povećava stalnom brzinom $(\Delta I/\Delta t)=5$ A/s.

a) Kolika je indukovana elektromotorna sila međusobne indukcije u drugom kolu?

b) Kolika struja protiče kroz drugo kolo tokom međusobne indukcije?





857. Na gvozdenom torusu **17** namotana su dva kalema (A i B). Jačina struje koja protiče kroz kolo A (primarno kolo) smanjuje se ravnomerno, tako da se za vreme $\Delta t=3$ s njena jačina smanji od $I_{p1}=2$ A do $I_{p2}=0$.
Za isto vreme kroz kolo B (sekundarno kolo), ukupne otpornosti $R_s=12\,\Omega$, protiče stalna električna struja međusobne indukcije jačine $I_s=0{,}25$ A. Kolika je međusobna induktivnost ova dva kola?

858. Data su dva strujna kola (A i B) magnetno spregnuta **18**. Prekidač P u kolu A naizmenično se uključuje i isključuje u jednakim vremenskim intervalima. Nacrtati zavisnost:

a) $I_A=I_A(t)$,

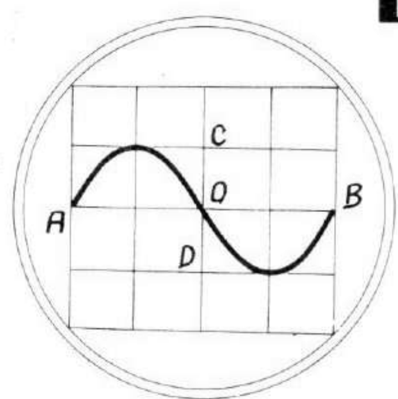
b) $U_B=U_B(t)$, imajući u vidu da je napon U_B jednak indukovanoj elektromotornoj sili međusobne indukcije u kolu B.

4. Naizmenična električna struja

859. Amplituda harmonijske naizmenične električne struje iznosi $I_{max}=5$ A a napona $U_{max}=100$ V, dok im je frekvencija $\nu=50$ Hz. Napisati njihove jednačine.

860. U praksi se kaže da je napon javne električne mreže $U=220$ V. Da li se tu misli na njegovu maksimalnu ili efektivnu vrednost? Ako je to efektivna vrednost, kolika je onda njegova maksimalna vrednost? Napisati jednačinu ovog napona.

861. Na elektronskom oscilografu dobijen je grafikon naizmeničnog napona prikazan na slici **1**, gde je $OB=5$ cm, a $CD=4$ cm. Razmera za vertikalnu osu je $k_v=10$ V/cm, a za horizontalnu $k_h=$ $=1$ ms/cm. Napisati jednačinu trenutne vrednosti ovog napona.



862. Na slici **2** prikazan je prostoperiodični napon na krajevima otpornika čija je otpornost $R=5\,\Omega$.

a) Nacrtati odgovarajući dijagram struje.

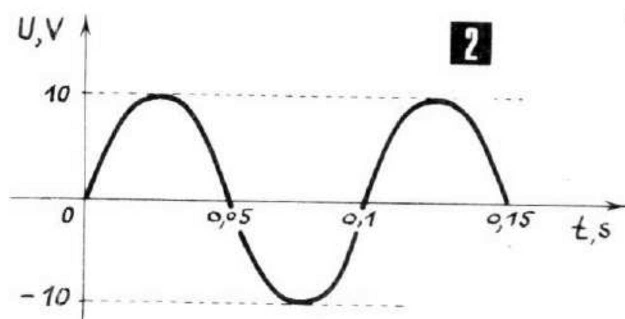
b) Kolike su odgovarajuće vrednosti efektivnog napona i struje?

863. Trenutna vrednost naizmenične struje određena je relacijom

$$i=11{,}3\text{ A}\cdot\sin\left(314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\,t\right)$$

a) Kolika je efektivna vrednost ove struje?

b) Koliki je njen period?



864. Naizmenična struja, trenutne vrednosti $i=3\text{A}\cdot\cos\left(314\frac{\text{rad}}{\text{s}}t\right)$, grana se u tački A na dve grane (sa termogenim otpornicima čije su otpornosti $R_1=60\,\Omega$ i $R_2=40\,\Omega$), koje se ponovo sastaju u tački B. Kolika je oslobođena količina toplote u delu kola između tačaka A i B u toku jednog perioda ove naizmenične struje?

865. a) Čemu je jednaka impedanca redne veze termogenog otpornika R, kalema L i kondenzatora C **3**?

b) Kako se iz ove relacije dobija impedanca redne veze:

— termogenog otpornika R i kalema L,

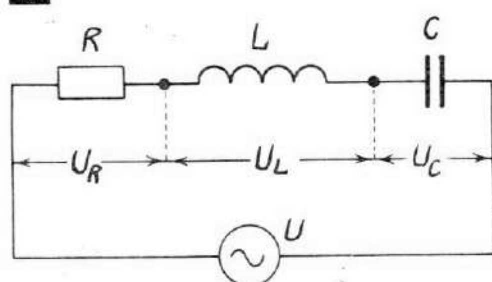
— termogenog otpornika R i kondenzatora C,

— kalema L i kondenzatora C?

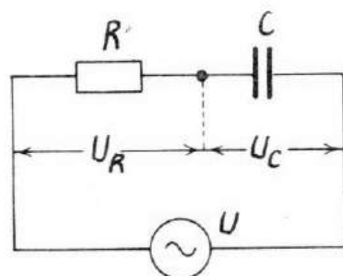
c) Kako se izražava Omov zakon u ovim slučajevima?

d) Kako se izražava II Kirhofovo pravilo u ovim slučajevima?

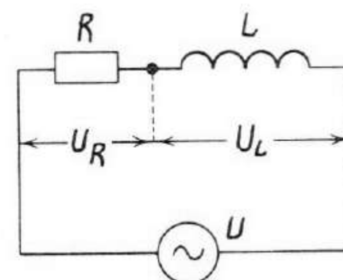
3



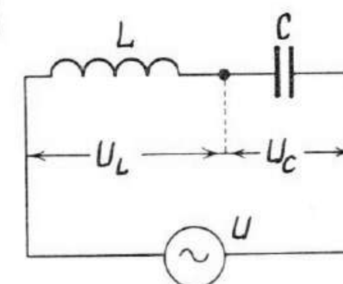
4



5



6



866. Kondenzator, kapacitivnosti $C=10\,\mu\text{F}$, priključi se na električnu mrežu napona $U=220$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz. Kolika je jačina struje koja protiče kroz ovaj kondenzator?

867. Kalem, induktivnosti $L=0{,}2$ H, priključi se na električnu mrežu, napona $U=220$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz. Kolika je jačina struje koja protiče kroz ovaj kalem?

868. Termogeni otpornik, otpornosti $R=200\,\Omega$, i kondenzator, kapacitivnosti $C=10\,\mu\text{F}$, vezani su redno i priključeni na izvor naizmenične struje, napona $U=110$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz **4**.

a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz ovo kolo?

b) Koliki su naponi na krajevima termogenog otpornika U_R i kondenzatora U_C?

869. Termogeni otpornik, otpornosti $R=200\,\Omega$, i kalem, induktivnosti $L=0{,}5$ H, vezani su redno i priključeni na električnu mrežu, napona $U=110$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz **5**.

a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz ovo kolo?

b) Koliki su naponi na krajevima kalema U_L i termogenog otpornika U_R?

870. Kalem, induktivnosti $L=20$ mH, i kondenzator, kapacitivnosti $C=4\,\mu\text{F}$, vezani su redno i priključeni na izvor naizmenične struje, napona $U=50$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz **6**. Termogena otpornost kalema je zanemarljivo mala.

a) Kolika je jačina struje koja protiče kroz ovo kolo?

b) Koliki su naponi na krajevima kalema U_L i kondenzatora U_C?

c) Kako se objašnjava činjenica da zbir ovih napona (U_L i U_C) nije jednak naponu izvora U?

d) Kolika bi jačina struje proticala kroz ovo kolo kada bi se ono priključilo na izvor jednosmerne struje?

871. Termogeni otpornik otpornosti $R=45\ \Omega$, kalem induktivnosti $L=2$ H i kondenzator kapacitivnosti $C=10\ \mu$F vezani su redno i priključeni na izvor naizmenične struje, napona $U=220$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz. Kolika je:

a) otpornost ovog kola,

b) jačina struje koja protiče kroz kolo?

c) Koliki su naponi na krajevima termogenog otpornika U_R, kalema U_L i kondenzatora U_C?

872. Kada nastaje rezonancija u kolu naizmenične struje? Čime se ona manifestuje? Kolika je jačina struje u kolu pri rezonanciji?

873. Termogeni otpornik, otpornosti $R=200\ \Omega$, kondenzator, kapacitivnosti $C=4\ \mu$F, i kalem induktivnosti $L=0,3$ H, vezani su redno i priključeni na električni izvor napona $U=220$ V. Kolika je:

a) jačina struje koja protiče kroz ovo kolo pri rezonanciji,

b) rezonantna frekvencija ovog kola?

c) Koliki su naponi pri rezonanciji na krajevima termogenog otpornika U_R, kondenzatora U_C i kalema U_L?

d) Koliki je fazni ugao između napona i struje pri rezonanciji?

874. U kolu naizmenične struje promenljive frekvencije nalazi se kalem, termogene otpornosti $R=20\ \Omega$ i induktivnosti $L=0,169$ H, i kondenzator kapacitivnosti $C=0,15\ \mu$F.

a) Pri kojoj frekvenciji je otpornost ovog kola najmanja?

b) Kolika je najveća jačina struje koja sme da protiče kroz ovo kolo ako kondenzator ne može da izdrži veći napon od $U_C=2$ kV pri frekvenciji struje od $\nu=1000$ Hz? Kolika je u ovom slučaju maksimalna vrednost efektivnog napona električnog izvora?

875. Koliki je faktor snage kola naizmenične struje ako fazni ugao između napona na njegovim krajevima i struje koja protiče kroz njega iznosi $\varphi=12°$?

876. Motor naizmenične struje priključen je na električnu mrežu, napona $U=$ $=220$ V, pri čemu kroz njega protiče struja jačine $I=2$ A. Faktor snage motora je $\cos\varphi=0,90$.

a) Kolikom snagom motor opterećuje električnu mrežu?

b) Kolika je aktivna snaga motora?

c) Kolika je njegova korisna snaga?

Uzeti da je stepen korisnog dejstva motora $\eta=0,85$.

877. Korisna snaga motora naizmenične struje iznosi $P_k=10$ kW, a njegov stepen korisnog dejstva $\eta=0,80$.

a) Ako je faktor snage motora $\cos\varphi=0,90$, izračunati snagu kojom ovaj motor opterećuje električnu mrežu.

b) Kolika će struja proticati kroz ovaj motor kada se on priključi na električnu mrežu napona $U=220$ V?

878. Izmereno je da je primarni napon transformatora $U_p=440$ V, a sekundarni $U_s=4$ V. Koliki je odnos broja navojaka primara i sekundara? Koliki je odnos jačina struja koje protiču kroz primar i sekundar ovog transformatora?

879. a) Primar transformatora ima $N_p=1200$ navojaka tanke žice, a sekundar $N_s=30$ navojaka debele žice. Kada se primarni namotaj priključi na električnu mrežu napona $U=220$ V, koliki će da bude napon na krajevima sekundara?

b) Ako je jačina struje koja protiče kroz sekundar $I_s=6$ A, izračunati kolika je jačina struje koja protiče kroz primar I_p?

880. Primar transformatora ima $N_p=110$ navojaka, a priključen je na električnu mrežu napona $U_p=220$ V i frekvencije $\nu=50$ Hz. Sekundar transformatora ima $N_s=600$ navojaka i na njega je priključen kondenzator kapacitivnosti $C=$ $=5\ \mu$F. Kolika je efektivna vrednost jačine struje koja protiče kroz kolo sekun-

dara transformatora ako je njegova ukupna induktivnost $L=4$ H, a termogena otpornost $R=200\ \Omega$? Gubitke transformatora zanemariti.

881. Transformator je priključen na javnu električnu mrežu ($U_p=220$ V), pri čemu je napon na krajevima sekundara $U_s=6$ V.

a) Kolika struja protiče kroz primar kada se na sekundar priključi potrošač snage $P=40$ W?

b) Kolika je tada jačina struje kroz sekundar?

882. Prividna snaga transformatora, tj. snaga kojom on opterećuje električnu mrežu na koju je priključen, iznosi $P=400$ W. Njegov faktor snage iznosi $\cos\varphi=0{,}80$, a stepen korisnog dejstva $\eta=0{,}90$. Kolika se količina toplote oslobodi u transformatoru u toku vremena $t=10$ h?

883. Kada se primar nekog transformatora priključi na električnu mrežu napona $U_p=220$ V, tada je napon na njegovom sekundaru $U_s=6{,}3$ V. Koliki će da bude napon na sekundaru ako se primarni napon snizi na $U_p'=215$ V?

884. Zbog čega rukovanje autotransformatorom može da bude opasno po život?

5. *Elektromagnetne oscilacije*

885. LC-oscilatorno kolo se sastoji iz kondenzatora, kapacitivnosti $C=50$ pF, i kalema induktivnosti $L=10\ \mu$H.

a) Kolika je rezonantna frekvencija ovog oscilatornog kola?

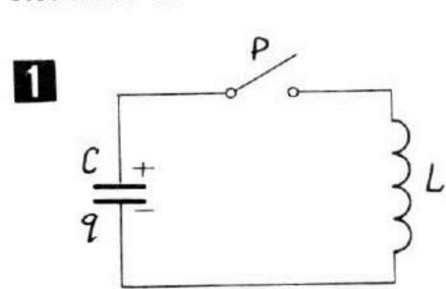
b) Koliki je period elektromagnetnih oscilacija u ovom kolu?

886. Rezonantna frekvencija LC-oscilatornog kola je $\nu=16$ MHz. Na kondenzatoru u kolu naznačeno je da je njegova kapacitivnost $C=10$ pF, dok na kalemu nema oznake o njegovoj induktivnosti. Kolika je ona?

887. Period elektromagnetnih oscilacija u LC-oscilatornom kolu (izmeren osciligrafom) iznosi $T=1\ \mu$s. Kapacitivnost kondenzatora u kolu je $C=0{,}5$ nF. Kolika je induktivnost kalema?

888. Kolika je kružna frekvencija elektromagnetnih oscilacija iz prethodnog zadatka?

889. Rezonantna kružna frekvencija LC-oscilatornog kola iznosi $\omega=10^6$ rad/s. Induktivnost kalema u kolu je $L=50\ \mu$H. Kolika je kapacitivnost kondenzatora?



890. Na slici **1** jer pikazano LC-oscilatorno kolo, u kome je $C=400$ pF, a $L=10$ mH. Kondenzator u kolu je naelektrisan vezivanjem na električni izvor napona $U=100$ V.

a) Koliki je period elektromagnetnih oscilacija koje nastanu u kolu posle uključenja prekidača P?

b) Kolika se količina toplote oslobodi u kolu tokom trajanja elektromagnetnih oscilacija?

891. U LC-oscilatornom kolu nalazi se kalem čiji su navojci namotani na šupljem cilindru od hartije. Za koliko puta se smanji rezonantna frekvencija ovog oscilatornog kola kada se u kalem uvuče ferimagnetno jezgro relativne permeabilnosti $\mu_r=9\cdot10^4$?

892. Jačina električnog polja E između ploča kondenzatora u LC-oscilatornom kolu, i jačina magnetnog polja H u kalemu, koji se nalazi u sastavu ovog kola, menjaju se tokom vremena po zakonu

$$E=E_0\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\,t\right); \qquad H=-H_0\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\,t\right)$$

pod uslovom da u kolu nema Džulovih gubitaka energije. Nacrtati dijagrame zavisnosti $E(t)$ i $H(t)$ i na osnovu njih izvesti odgovarajuće zaključke.

893. Energija električnog polja kondenzatora i energija magnetnog polja kalema u LC-oscilatornom kolu menjaju se tokom vremena po zakonu

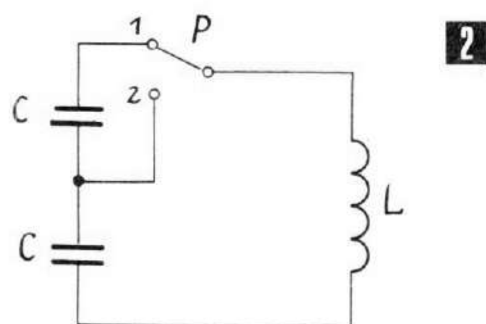
$$W_e = \frac{CU_0^2}{2}\sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$W_m = \frac{LI_0^2}{2}\cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

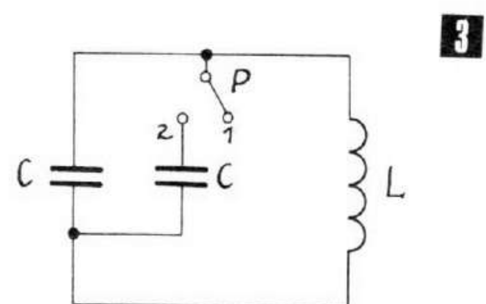
gde je U_0 — amplituda napona na krajevima kondenzatora, a I_0 — amplituda jačine struje kroz kolo.

a) Kolika je maksimalna vrednost ukupne energije u kolu?

b) Nacrtati dijagrame zavisnosti $W_e(t)$ i $W_m(t)$ i na osnovu njih izvesti odgovarajuće zaključke.

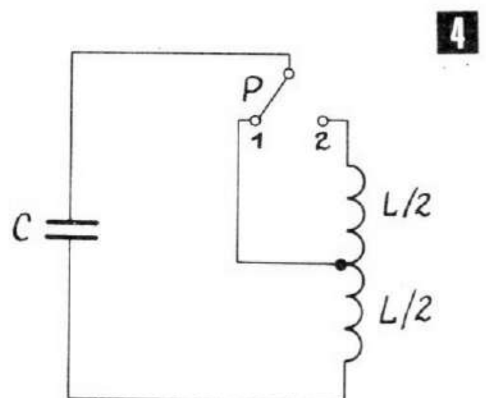


894. Kapacitivnost kondenzatora u LC-oscilatornom kolu može da se menja od $C_1=50$ pF do $C_2=500$ pF. Koliki je odnos najviše u najniže rezonantne frekvencije ovog kola?



895. U LC-oscilatornom kolu prikazanom na slici **2** nalazi se kalem, induktivnosti $L=80$ μH, i dva kondenzatora, jednakih kapacitivnosti $C=20$nF. Kolika je rezonantna frekvencija ovog kola kada je prekidač P u položaju (1), a kolika kada je u položaju (2)?

896. U LC-oscilatornom kolu prikazanom na slici **3** nalazi se kalem, induktivnosti $L=30$ mH, i dva kondenzatora jednakih kapacitivnosti $C=50$ pF. Kolika je kružna rezonantna frekvencija ovog kola kada je prekidač P u položaju (1), a kolika kada je u položaju (2)?



897. Koliki je odnos perioda elektromagnetnih oscilacija u LC-oscilatornom kolu prikazanom na slici **4** kada se prekidač P nalazi u položaju (1) i kada se nalazi u položaju (2)?

6. *Elektromagnetno polje. Elektromagnetni talasi*

898. Naelektrisanje u mirovanju ($\vec{v}=0$) poseduje električno kulonovsko polje, a kada se kreće ravnomerno ($\vec{v}$=const; $v\neq 0$), ono poseduje magnetno polje definisano Bio-Savarovim zakonom (biosavarovsko polje). Intenzitet oba polja opada sa kvadratom rastojanja posmatrane tačke od izvora polja (E, $H\sim 1/r^2$).

Međutim, ako se naelektrisanje kreće promenljivo [$\vec{a}$ =const ili $\vec{a}=\vec{a}(t)$], ono poseduje i elektromagnetno polje, koje se zbog svojih specifičnih svojstava naziva i indukciono elektromagnetno polje. Ovo polje poseduje električno magnetno

polje čije se jačine $\vec{E}_i$ i $\vec{H}_i$ menjaju sinhrono, tj. istovremeno dostignu maksimum i minimum, ili postaju jednaki nuli, pri čemu su vektori $\vec{E}_i$ i $\vec{H}_i$ međusobno normalni u svakoj tački prostora u kome vlada ovo polje. Nacrtati promene vektora $\vec{E}_i$ i $\vec{H}_i$ u funkciji koordinata prostora u slučaju kada je u pitanju harmonijsko elektromagnetno polje.

899. Opisati uzajamni položaj vektora $\vec{E}_i$ i $\vec{H}_i$ elektromagnetnog polja usamljenog elektrona koji se kreće pravolinijski stalnim ubrzanjem.

900. Kada elektron osciluje harmonijski duž jedne prave, on predstavlja izvor elektromagnetnih talasa. Opisati osnovne karakteristike ovih talasa.

901. Elektroni u ciklotronu emituju elektromagnetne talase čak i onda ako se kreću brzinom stalnog intenziteta. Kako se ovo objašnjava?

902. Imajući u vidu prethodno pitanje, objasniti da li isto važi i za elektrone u sastavu atoma (vezane elektrone).

903. Da li su izvori elektromagnetnog polja elektroni koji čine električnu struju u provodnicima javne električne mreže?

904. Elektroni koji udaraju u ekran katodne cevi TV-prijemnika predstavljaju takođe izvore elektromagnetnog polja tokom njihovog kočenja. Kako se to objašnjava?

905. Jačina električne komponente E_i i jačina magnetne komponente H_i indukcionog elektromagnetnog polja vezane su relacijom

$$\varepsilon E_i^2 = \mu H_i^2$$

gde su ε i μ — permitivnost i permeabilnost sredine.

Ako je jačina električne komponente $E_i = 10\ \mu\text{V/m}$, kolika je jačina magnetne komponente H_i ovog polja u vakuumu?

906. Kada kolo jednosmerne struje postaje izvor elektromagnetnog polja?

907. Izvesti jedinicu proizvoda $E_i \cdot H_i$ i na osnovu nje zaključak o prirodi ovog proizvoda.

908. Izvesti jedinicu izraza $\sqrt{\mu/\varepsilon}$.

909. Kolika je vrednost fizičke veličine određene relacijom $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$?

910. Prav provodnik je priključen jednim svojim krajem na jednu (ma koju) tačku LC-oscilatornog kola. Opisati elektromagnetne talase koje emituje ovaj provodnik.

911. Opisati kretanje slobodnih elektrona u provodniku koji se nalazi u indukcionom elektromagnetnom polju, tj. u provodniku na koji nailazi elektromagnetni talas.

912. Uporediti promene jačine električnog i magnetnog polja $[E_i(t); H_i(t)]$ elektromagnetnog talasa koga emituje provodnik iz prethodnog zadatka i promene električnog polja kondenzatora, u sastavu LC-oscilatornog kola, kao i promene magnetnog polja kalema u istom kolu.

913. Objasniti elektromagnetne talase kao energijski proces. Poslužiti se analogijom sa mehaničkim i gravitacionim talasima.

914. Imajući u vidu da je električna konstanta $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$, a magnetna konstanta $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$, izračunati brzinu prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu.

915. Intenziteti vektora $\vec{E_i}$ i $\vec{H_i}$ harmonijskog elektromagnetnog polja menjaju se u vremenu i prostoru po zakonu

$$E_i(t,x) = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$H_i(t,x) = H_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

gde je $E_0 = 10$ mV/m — amplituda jačine električnog polja, $H_0 = \frac{E_0}{120\pi\ \Omega} = 27\ \frac{\mu A}{m}$ —amplituda jačine magnetnog polja, $\omega = 2 \cdot 10^9$ rad/s — kružna frekvencija elektromagnetnog talasa, x — rastojanje posmatrane tačke (u kojoj su izmerene jačine E_0 i H_0) od izvora talasa, c — brzina prostiranja elektromagnetnih talasa. Odrediti:

a) jačinu talasa,

b) frekvenciju talasa,

c) talasnu dužinu ovog talasa ako se on prostire u vakuumu, kao što je već i pretpostavljeno.

916. Kao izvor elektromagnetnih talasa koji se koriste u komercijalne svrhe upotrebljavaju se antene spregnute sa odgovarajućim LC-oscilatornim kolima. Induktivnost L kalema i kapacitivnost C kondenzatora u ovom kolu određuju talasnu dužinu ovih elektromagnetnih talasa. Ako je u pitanju elektromagnetni talas čija je talasna dužina $\lambda = 482$ m, odrediti odgovarajuće vrednosti L i C u primenjenom oscilatornom kolu.

917. Koliko je »mrtvo vreme« prilikom radio-komunikacija sa posadom koja bi se nalazila na:

a) Mesecu,

b) Veneri

ako je srednje rastojanje Meseca od Zemlje $d_M = 3{,}8 \cdot 10^5$ km, a Venere od Zemlje $d_V = 1{,}1 \cdot 10^8$ km?

918. Do sada izvedena najpreciznija merenja brzine prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu pokazala su da ona iznosi $c = 299\,792\,458$ m/s, pri čemu je relativna greška merenja $(\Delta c/c) = 4 \cdot 10^{-9}$.

a) Za koliko vremena elektromagnetni talas pređe put $s = 1$ m u vakuumu?

b) Kolika bi bila tačnost etalona metra definisanog na ovakav način ako je poznato da je tačnost etalona vremena $2 \cdot 10^{-12}$?

919. Emisiona radio-stanica ima oscilatorno kolo načinjeno od kalema, induktivnosti $L = 10\ \mu$H, i kondenzatora čija kapacitivnost može da se menja od $C_{min} = 50$ pF do $C_{max} = 500$ pF. U kom talasnom opsegu može da radi ova radio-stanica?

OPTIKA

1. Fotometrija

920. Sijalica, svetlosne jačine $I_1=16$ cd, stvara na udaljenosti $r_1=0,5$ m istu osvetljenost na zaklonu kao i neka druga sijalica nepoznate svetlosne jačine I_2 koja je od ovog zaklona udaljena $r_2=2$ m. Kolika je svetlosna jačina ove druge sijalice ako je zaklon normalan na pravac svetlosnih zrakova?

921. Kako je potrebno postaviti dva svetlosna izvora, svetlosnih jačina $I_1=$ $=10$ cd i $I_2=40$ cd, da bi se postigla ista osvetljenost na nekom zaklonu?

922. Svetlosna jačina izvora svetlosti je $I=200$ cd. Koliki ukupni svetlosni fluks emituje ovaj izvor? Kolika je osvetljenost na površini, normalnoj na pravac svetlosnih zrakova, koja se nalazi na rastojanju $r=5$ m od svetlosnog izvora? Smatrati da svetlosni zraci padaju na ekran u pravcu normale.

923. Osvetljenost Zemlje tokom leta može da iznosi i $E=0,1$ Mlx, što je ujedno i njena maksimalna osvetljenost. Kolika je svetlosna jačina Sunca? Rastojanje Zemlje od Sunca iznosi $r=1,5\cdot10^8$ km. Uticaj atmosfere zanemariti.

924. Svetlost sijalice pada na knjigu koja se nalazi na stolu, pod uglom $\alpha=60°$ prema ravni stola, i na knjizi stvara osvetljenost $E=70$ lx. Svetlosna jačina sijalice u svim pravcima iznosi $I=200$ cd. Na kolikom rastojanju i na kolikoj visini se nalazi sijalica u odnosu na knjigu?

925. Udaljenost Marsa od Sunca iznosi $d_1=1,5$ aj (astronomskih jedinica dužine), dok je udaljenost Zemlje od Sunca $d_2=1$ aj. Koliko puta je osvetljenost Zemlje veća od osvetljenosti Marsa?

926. Na uličnom stubu, na visini $h=10$ m, obešena je električna sijalica. Kolika je međusobna udaljenost tačaka A i B na zemlji ako je odnos osvetljenosti u njima $(E_A/E_B)=8$? Tačka A nalazi se neposredno ispod sijalice.

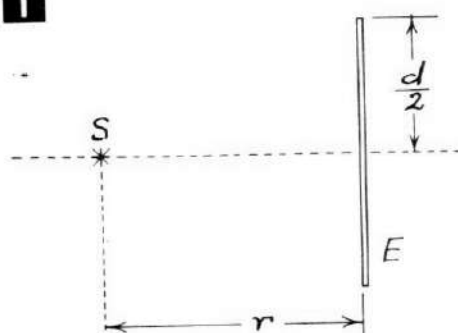
927. Na kojoj visini moraju da se postave ulične svetiljke, koje su udaljene jedna od druge $d=20$ m, da bi osvetljenost ulice bila najveća na sredini rastojanja između stubova?

928. Kolika je srednja osvetljenost poda fiskulturne sale, površine $S=72$ m^2, ako se za njegovo osvetljavanje koristi 25% ukupnog svetlosnog fluksa $\Phi_0=12\,000$ lm koji emituju električne sijalice na tavanici?

929. Na poluprovidan ekran, površine $S=0,1$ m^2, pada paralelan snop svetlosnih zrakova. Svetlosni fluks koji pada na ekran iznosi $\Phi=500$ lm. Od ovog fluksa 40% se reflektuje od ekrana, a 35% prođe kroz njega, dok se ostatak apsorbuje.

a) Kolika je osvetljenost ekrana?

b) Koliki je osvetljaj prednje i zadnje površine ekrana?



930. Na rastojanju $r=50$ cm od svetlosnog izvora S **1** postavljen je kružni ekran E prečnika $d=50$ cm. Svetlosna jačina izvora svetlosti iznosi $I=10$ cd. Kolika je osvetljenost sredine ekrana, a kolika njegove periferije?

931. Predmet se pri fotografisanju osvetljava električnom sijalicom koja je postavljena na rastojanju $l_1=1$ m od njega. Koliko puta mora da se poveća ekspanzija snimka ako se sijalica pomeri na rastojanje $l_2=4$ m?

2. Geometrijska optika

1. ODBIJANJE SVETLOSTI

932. Koliku najmanju visinu treba da ima ravno ogledalo, postavljeno na zidu, da bi čovek, visine $h=1{,}72$ m, mogao da vidi ceo svoj lik? Čovekove oči nalaze se na visini $h_1=1{,}60$ m od poda.

933. Mali predmet se nalazi između dva ravna ogledala, postavljena pod uglom $\alpha=30^\circ$, na rastojanju $l=8$ cm od linije preseka ogledala. Na kom međusobnom rastojanju x se nalaze prvi imaginarni likovi predmeta u ogledalima?

934. Svetlosni zrak pada na ravno ogledalo pod uglom $\alpha=30^\circ$ prema normali. Ako se ogledalo okrene za ugao $\beta=5^\circ$, izračunati odgovarajući ugaoni pomeraj odbijenog svetlosnog zraka.

935. Na ispupčeno sferno ogledalo, poluprečnika krivine $R=0{,}6$ m, pada konvergentan snop svetlosnih zrakova. Produžeci ovih zrakova seku se na osi ogledala, na udaljenosti $p=15$ cm od njegovog temena. Na kom će se rastojanju l od ogledala seći ovi zraci? Da li će tačka preseka da bude realna ili imaginarna?

936. Odrediti položaj lika ispupčenog sfernog ogledala, poluprečnika krivine $R=15$ cm, ako se predmet nalazi na udaljenosti $p=20$ cm od njegovog temena. Kakav je ovaj lik?

937. Na kom rastojanju od izdubljenog sfernog ogledala, poluprečnika krivine $R=0{,}3$ m, treba postaviti predmet da bi se njegov lik dobio na udaljenosti $l=0{,}5$ m od temena ogledala? Kakav je ovaj lik?

938. Predmet se postavi ispred izdubljenog sfernog ogledala, poluprečnika krivine $R=30$ cm, na udaljenostima: $p_1=f/2$, $p_2=f$, $p_3=2f$. Gde se nalaze odgovarajući likovi predmeta?

939. Koliko je uvećanje izdubljenog sfernog ogledala, žižne daljine $f=0{,}1$ m, ako se predmet nalazi na udaljenosti $p=0{,}45$ m od temena ogledala?

940. U koji položaj je potrebno staviti predmet ispred izdubljenog sfernog ogledala, žižne daljine $f=0{,}4$ m, da bi uvećanje ogledala iznosilo $u=30$?

941. Predmet, veličine $P=3$ mm, postavljen je na udaljenosti $p=f/4$ od temena sfernog ogledala. Kolika će da bude veličina lika ovoga predmeta ako je ogledalo izdubljeno, a kolika ako je ono ispupčeno?

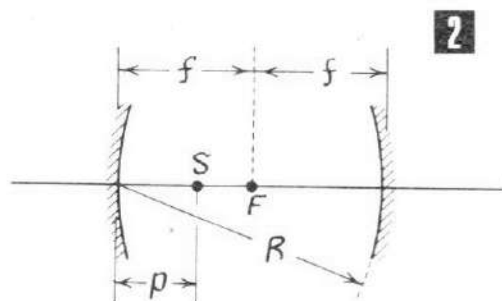
942. Da li jednačina sfernih ogledala može da se primeni za ravna ogledala?

943. Da li će se promeniti položaj lika nekog predmeta u sfernom ili ravnom ogledalu ako se ceo optički sistem postavi u vodu?

944. Konkavno sferno ogledalo daje realan lik koji je 3 puta veći od predmeta. Koliko je rastojanje između predmeta i njegovog lika ako je žižna daljina ogledala $f=7{,}5$ cm?

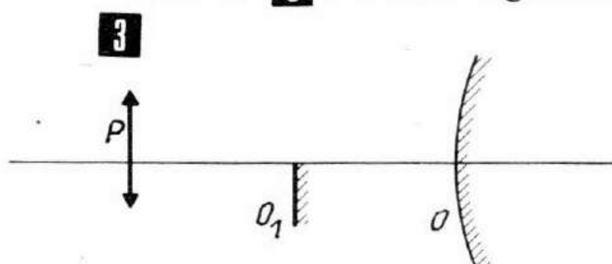
945. Na rastojanju $p={}^2/_3\,f$ od konveksnog ogledala, žižne daljine f, nalazi se predmet. Koliko je u ovom slučaju uvećanje ogledala?

946. Dva jednaka konkavna ogledala postavljena su jedno nasuprot drugom, tako da im se žiže poklapaju **2**. Svetla tačka S postavljena je na zajedničkoj optičkoj osi na rastojanju p od prvog ogledala. Gde se nalazi lik svetle tačke S posle odbijanja svetlosnih zrakova od oba ogledala?



947. Za određivanje žižne daljine konveksnog ogledala O, predmet P se postavi ispred njega, a jedno ravno ogledalo O_1 postavi se između predmeta P i ogledala O **3**. Svako ogledalo obrazuje lik predmeta P.

3



Ravno ogledalo se pomera translatorno duž ose sočiva dok se položaji likova predmeta u oba ogledala ne poklope. Kolika je žižna daljina konveksnog ogledala ako se pri ovom dobije da rastojanje od predmeta do ravnog ogledala iznosi $a=24$ cm, pri čemu rastojanje između ovih ogledala iznosi $b=16$ cm?

2. PRELAMANJE SVETLOSTI

PRELAMANJE SVETLOSTI NA RAVNIM POVRŠINAMA

948. Svetlosni zrak pada pod uglom $\alpha=30°$ na površinu vode, čiji je indeks prelamanja $n=1{,}33$. Kolika je brzina prostiranja svetlosti u vodi? Koliki je prelomni ugao?

949. Kada Sunčevi zraci padnu na vodu pod uglom $\alpha=40°$, prelomni ugao iznosi $\beta=30°$. Kolika je brzina prostiranja svetlosti u vodi?

950. Na staklenu ploču, koja se nalazi u vazduhu, pada zrak svetlosti pod uglom $\alpha=50°$, pri čemu je prelomni ugao $\beta=30°$. Kolika je brzina svetlosti u staklu? Koristiti tablice na kraju knjige.

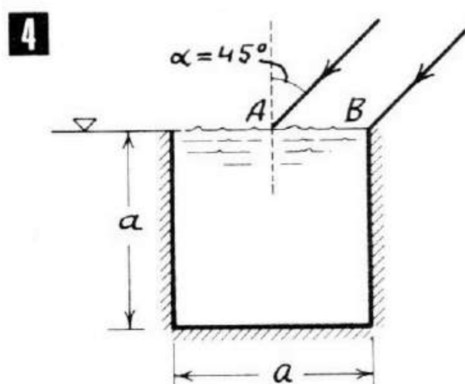
951. Za koliko će se procenata promeniti brzina prostiranja svetlosti kada ona iz vazduha pređe u vodu, čiji je indeks prelamanja $n=4/3$?

952. Koliki treba da bude upadni ugao zraka svetlosti na graničnu površinu vazduh-voda da bi prelomni ugao bio $\beta=45°$? Indeks prelamanja vode iznosi $n=4/3$.

953. Na graničnu površinu vazduh-staklo pada zrak svetlosti koji se delimično i odbija. Koliki je upadni ugao zraka svetlosti ako je ugao između odbijenog i prelomnog zraka $\varphi=90°$? Uzeti da je indeks prelamanja stakla $n=1{,}55$.

954. Koliki je indeks prelamanja leda u odnosu na vodu, a koliki vode u odnosu na led? Koristiti tablice na kraju knjige.

4



955. Gledajući sa mosta, dečak je procenio da dubina reke iznosi $h=2$ m. Kolika je stvarna dubina reke?

956. Zrak svetlosti pada na ravnu površinu vode u sudu koji je načinjen od ogledala **4**. Upadni ugao zraka svetlosti je $\alpha=45°$, a sud ima oblik kocke čija je ivica $a=10$ cm. Pod kolikim uglom φ će zrak svetlosti da napusti vodu ako on na površinu vode padne u tački A, a koliki ako padne u tački B?

957. Svetlosni zrak pada pod uglom $\alpha=55°$ na PP (planparalelnu)-ploču, debljine $d=3$ mm, načinjenu od stakla indeksa prelamanja $n=1{,}60$. Koliko je pomeranje svetlosnog zraka usled prolaska kroz PP-ploču?

958. Koliki je granični ugao totalne refleksije za graničnu površinu dijamant—vazduh? Indeks prelamanja dijamanta iznosi $n=2{,}40$.

959. Poznato je da je odnos brzina prostiranja svetlosti u dvema susednim sredinama 1,8. Koliki je granični ugao totalne refleksije za ovu graničnu površinu i kada će se na njoj desiti totalna refleksija?

960. PP-ploča, načinjena od stakla indeksa prelamanja n_1, postavljena je tako da svojom površinom dodiruje površinu tečnosti, čiji je indeks prelamanja $n_2<n_1$. Pokazati da nijedan svetlosni zrak koji pada na gornju površinu ploče neće biti totalno reflektovan na graničnoj površini između tečnosti i PP-ploče.

961. Između dve paralelne PP-ploče načinjene od stakla, indeksa prelamanja n_1 i n_2, nalazi se sloj tečnosti indeksa prelamanja n **5**. Pokazati da na prelamanje zraka svetlosti ne utiče tečnost između PP-ploča.

962. Zrak svetlosti, dolazeći iz PP-ploče načinjene od stakla, indeksa prelamanja $n=1,55$, pada na graničnu površinu vazduh-staklo pod uglom $\alpha=50°$.
a) Da li će ovaj zrak svetlosti izaći iz PP-ploče?
b) Da li bi ovaj zrak svetlosti izašao iz PP-ploče kada bi se ona potopila u vodu?

963. Pod kojim uglom ronilac vidi zalazeće Sunce?

964. Granični ugao totalne refleksije za staklo (kada se ono nalazi u vazduhu) iznosi $\alpha_g=40°$. Kolika je brzina prostiranja svetlosti u staklu?

965. Granični ugao totalne refleksije za neku supstanciju (kada se ona nalazi u vazduhu) iznosi $\alpha_{g1}=45°$.
a) Koliki je indeks prelamanja te supstancije u odnosu na vazduh?
b) Koliki će da bude granični ugao totalne refleksije ove supstancije kada se ona potopi u tečnost indeksa prelamanja $n_2=1,31$?

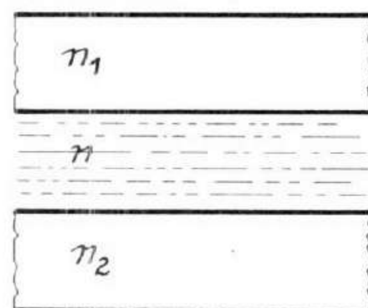
966. Stakleni cilindar C **6**, poluprečnika $r=1,34$ cm, načinjen od stakla indeksa prelamanja $n_1=1,60$, postavljen je na PP-ploču, koja je načinjena od supstancije indeksa prelamanja $n_2=1,31$.
a) Svetlosni zrak padne na cilindar u tačku M (na njegovom omotaču) i tu se prelama. Kolika je najveća visina h_m tačke M, pod uslovom da se svetlosni zrak u tački N totalno reflektuje?
b) Na kojoj visini h će zrak izaći iz cilindra?

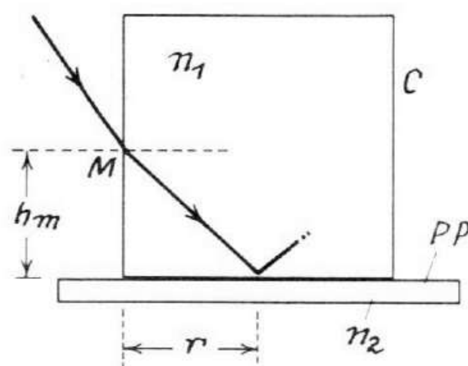
967. Ronilac stoji na dnu jezera čija je dubina $H=7,65$ m. Kolika je visina ronioca ako on na površini vode vidi reflektovanu sliku samo onih delova dna koji su od njega udaljeni više od $l=15$ m?

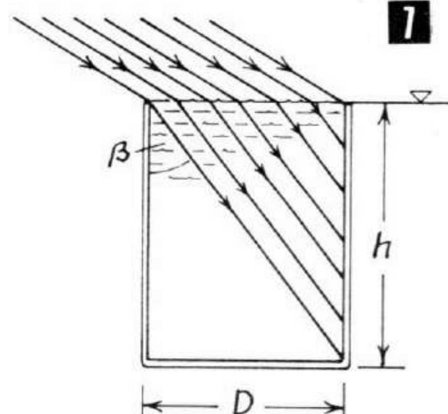
968. Na stolu se nalazi sud, napunjen vodom, čija je visina $h=20$ cm, a prečnik $D=16$ cm **7**. Sunčevi zraci padaju na površinu vode pod upadnim uglom $\alpha=60°$ i osvetljavaju samo suprotnu bočnu stranu suda, a pri tome ne osvetljavaju nijedan deo dna. Koliki je indeks prelamanja vode?

969. a) Za koliko će skrenuti zrak svetlosti usled prolaska kroz optičku prizmu čiji je ugao $\theta=10°$? Prizma je načinjena od supstancije čiji je indeks prelamanja $n=1,60$.
b) Koliki je indeks prelamanja optičke prizme čiji je ugao $\theta=60°$, a minimalni ugao skretanja $\delta_{min}=52°$?

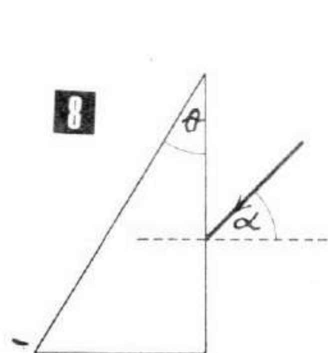
970. Za koliko će skrenuti svetlosni zrak usled prolaska kroz optičku prizmu ako on padne na njenu bočnu površinu pod uglom $\alpha=20°$? Ugao prizme je $\theta=45°$, a indeks prelamanja supstancije od koje je ona načinjena $n=1,65$.

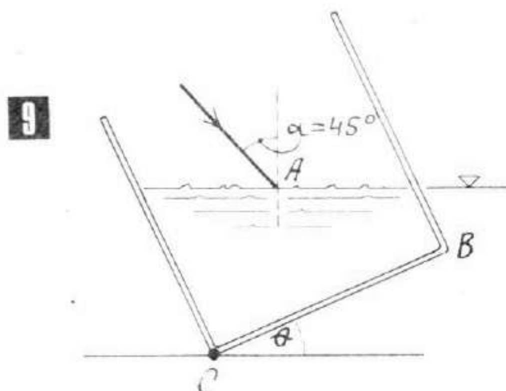


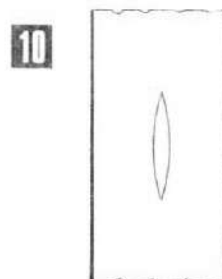




7*







971. Svetlosni zrak padne pod uglom $\alpha=45^\circ$ na staklenu prizmu, čiji je ugao pri vrhu $\theta=30^\circ$, na način prikazan na slici 8.

Izračunati pod kojim uglom i na kom mestu će svetlosni zrak da izađe iz prizme. Indeks prelamanja stakla od koga je načinjena prizma iznosi $n=1{,}51$.

972. Pod kojim uglom treba da padne svetlosni zrak na staklenu prizmu iz prethodnog zadatka da bi se na suprotnoj strani prizme desila totalna refleksija?

973. Monohromatski snop svetlosti pada normalno na bočnu stranu prizme čiji je ugao $\theta=34^\circ 20'$. Ako indeks prelamanja prizme iznosi $n=1{,}60$, koliki je ugao skretanja δ svetlosnog snopa usled prolaska kroz prizmu?

974. U staklenom sudu se nalazi tečnost čiji je indeks prelamanja $n=1{,}52$ 9. Monohromatski zrak svetlosti pada na površinu tečnosti (tačka A) pod uglom $\alpha=45^\circ$ i izlazi iz nje kroz dno suda BC.

a) Koliki je ugao skretanja zraka svetlosti na graničnoj površini vazduh-tečnost?

b) Koliko je horizontalno pomeranje zraka svetlosti u slučaju kada je sud u horizontalnom položaju? Smatrati da se u sudu nalazi stub tečnosti, visine $h=20$ cm.

c) Za koliki ugao treba nagnuti dno suda prema tački A da bi zrak svetlosti skrenuo (prilikom prolaska kroz tečnost) za isti ugao kao u prvom slučaju?

d) Koliki treba da je ugao θ da bi skretanje zraka svetlosti bilo minimalno?

PRELAMANJE SVETLOSTI NA SFERNIM POVRŠINAMA

975. Kolika je žižna daljina bikonkavnog sočiva koje je načinjeno od stakla, indeksa prelamanja $n=1{,}60$? Poluprečnici krivina sočiva iznose $R_1=10$ cm i $R_2=20$ cm.

976. Sočivo ima jednu površinu ravnu, dok je druga površina sferna, poluprečnika krivine $R=20$ cm. Sočivo je načinjeno od stakla, indeksa prelamanja $n=1{,}60$. Kolika je žižna daljina ovog sočiva ako je njegova sferna površina konkavna (udubljena), a kolika ako je ona konveksna (ispupčena)?

977. Bikonveksno sočivo načinjeno od stakla, indeksa prelamanja $n=1{,}60$, u vazduhu ima žižnu daljinu $f_0=10$ cm.

a) Kolika će biti žižna daljina ovog sočiva ako se ono potopi u tečnost čiji je indeks prelamanja $n_1=1{,}50$?

b) Kolika će biti žižna daljina ovog sočiva u sredini čiji indeks prelamanja iznosi $n_2=1{,}70$?

978. U prozorskoj staklenoj ploči 10 ostao je prilikom izrade prostor ispunjen vazduhom, sočivastog oblika, čije granične površine imaju jednake poluprečnike krivina $R=2$ mm. Kako se ponaša ova šupljina? Indeks prelamanja stakla iznosi $n=1{,}52$.

979. Indeks prelamanja supstancije za izradu sočiva iznosi $n=1{,}65$. Mašine koje bruse zakrivljene površine imaju samo alate koji odgovaraju poluprečnicima krivina $R_1=15$ cm i $R_2=30$ cm. Kakva se sve sočiva mogu izraditi pomoću ovih alata? Kolika je žižna daljina ovih sočiva?

980. Kolika je žižna daljina sočiva za naočare na kojima stoji oznaka $+2$ i $-2{,}5$?

981. Plankonveksno sočivo, poluprečnika krivine $R=10$ cm, načinjeno je od stakla, indeksa prelamanja $n_1=1{,}55$. Kolika je žižna daljina ovog sočiva u:

a) vazduhu,

b) vodi (indeksa prelamanja $n_2'=4/3$)?

c) Šta će se desiti ako se sočivo nalazi u sredini čiji je indeks prelamanja $n_2''=n_1$?

d) Kolika bi bila žižna daljina sočiva ako bi spoljašnja sredina imala indeks prelamanja $n_2'''=1{,}60$, tj. veći nego što je indeks prelamanja supstancije od koje je sočivo načinjeno? Koje vrste bi bilo ovo sočivo?

982. Bikonveksno sočivo načinjeno od stakla, indeksa prelamanja $n_1=1{,}60$, u vazduhu ima žižnu daljinu $f=20$ cm.

a) Kolika će da bude žižna daljina tog sočiva ako se ono potopi u tečnost indeksa prelamanja $n_2'=1{,}51$?

b) Kolika će da bude žižna daljina tog sočiva u sredini čiji indeks prelamanja iznosi $n_2''=1{,}70$?

983. U široki sud napunjen vodom, čiji je indeks prelamanja n, postavljeno je u horizontalnom položaju sočivo, na rastojanju od dna suda koje je jednako žižnoj daljini f sočiva u vodi. Koliki je prečnik svetle površine na dnu suda ako se površina vode osvetli difuznom svetlošću?

984. Udaljenost predmeta od optičkog centra sočiva iznosi $p=30$ cm, a njegovog lika $l=30$ cm. Kolika je žižna daljina upotrebljenog sočiva? Koliko je odgovarajuće uvećanje?

985. Predmet, veličine $P=5$ mm, nalazi se na udaljenosti $p=20$ cm od rasipnog sočiva žižne daljine $f=10$ cm. Odrediti veličinu i položaj lika.

986. Na udaljenosti $p=5$ cm od rasipnog sočiva, optičke moći $\omega=5$ D (dioptrija), nalazi se predmet. Gde se nalazi lik ovog predmeta? Da li je on realan ili imaginaran?

987. Na kolikom rastojanju od sabirnog sočiva, žižne daljine $f=50$ cm, treba postaviti predmet da bi se dobio njegov lik uvećan 100 puta?

988. Rastojanje dva jednaka predmeta iznosi $d=24$ cm. Na kom mestu između njih treba postaviti sabirno sočivo, žižne daljine $f=9$ cm, da bi se likovi oba predmeta obrazovali na istom mestu?

989. Kolika treba da bude žižna daljina objektiva bioskopskog projekcionog aparata da bi se u dvorani, dužine $d=40$ m, ostvarilo linearno uvećanje $u=100$?

990. Predmet, veličine $P=1$ cm, postavljen je na udaljenosti $p=f/4$ od sabirnog sočiva. Kolika je veličina lika ovog predmeta?

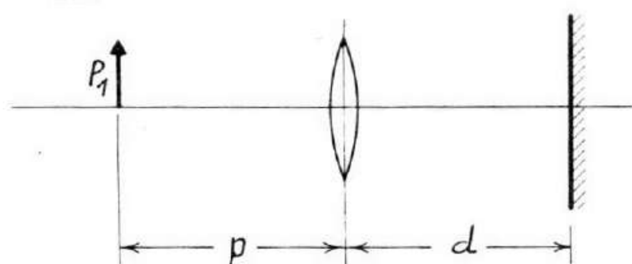
991. Zaklon se nalazi na rastojanju D od upaljene sveće. Postavljajući između sveće i zaklona sabirno sočivo, može da se dobije oštar lik sveće na zaklonu, u dva položaja sočiva, koja se nalaze na međusobnom rastojanju d.

Dokazati da je u opisanom slučaju žižna daljina sočiva $f=(D^2-d^2)/4D$, a da je odnos visina likova sveće za ova dva položaja sočiva $K=[(D-d)/(D+d)]^2$.

992. Rastojanje između predmeta i zaklona na optičkoj klupi iznosi $D=1$ m. Između njih se nalazi sabirno sočivo, žižne daljine $f=9$ cm. U kojim položajima sočiva će se na zaklonu obrazovati jasan lik? Kolika su odgovarajuća uvećanja sočiva?

993. Na plankonkavno sočivo, čiji je poluprečnik sferne površine $R=7$ cm, pada cilindričan snop paraksijalnih svetlosnih zrakova. Prečnik snopa iznosi $d=5$ cm. Iza sočiva, na rastojanju $L=20$ cm, postavljen je ekran na kome se dobija jasan svetao krug, prečnika $D=15$ cm. Odrediti indeks prelamanja supstancije od koje je sočivo načinjeno.

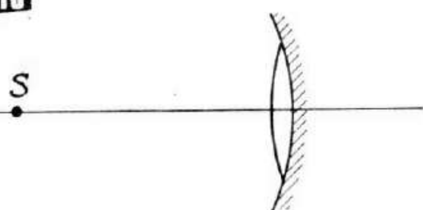
11



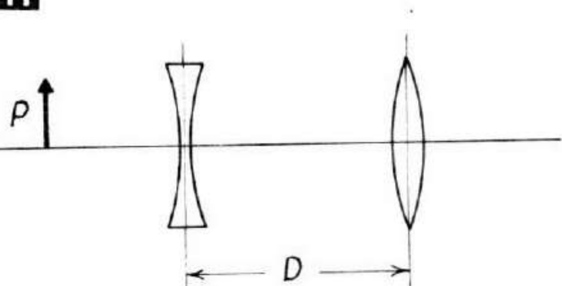
12



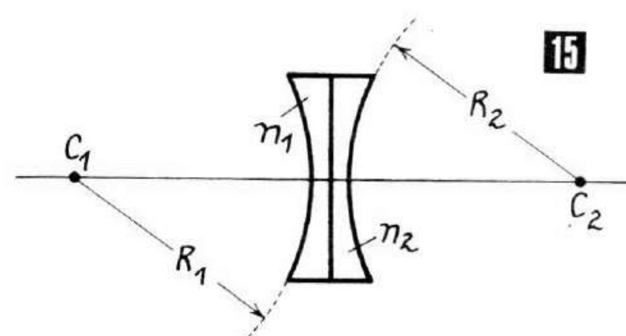
13



14



15



16



994. Predmet P nalazi se na rastojanju $p=30$ cm od sabirnog sočiva, žižne daljine $f=10$ cm. Na drugoj strani sočiva nalazi se ravno ogledalo na udaljenosti $d=30$ cm, postavljeno normalno na osu sočiva **11**. Na kom mestu se nalazi definitivan lik predmeta u ravnom ogledalu? Da li je on realan ili imaginaran?

995. Konkavna strana konveksno-konkavnog sočiva je posrebrena **12**. Svetlost od tačkastog svetlosnog izvora pada na konveksnu stranu sočiva i odbijajući se od posrebrenog sloja daje lik svetlosnog izvora na toj istoj strani sočiva. Na kolikom rastojanju od sočiva je potrebno postaviti svetlosni izvor da bi se njegov lik dobio na istom mestu gde se nalazi i svetlosni izvor? Žižna daljina sočiva iznosi $f=15$ cm, a poluprečnik konkavne površine sočiva $R=40$ cm.

996. Uz izdubljeno ogledalo priljubljeno je malo sabirno sočivo **13**. Takav sistem daje dva realna lika pri jednom istom položaju predmeta, i to na rastojanjima $l_1=50$ cm i $l_2=10$ cm od ogledala. Kolika je žižna daljina sočiva?

997. Sabirno sočivo, žižne daljine $f_1=8$ cm, nalazi se na udaljenosti $D=5$ cm od rasipnog sočiva, žižne daljine $f_2=40$ cm **14**. Na kom mestu se nalazi definitivan lik predmeta koji je na udaljenosti $p=5$ cm od rasipnog sočiva?

998. Dva plankonkavna sočiva, jednakih poluprečnika krivina ($R_1=R_2=21$ cm) a različitih indeksa prelamanja ($n_1=1{,}51$ i $n_2=1{,}70$), slepljena su svojim ravnim površinama **15**. Kolika je ekvivalentna žižna daljina ovakvog sistema sočiva?

999. Sabirno sočivo, žižne daljine $f_1=15$ cm, i sabirno sočivo, optičke moći $\omega_2=10$ D (dioptrija), priljubljeni su jedno uz drugo, tako da im se optičke ose poklapaju. Kolika je žižna daljina ovog optičkog sistema? Kolika je njegova ekvivalentna optička moć?

1000. Na plankonkavno sočivo, žižne daljine $f_1=$ $=25$ cm, nalivena je voda (indeksa prelamanja $n=$ $=4/3$ **16**). Koliki je poluprečnik krivine sočiva ako ekvivalentna žižna daljina ovog sistema sočiva iznosi $f_e=20$ cm?

1001. Dva tanka sabirna sočiva, jednakih žižnih daljina ($f_1=f_2=45$ cm), nalaze se jedno uz drugo, tako da im se optičke ose poklapaju.

a) Kolika je ekvivalentna žižna daljina ovog sistema sočiva?

b) Kolika treba da bude optička moć trećeg sočiva, koje je potrebno postaviti uz ova dva, da bi se ovakav sistem sočiva ponašao kao rasipno sočivo žižne daljine $f_e'=30$ cm?

1002. Dva priljubljena tanka sočiva imaju op-

tičke moći $\omega_1 = +10$ D i $\omega_2 = -6$ D. Kolika je optička moć i žižna daljina ove kombinacije sočiva?

1003. Koji uslov treba da se ostvari da bi se pri kombinovanju dva sočiva, sabirnog i rasipnog, ovaj sistem ponašao kao sabirno sičivo?

1004. Sabirno sočivo, optičke moći $\omega_1 = 2$ D, potrebno je kombinovati sa drugim sočivom tako da se dobijeni sistem sočiva ponaša kao:

a) sabirno sočivo, optičke moći $\omega_e' = +1$ D,

b) rasipno sočivo, optičke moći $\omega_e'' = -1$ D.

Kakvo treba da bude sočivo i kolika je njegova daljina u oba slučaja?

1005. a) Minimalna devijacija monohromatskog zraka svetlosti pri prolasku kroz optičku prizmu nastaje kada je upadni ugao $\alpha = 45°$. Koliki je indeks prelamanja supstancije od koje je načinjena prizma ako je ugao prizme $\theta = 60°$?

b) Od iste supstancije od koje je načinjena prizma načinjeno je i plankonveksno sočivo, poluprečnika krivine $R = 25$ cm. Na kom rastojanju od sočiva će se nalaziti lik predmeta, veličine $P = 10$ cm, koji je udaljen $p = 100$ cm od sočiva? Koliki je i kakav ovaj lik?

c) Šta će se desiti ako se između sočiva i predmeta P postavi PP-ploča, debljine $d = 20$ cm, koja je načinjena od iste supstancije od koje su načinjeni sočivo i prizma? Za koliko će se pri tome pomeriti lik ovog predmeta?

1006. U žiži sabirnog sočiva, žižne daljine $f = 10$ cm, nalazi se tačkasti svetlosni izvor. Na rastojanju $d = 1$ m od sočiva postavljen je ekran normalno na optičku osu sočiva. Koliko puta se smanji osvetljenost u sredini svetlog polja ako se ukloni sočivo?

1007. Na osi sabirnog sočiva, na rastojanju $p = 25$ cm od njega, nalazi se tačkasti izvor svetlosti. Na drugoj strani sočiva postavi se zaklon, najpre na rastojanju $d_1 = 27$ cm, a zatim na rastojanju $d_2 = 48$ cm. Kolika je žižna daljina sočiva ako je osvetljenost na ekranu u oba slučaja jednaka?

1008. Automobilska sijalica, svetlosne jačine $I = 20$ cd, nalazi se na rastojanju $d = 2$ m od sabirnog sočiva čiji je prečnik otvora $D_1 = 8$ cm. Iza sočiva postavljen je zaklon na kome se obrazuje svetao krug, prečnika $D_2 = 2$ cm. Kolika je osvetljenost kruga? Smatrati da nema refleksije ni apsorpcije svetlosti na zaklonu.

1009. Tačkasti svetlosni izvor postavljen je na osi rasipnog sočiva na rastojanju $p = 30$ cm od njega. Na zaklonu koji je postavljen sa druge strane sočiva, na rastojanju $d_1 = 10$ cm od njega, dobija se svetla površina čija je osvetljenost E. Kada se zaklon pomeri na rastojanje $d_2 = 40$ cm od sočiva, osvetljenost posmatrane površine na zaklonu postane $E/4$. Kolika je žižna daljina sočiva?

3. OPTIČKI INSTRUMENTI

1010. Projekcioni aparat je podešen tako da na zaklon, koji se nalazi na udaljenosti $l = 1{,}5$ m od objektiva projekcionog aparata, obrazuje jasan lik. Pri tome je objektiv udaljen od dijapozitiva za $p = 0{,}3$ m. Isti objektiv se kod drugog projekcionog aparata može pomeriti, tako da mu je najmanja udaljenost od dijapozitiva $p_1 = 0{,}26$ m, a najveća $p_2 = 0{,}35$ m. Na kojoj najmanjoj odnosno najvećoj udaljenosti od objektiva može da se nalazi zaklon prilikom korišćenja ovog projekcionog aparata?

1011. Objektiv foto-aparata ima žižnu daljinu $f = 5$ cm. Sa kolikog je rastojanja napravljen snimak kuće, visine $h = 6$ m, ako visina njenog lika na negativu snimka iznosi $h_1 = 24$ mm?

1012. Na snimku je visina drveta $h = 12$ mm, i ono je fotografisano sa daljine $p = 100$ m. Kolika je stvarna visina P drveta ako žižna daljina objektiva foto-aparata iznosi $f = 5$ cm?

1013. Koliko je uvećanje sočiva, žižne daljine $f=10$ mm, ako se ono koristi kao lupa?

1014. Sabirno sočivo, žižne daljine $f=15$ mm, koristi se kao lupa. Predmet koji se posmatra nalazi se na udaljenosti $p={}^{7}/_{8}f$ od sočiva.

a) Gde se nalazi lik predmeta?

b) Koliko je uvećanje lupe?

1015. Koliki moraju da budu poluprečnici krivine sočiva, koje se koristi kao lupa, da bi ono za normalno oko imalo uvećanje $u=10$? Poluprečnici krivina sočiva su jednaki, a ono je načinjeno od stakla čiji indeks prelamanja iznosi $n=1{,}55$.

1016. Koliko je uvećanje lupe čija je žižna daljina $f_1=12{,}5$ cm, a koliko je uvećanje lupe čija je optička moć $\omega_2=10$ D?

1017. Kolika je optička moć lupe čije uvećanje iznosi $u=2{,}5$?

1018. a) Kao lupa koristi se tanko sabirno sočivo, optičke moći $\omega=20$ D. Koliko je uvećanje lupe ako se ona nalazi na udaljenosti $d_1=5$ cm od oka?

b) Sa kakvim sočivom je potrebno kombinovati lupu da bi se njena optička moć smanjila za $\Delta\omega=5$ D?

1019. Pomoću durbina, čiji objektiv ima žižnu daljinu $f=0{,}5$ m, posmatrač jasno vidi predmete koji se nalaze na rastojanju $p=50$ m od objektiva. Na koju stranu i koliko je neophodno da se pomeri okular da bi se durbin podesio na beskonačno?

1020. Objektiv pozorišnog durbina je tanko sabirno sočivo žižne daljine $f_{ob}=8$ cm, a okular je tanko sabirno sočivo žižne daljine $f_{ok}=4$ cm. Koliko je rastojanje između objektiva i okulara ako se lik posmatra sa daljine jasnog vida? Za koliko se mora pomeriti okular da bi se lik mogao posmatrati okom koje je akomodirano na beskonačnost?

1021. Objektiv durbina ima žižnu daljinu $f_1=25$ cm i prečnik $D_1=5$ cm, dok okular ima žižnu daljinu $f_2=5$ cm. Durbin je podešen na beskonačno. Ako se iza okulara postavi mat-staklo, onda se pri jednom njegovom položaju dobija na njemu svetli krug najmanjih dimenzija, sa oštro ograničenom periferijom. Koliki je tada prečnik svetlog kruga i rastojanje mat-stakla od okulara?

1022. Ispred objektiva Keplerovog durbina postavljen je predmet na rastojanju $p<f_{ob}$. Odnos žižnih daljina objektiva i okulara je $(f_{ob}/f_{ok})=10$. Durbin je podešen na beskonačno. Koliko je uvećanje durbina?

1023. Žižna daljina objektiva teleskopa iznosi $f_{ob}=2$ m, a okular daje uvećanje $u_{ok}=5$. Koliko je uvećanje teleskopa?

1024. Žižna daljina objektiva (reflektora) nekog teleskopa iznosi $f_{ob}=680$ cm, a okulara $f_{ok}=4$ cm. Koliko je uvećanje teleskopa?

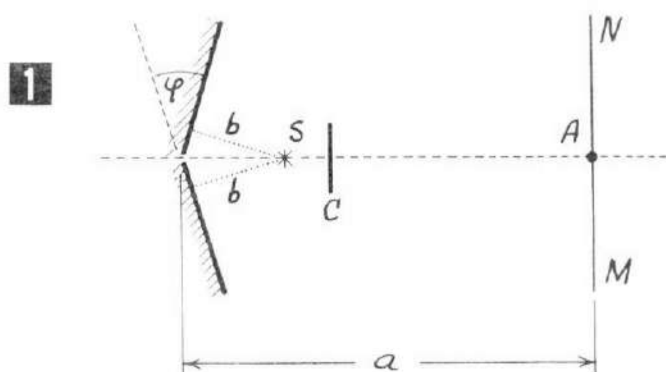
1025. Mikroskop ima objektiv čije je uvećanje $u_{ob}=50$, dok uvećanje njegovog okulara iznosi $u_{ok}=10$. Koliko je uvećanje mikroskopa?

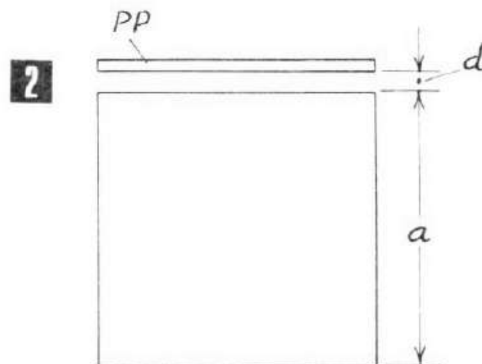
1026. Dužina tubusa mikroskopa iznosi $l=20$ cm, dok je žižna daljina njegovog objektiva $f_{ob}=0{,}2$ cm, a okulara $f_{ok}=3$ cm. Koliko je uvećanje ovog mikroskopa?

1027. Kako može da se napravi model mikroskopa, uvećanja $u=10$, ako se raspolaže sa dva sabirna sočiva, žižnih daljina $f_1=13$ cm i $f_2=8$ cm? Kako je potrebno postaviti ova sočiva?

1028. Kolika je žižna daljina objektiva mikroskopa, čije je uvećanje $u=560$, ako je žižna daljina njegovog okulara $f_{ok}=40$ mm, a dužina tubusa $l=18$ cm?

1029. Mali predmet posmatra se mikroskopom čiji objektiv ima žižnu daljinu $f_{ob}=5{,}4$ mm, a okular $f_{ok}=20$ mm. Rastojanje predmeta od objektiva iznosi $p_1=5{,}6$ mm. Koliko je uvećanje mikroskopa (za normalno oko) i dužina mikroskopa (rastojanje između objektiva i okulara) ako je oko akomodirano na daljinu jasnog vida?





3. *Talasna optika*

1030. Dva koherentna svetlosna talasa prostiru se kroz dve različite sredine jednakih optičkih gustina. Pre nego što dođu u jednu tačku sredine, oni pređu različite puteve, usled čega se razlikuju u fazi. Kolika je fazna razlika ova dva talasa ako je razlika njihovih pređenih puteva $\Delta s = 1{,}2\lambda$, gde je λ — njihova talasna dužina?

1031. Kao rezultat superpozicije dva koherentna svetlosna talasa, na zastoru se dobije interferenciona slika (interferogram) sa svetlim i tamnim prugama. Talasna dužina svetlosti je $\lambda = 589$ nm, dok je normalno rastojanje izvora svetlosti do zastora $D = 1$ m, a međusobni razmak izvora svetlosti $l = 20$ μm. Koliko je rastojanje susednih svetlosnih pruga na interferogramu?

1032. U Frenelovom ogledu, rastojanje između imaginarnih izvora koherentne svetlosti iznosi $l = 1$ mm, dok je njihovo rastojanje do zaklona $D = 2038$ mm. Ako je rastojanje između susednih interferencionih pruga $\Delta h = 1{,}2$ mm, izračunati talasnu dužinu upotrebljene monohromatske svetlosti.

1033. Dva ravna ogledala postavljena su pod uglom φ nešto manjim od 180° **1**. Na istom rastojanju b od ogledala postavljen je svetlosni izvor S, a iza njega zaklon Z, koji sprečava da svetlosni zraci direktno padaju na zaklon MN (videti sliku). Koliko je rastojanje između susednih svetlosnih pruga na zaklonu? Talasna dužina upotrebljene monohromatske svetlosti je λ, a rastojanje od tačke preseka ogledala do zaklona je a.

1034. Kod Frenelovog ogleda sa biprizmom, upotrebljene su prizme ugla $\theta = 15°$, izrađene od stakla indeksa prelamanja $n = 1{,}60$. Rastojanje od osnove biprizme do zaklona iznosi $b = 1$ m. Kolika je širina difrakcione slike dobijene na ovaj način?

1035. Debela staklena ploča prekrivena je veoma tankim slojem providne supstancije, indeksa prelamanja $n = 1{,}50$. U pravcu normale na ploču pada paralelan snop monohromatske svetlosti, talasne dužine $\lambda_0 = 600$ nm. Kolika je debljina nanesenog sloja ako na njegovoj površini nastaje maksimalno slabljenje svetlosti, usled čega ona, i pored toga što je osvetljena, izgleda tamna? Indeks prelamanja providne supstancije je manji od indeksa prelamanja stakla od koga je načinjena ploča.

1036. Monohromatska svetlost, talasne dužine λ_0, pada na tanak sloj ulja, debljine $d = 5\lambda_0$. Površina ulja postane tamna pri upadnom uglu α od oko 35°. Da li ovaj ugao može tačnije da se odredi? Kolika je njegova tačna vrednost? Brzina svetlosti u ulju iznosi $c = 200\,000$ km/h.

1037. Paralelno gornjoj strani staklene kocke, čija je ivica $a = 2$ cm, postavljena je staklena PP-pločica, tako da između PP-pločice i kocke postoji tanak vazdušni međuprostor iste debljine d **2**. Normalno na PP-pločicu pada paralelan snop monohromatske svetlosti talasne dužine $\lambda_0 = 650$ nm.

Kolika je najmanja debljina d vazdušnog međuprostora pri kojoj se na donjoj površini PP-pločice dobije najveći osvetljaj?

Za koliko je potrebno zagrejati kocku da bi ona nalegla na donju površinu PP-pločice? Temperaturski koeficijent linearnog širenja stakla iznosi $\alpha = 8 \cdot 10^{-6}$ 1/°C.

1038. Kolika je najmanja debljina opne od sapunice, koja izgleda crna, kada se osvetli natrijumovom svetlošću (talasne dužine $\lambda_0=589$ nm)? Indeks prelamanja sapunice iznosi $n=1,38$.

1039. Normalno na jednu površinu staklenog klina pada paralelan snop monohromatske svetlosti talasne dužine $\lambda_0=600$ nm. Broj interferencionih pruga po jednom centimetru dužine klina iznosi 10. Koliki je ugao klina ako je on načinjen od stakla indeksa prelamanja $n=1,60$?

1040. Paralelan snop monohromatske svetlosti, talasne dužine $\lambda_0=600$ nm, pada normalno na površinu klina koju obrazuju dve staklene PP-ploče postavljene tako da zaklapaju mali ugao. Kolika je debljina vazdušnog klina na mestu gde se nalazi 250. interferenciona pruga (odbrojana od linije dodira ploča)?

1041. Rastojanje između 4. i 25. tamnog Njutnovog prstena iznosi $\Delta r=9$ mm, dok je poluprečnik krivine sočiva $R=15$ m. Kolika je talasna dužina upotrebljene monohromatske svetlosti? Posmatranje se vrši u odbijenoj svetlosti.

1042. Koliko je rastojanje između 20. i 21. svetlog Njutnovog prstena ako rastojanje između 2. i 3. svetlog prstena iznosi $\Delta r_1=1$ mm?

1043. Prečnik 4. tamnog Njutnovog prstena iznosi $d_4=9,5$ mm, dok je poluprečnik krivine sočiva $R=8,5$ m. Kolika je talasna dužina upotrebljene monohromatske svetlosti?

1044. Između staklene ploče i plankonveksnog sočiva, namenjenih za dobijanje Njutnovih prstenova, nalazi se sloj prašine. Pri tome se dobije da je poluprečnik 5. Njutnovog prstena $r_5==0,08$ cm. Kada se prašina obriše, poluprečnik ovog prstena se poveća na $r'_5=0,1$ cm. Kolika je debljina sloja prašine? Poluprečnik krivine sočiva iznosi $R=10$ cm.

1045. Kroz difrakcionu rešetku, čija je konstanta $a=0,01$ mm, propušta se monohromatska svetlost talasne dužine $\lambda=600$ nm. Kolika je širina lika uzanog proreza 0. reda na ekranu udaljenom $L=1$ m od optičke rešetke?

1046. Koliki je maksimalni red spektra natrijumove svetlosti (talasne dužine $\lambda=589$ nm) koji se dobija pomoću difrakcione rešetke čija je konstanta $a=2$ μm?

1047. Koliki je ugao koji zaklapa pravac prostiranja talasnog fronta 1. reda crvene kadmijumove svetlosti ($\lambda=644$ nm)? Spektar se dobija pomoću difrakcione rešetke koja ima 5684 zareza na 1 cm širine.

1048. Normalno na optičku rešetku pada paralelan snop natrijumove svetlosti ($\lambda=589$ nm). Lik uzanog proreza 3. reda vidi se pod uglom $\theta_3=10°\ 11'$.

a) Kolika je konstanta upotrebljene optičke rešetke?

b) Koliko likova proreza može da se vidi na ekranu?

1049. Na optičku rešetku pada paralelan snop monohromatske svetlosti talasne dužine $\lambda=625$ nm. Lik 2. reda uzanog proreza vidi se pod uglom $\theta_2=30°$. Koliko zareza postoji na 1 cm širine upotrebljene optičke rešetke?

1050. Na difrakcionu rešetku pada paralelan snop svetlosti. Pod kojim uglom se vidi spektar 1. reda? Uzeti da je talasna dužina svetlosti od 380 – 760 nm. Konstanta upotrebljene difrakcione rešetke je $a=(1/100)$ mm.

1051. Pod kojim uglom treba da padne svetlosni zrak na graničnu površinu staklo – voda da bi reflektovani zrak bio maksimalno polarizovan? Uzeti da je indeks prelamanja stakla $n_1=1,55$, a vode $n_2=1,33$.

KVANTNA PRIRODA SVETLOSTI I TALASNA SVOJSTVA ČESTICA

1. ZAKONI ZRAČENJA

1052. Koliki je energijski osvetljaj apsolutno crnog tela čija je temperatura $T=327\ ^\circ C$? Stefan-Bolcmanova konstanta iznosi $\sigma=5{,}67\cdot 10^{-8} W/(m^2\cdot K^4)$.

1053. Lopta, poluprečnika $r=10$ cm, nalazi se na temperaturi $t=227\ ^\circ C$. Kolika se energija izrači sa ove lopte za vreme $\tau=100$ s? Loptu smatrati apsolutno crnim telom.

1054. Kolika je električna snaga potrebna da bi žicu, prečnika $d=1$ mm i dužine $l=20$ cm, zagrejala do temperature $T=3500$ K? Smatrati da vlakno sijalice zrači kao crno telo i da su toplotni gubici zbog strujanja i provođenja zanemarljivi.

1055. Prosečno svakog vremenskog intervala od 1 min sa 1 cm^2 Zemljine površine emituje se energija $E=0{,}54$ J. Kolika bi trebalo da bude temperatura apsolutno crnog tela da bi njegov energijski osvetljaj bio jednak energijskom osvetljaju Zemlje?

1056. Temperatura apsolutno crnog tela iznosi $t=37^\circ C$ (normalna temperatura čovečjeg tela). Kojoj talasnoj dužini odgovara maksimum emisione moći ovog tela?

1057. Koliku energiju, za vreme $t=1$ s, izrači apsolutno crno telo sa površine $S=1\ cm^2$ ako se maksimum njegovog energijskog osvetljaja nalazi na talasnoj dužini $\lambda=725$ nm?

1058. Koliki je energijski osvetljaj apsolutno crnog tela ako maksimum njegovog energijskog osvetljaja odgovara talasnoj dužini $\lambda=290$ nm?

1059. Snaga koju emituje apsolutno crno telo iznosi $P=23$ kW, a talasna dužina kojoj odgovara maksimum energijskog osvetljaja tog tela iznosi $\lambda_m=580$ nm. Kolika je emisiona površina tela?

1060. Ispitivanja zračenja Sunca pokazala su da talasna dužina koja odgovara maksimumu njegovog energijskog osvetljaja iznosi $\lambda_m=500$ nm. Smatrajući Sunce apsolutno crnim telom, odrediti:

a) energijski osvetljaj Sunca,

b) ukupnu snagu zračenja Sunca,

c) osvetljenost one površine Zemlje na koju Sunčevi zraci padaju pod pravim uglom.

Zanemariti apsorpciju zračenja u Zemljinoj atmosferi.

Stefan-Bolcmanova konstanta iznosi $\sigma=56{,}7\ nW/(m^2\cdot K^4)$, Vinova konstanta je $b=2{,}9\ mm\cdot K$, poluprečnik Sunca $r=6{,}96\cdot 10^8$ m, dok je rastojanje od Sunca do Zemlje $d=1{,}5\cdot 10^{11}$ m.

1061. Prilikom hlađenja apsolutno crnog tela talasna dužina koja odgovara maksimumu njegovog energijskog osvetljaja poveća se od $\lambda_m'=0{,}4\ \mu m$ do $\lambda_m''=0{,}7\ \mu m$. Koliko puta se pri tome smanji energijski osvetljaj ovog tela?

2. FOTONI. FOTOELEKTRIČNI EFEKAT

1062. Kolika je energija kvanta svetlosti čija je frekvencija $\nu=0,6$ EHz? Plankova konstanta iznosi $h=6,62\cdot 10^{-34}$ J·s.

1063. Kolika je energija kvanta monohromatske svetlosti talasne dužine $\lambda_1=$ $=400$ nm, a kolika je energija γ-kvanta talasne dužine $\lambda_2=0,1$ pm?

1064. Kolika je talasna dužina fotona čija je energija $E=0,28$ aJ?

1065. Emitovana energija svetlosnog izvora, za izvesno vreme, iznosi $E=10$ eV, a talasna dužina emitovane svetlosti $\lambda=500$ nm. Koliko fotona je emitovao svetlosni izvor za ovo vreme?

1066. Koliku energiju treba da ima foton da bi njegova masa bila jednaka masi elektrona u mirovanju, koja iznosi $m_0=9,1\cdot 10^{-31}$ kg? Kolika talasna dužina odgovara ovoj energiji?

1067. Koliki su talasna dužina, masa i impuls fotona energije $E=1$ MeV?

1068. Koliki je impuls fotona UV-zračenja talasne dužine $\lambda=240$ nm?

1069. Koliki su masa i impuls fotona svetlosti talasne dužine $\lambda=600$ nm?

1070. Kolika je masa fotona IR-zračenja talasne dužine $\lambda=880$ nm?

1071. Kolika je talasna dužina fotona čiji je impuls jednak impulsu elektrona koji se kreće brzinom $v=10\,000$ km/s?

1072. Kolika je frekvencija elektromagnetnog zračenja koje sa površine platine izbacuje elektrone čija je brzina $v=5\,000$ km/s? Izlazni rad elektrona iz platine iznosi $A_i=6,3$ eV.

1073. Brzina fotoelektrona emitovanih sa površine kalijuma iznosi $v=3\,000$ km/s. Kolika je talasna dužina primenjenog elektromagnetnog zračenja? Izlazni rad elektrona kalijuma iznosi $A_i=1,92$ eV.

1074. Izlazni rad elektrona iz cezijuma iznosi $A_i=1$ eV. Kolika je brzina fotoelektrona emitovanih iz cezijuma pod dejstvom svetlosti talasne dužine $\lambda=589$ nm?

1075. Kolika je brzina fotoelektrona emitovanih sa površine aluminijuma pod dejstvom UV-zračenja talasne dužine $\lambda=350$ nm? Izlazni rad elektrona iz aluminijuma iznosi $A_i=2,98$ eV.

1076. Kolika je talasna dužina fotona koji mogu izazvati fotoefekat kod aluminijuma? Izlazni rad elektrona iz aluminijuma iznosi $A_i=2,98$ eV.

1077. Izlazni rad elektrona iz kalijuma iznosi $A_i=1,92$ eV. Kolika je talasna dužina svetlosti koja može da izazove fotoelektrični efekat kod kalijuma?

1078. Koliki je izlazni rad elektrona tantala ako maksimalna talasna dužina elektromagnetnog zračenja koje može da izazove fotoelektrični efekat kod tantala iznosi $\lambda=297$ nm?

1079. Najveća talasna dužina elektromagnetnog zračenja koje još izaziva fotoelektrični efekat kod volframa iznosi $\lambda=275$ nm. Izračunati:

a) izlazni rad elektrona iz volframa,

b) maksimalnu brzinu elektrona koji izleću iz volframa pod dejstvom UV-zračenja talasne dužine $\lambda=180$ nm,

c) maksimalnu kinetičku energiju elektrona.

1080. Kolika treba da bude brzina elektrona da bi pri udaru o volframovu pločicu izbacio iz nje elektron? Izlazni rad elektrona iz volframa iznosi $A_i=4,53$ eV, a masa elektrona $m=9,1\cdot 10^{-31}$ kg.

1081. Prilikom osvetljavanja površine platine UV-zračenjem, talasne dužine $\lambda=204$ nm, nađeno je da napon pri kome prestaje fotoelektrični efekat (zakočni napon) iznosi $U=0,8$ V. Koliki su:

a) izlazni rad elektrona iz platine,

b) maksimalna talasna dužina pri kojoj je još moguć fotoelektrični efekat? Plankova konstanta iznosi $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s, brzina svetlosti u vakuumu $c=3\cdot10^8$ m/s, naelektrisanje elektrona $e=0{,}16$ aC.

1082. Koliki je zakočni napon potrebno primeniti da bi se zaustavili fotoelektroni emitovani sa površine aluminijuma pod dejstvom UV-zračenja talasne dužine $\lambda=300$ nm? Izlazni rad elektrona iz aluminijuma iznosi $A_i=2{,}98$ eV.

1083. Jedna od metoda za određivanje Plankove konstante sastoji se u sledećem. Površina metala se najpre osvetli svetlošću frekvencije ν_1 i izmeri napon U_1 pri kome prestane fotoelektrični efekat. Zatim se ta ista površina osvetli svetlošću frekvencije ν_2 i ponovo izmeri napon U_2 pri kome prestane fotoelektrični efekat. U jednom od takvih eksperimenata bili su dobijeni sledeći podaci: $\nu_1=2{,}2$ PHz, $U_1=6{,}6$ V, $\nu_2=4{,}6$ PHz i $U_2=16{,}5$ V. Kolika je Plankova konstanta prema ovim podacima?

1084. Na usamljenu izolovanu kuglicu načinjenu od cinka padaju monohromatski X-zraci talasne dužine $\lambda=0{,}154$ nm. Koliko će elektrona da bude izbačeno iz kuglice ako je njen poluprečnik $r=2$ cm, a izlazni rad elektrona iz cinka $A_i=0{,}64$ aJ?

3. TALASNA SVOJSTVA ČESTICA

1085. Kolika je talasna dužina čestice čiji je impuls $p=6{,}62\cdot10^{-23}$ kg·m/s?

1086. Kolika je talasna dužina protona koji se kreće brzinom $v=3\cdot10^5$ m/s? Masa protona u mirovanju iznosi $m_p=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg.

1087. Kolikom se brzinom kreće elektron čija je talasna dužina $\lambda=0{,}2$ nm? Masa elektrona u mirovanju iznosi $m_0=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

1088. Kolika je talasna dužina elektrona koji je ubrzan potencijalnom razlikom $U=500$ V?

1089. Kolikom potencijalnom razlikom je ubrzan proton čija je talasna dužina $\lambda=1$ pm?

1090. Telo, mase $m_1=1$ g, i elektron čija je masa u mirovanju $m_2=9{,}1\cdot10^{-31}$kg kreću se drugom kosmičkom brzinom ($v=11{,}2$ km/s).

a) Kolike su njihove talasne dužine?

b) Koliki je njihov odnos?

1091. Talasna dužina elektrona iznosi $\lambda=0{,}1$ mm. Za koliko je potrebno povećati njegovu kinetičku energiju da bi njegova talasna dužina bila dva puta manja?

1092. U televizijskoj cevi elektroni dostižu brzinu $v=1\cdot10^8$ m/s. Odrediti njihovu talasnu dužinu:

a) ne uzimajući,

b) uzimajući

u obzir zavisnost mase od brzine.

1093. Proton se kreće brzinom $v=0{,}8c$, gde je c – brzina prostiranja svetlosti u vakuumu. Kolikaje talasna dužina protona? Masa protona u mirovanju iznosi $m_p=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg.

ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

1. Uvod

1094. Kolika masa (u kg) odgovara jednoj atomskoj jedinici mase (u)?

1095. Atomska masa urana $^{235}_{92}U$ iznosi $m_a=235{,}0439$ u. Kolika je njegova masa u kilogramima?

1096. Kolika je masa atoma kiseonika $^{16}_{8}O$ u kilogramima ako je poznato da njegova masa, izražena u atomskim jedinicama mase, iznosi $m=15{,}99491$ u?

1097. Koliko atoma se nalazi u količini urana $^{238}_{92}U$ čija je masa $m=1$ g? Masa atoma urana iznosi $m_a=238{,}0508$ u.

1098. Šta je elektronvolt?

1099. Izraziti energiju od 3,2 aJ u eV.

1100. Na koliko se minimalno rastojanje, pri centralnom sudaru, približi nepokretnom jezgru olova $^{208}_{82}Pb$ α-čestica čija je brzina $v=10^7$ m/s? Masa α-čestice iznosi $m=6{,}7\cdot10^{-27}$ kg.

1101. U centralnom sudaru sa nepokretnim jezgrom atoma zlata $^{197}_{79}Au$ α-čestica se približi jezgru na najmanje rastojanje $r_{min}=0{,}3$ pm. Kolika je kinetička energija α-čestice?

1102. Na koliko minimalno rastojanje se približi proton nepokretnom jezgru atoma srebra $^{109}_{48}Ag$ u centralnom sudaru? Kinetička energija protona je $E_k=0{,}2$ MeV, a njegova masa $m_p=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg.

1103. Poluprečnik prve orbite elektrona u sastavu atoma vodonika je $r_1=50$ pm, a poluprečnik jezgra $r_j=0{,}5$ fm. Koliko puta su dimenzije atoma vodonika veće od dimenzija njegovog jezgra?

1104. Alfa-čestica, energije $E_\alpha=0{,}40$ MeV, sudara se centralno sa pokretnim jezgrom atoma berilijuma $^{9}_{4}Be$. Na koliko minimalno rastojanje će se α-čestica približiti jezgru ako je ono pre sudara mirovalo?

1105. Koliku kinetičku energiju treba da ima proton da bi se približio na rastojanje $r=10$ fm jezgru azota $^{14}_{7}N$ koje je pre sudara mirovalo? Masa protona je $m_p=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg, a masa jezgra atoma $m_N=2{,}32\cdot10^{-26}$ kg.

STRUKTURA JEZGRA

1106. Odrediti sastav jezgra urana $^{238}_{92}U$.

1107. Odrediti sastav jezgra:

a) natrijuma $^{23}_{11}Na$,

b) fluora $^{19}_{9}F$,

c) srebra $^{108}_{47}Ag$,

d) americijuma $^{243}_{95}Am$,

e) nobelijuma $^{253}_{105}No$.

1108. Odrediti sastav izotopa neona $^{20}_{10}Ne$, $^{21}_{10}Ne$, $^{22}_{10}Ne$.

1109. Koji bi se elementi dobili kada bi se u jezgru $_{2}^{3}He$, $_{4}^{7}Be$ i $_{8}^{15}O$ protoni zamenili neutronima, a neutroni protonima?

1110. Koliko elektrona, protona i neutrona sadrži količina čistog kobalta $_{27}^{60}Co$ čija je masa $m=1$ g? Uzeti da je molarna masa $M=A\cdot10^{-3}$ kg/mol, gde je A – maseni broj.

1111. Koliko neutrona sadrže količine urana $_{92}^{238}U$, barijuma $_{56}^{138}Ba$, mangana $_{25}^{55}Ma$ i azota $_{7}^{14}N$ čija je masa $m=1$ kg?

1112. Izvesna količina čistog radijuma $_{88}^{226}Ra$ sadrži $N_n=3{,}676\cdot10^{21}$ neutrona. Kolika je masa te količine radijuma? Uzeti da je molarna masa $M=A\cdot10^{-3}$ kg/mol.

1113. Poluprečnik jezgra može da se izrazi relacijom $r=1{,}2\,\text{fm}\cdot\sqrt[3]{A}$, gde je A – njegov maseni broj. Odrediti:

a) poluprečnike jezgra $_{92}^{238}U$ i $_{6}^{12}C$,
b) gustinu ovih jezgara.

1114. Poluprečnik Sunca iznosi $R_s=6{,}95\cdot10^{8}$ m, dok srednja gustina supstancije od koje je ono obrazovano iznosi $\rho_s=1{,}4\cdot10^{3}$ kg/m^3. Koliki bi trebalo da bude poluprečnik Sunca da bi njegova gustina bila jednaka gustini jezgra $\rho=2{,}3\cdot10^{17}$ kg/m^3?

2. *Borova teorija*

1115. Kada elektron u atomu vodonika pređe sa 3. na 2. orbitu, emituje foton talasne dužine $\lambda=652$ nm. Koliko se pri tome smanji energija atoma?

1116. Pri prelasku elektrona sa 4. na 2. orbitu u atomu vodonika energija atoma se smanji za $\Delta E=2{,}53$ eV. Kolika je talasna dužina emitovanih fotona?

1117. Za koliko se promeni energija atoma usled apsorpcije fotona talasne dužine $\lambda=486$ nm?

1118. Koliki su poluprečnici prve tri Borove orbite elektrona u sastavu atoma vodonika? Kolike su brzine elektrona na njima?

1119. Odrediti kinetičku, potencijalnu i ukupnu energiju elektrona na prve tri orbite atoma vodonika.

1120. Kolika Kulonova sila deluje na elektron u sastavu atoma vodonika kada se on nalazi na 1. orbiti?

1121. Kolika je ugaona brzina i period rotacije elektrona kada se nalazi na 2. orbiti vodonikovog atoma? Poluprečnik druge orbite vodonikovog atoma iznosi $r_2=0{,}21$ nm.

1122. Koliku je energiju potrebno predati elektronu u sastavu atoma vodonika da bi elektron prešao sa 1. na 2. orbitu?

1123. Kolika je energija fotona koju emituje atom vodonika pri prelasku elektrona sa 3. na 1. orbitu?

1124. Kolika je energija jonizacije atoma vodonika?

1125. Koliku je energiju potrebno utrošiti za udaljavanje elektrona, koji se nalazi u sastavu atoma vodonika $_{1}^{1}H$ kada se elektron nalazi na 2. orbiti?

1126. Koliki je poluprečnik 1. Borove orbite elektrona u sastavu jona helijuma He^{+}? Kolika je brzina elektrona na njoj?

1127. Koliki je poluprečnik 2. Borove orbite elektrona u sastavu jona litijuma Li^{2+}? Kolika je brzina elektrona na njoj?

1128. Kolika je energija elektrona na 3. Borovoj orbiti elektrona u sastavu jona litijuma Li^{2+}?

1129. Kolika je energija elektrona na 5. Borovoj orbiti elektrona u sastavu jona helijuma He^+?

1130. Koliku je energiju potrebno saopštiti jonu helijuma He^+ da bi se elektron iz njegovog sastava preveo sa 1. na 4. orbitu?

1131. Kolika je energija potrebna za prevođenje elektrona koji se nalazi u sastavu jona litijuma Li^{2+} sa 2. na 5. orbitu?

1132. Kolika je energija jonizacije jona litijuma Li^{2+}?

1133. Kolika je talasna dužina fotona koga emituje jon helijuma He^+ pri prelasku elektrona sa 2. na 1. orbitu?

1134. Kolika je energija fotona koga emituje jon litijuma Li^{2+} prilikom prelaska elektrona sa 4. na 2. orbitu?

1135. Odrediti kvantni broj koji odgovara stanju elektrona koji se nalazi u sastavu jona helijuma He^+ u koje elektron pređe iz osnovnog stanja apsorpcijom fotona energije $E_f=48{,}5$ eV.

1136. Odrediti kvantni broj koji odgovara pobuđenom stanju helijuma He^+ iz koga se pri prelasku u osnovno stanje emituju dva uzastopna fotona, talasnih dužina $\lambda_1=108{,}2$ nm i $\lambda_2=30{,}3$ nm.

1137. Kolika je talasna dužina zračenja koje emituje atom vodonika prilikom prelaska elektrona sa 4. na 2. orbitu?

1138. Prilikom prelaska elektrona u sastavu atoma vodonika sa 3. na 2. orbitu emituje se foton. Kolika je njegova talasna dužina?

1139. Atom vodonika, prelazeći iz pobuđenog u osnovno stanje ($n=1$), emituje foton talasne dužine $\lambda=94{,}7$ nm. Koliki je poluprečnik orbite na kojoj je bio elektron?

1140. Atom vodonika apsorbuje foton talasne dužine $\lambda=121{,}5$ nm, usled čega njegov elektron prelazi iz osnovnog u pobuđeno stanje. Koliki poluprečnik orbite odgovara ovom stanju?

1141. Koliko se poveća poluprečnik orbite elektrona atoma vodonika, koji se nalazi u osnovnom stanju, kada apsorbuje foton talasne dužine $\lambda=102{,}3$ nm?

1142. Pobuđeni atomi vodonika prilikom prelaska u osnovno stanje emituju tri spektralne linije. Kolike su njihove talasne dužine?

1143. Kolika je talasna dužina elektrona na prve tri Borove orbite vodonikovog atoma?

1144. Atom vodonika, koji se nalazi u mirovanju, emituje foton energije $E_f=13{,}06$ eV. Kolika će da bude kinetička energija uzmaka atoma posle emitovanja fotona?

1145. Kolika je kinetička energija uzmaka atoma vodonika pri prelasku elektrona sa 4. na 1. orbitu? Pre ovog prelaska atom je mirovao. Masa atoma vodonika je $m=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg.

1146. Odrediti energiju uzmaka jona helijuma He^+ usled prelaska elektrona sa 2. na 1. orbitu, pri čemu nastaje emisija fotona.

3. *Radioaktivnost*

1147. U kakvo jezgro se pretvara jezgro kobalta $^{60}_{27}Co$ emisijom β^--čestice?

1148. Jezgro radona $^{220}_{86}Rn$ emituje α-česticu. Koje jezgro nastaje pri ovom radioaktivnom raspadu?

1149. Koja čestica se emituje pri radioaktivnom raspadu $^{27}_{14}Si \rightarrow ^{27}_{13}Al + ?$

1150. Od torijuma $^{232}_{90}Th$ se posle niza radioaktivnih raspada dobija novi element. Koji je to element ako su u tom nizu bile tri α- i dve β^--emisije?

1151. Koji element nastaje iz urana $^{238}_{92}U$ posle tri α- i dve β^--emisije?

1152. U koji element se pretvara radijum $^{226}_{88}Ra$ posle niza radioaktivnih raspada ako se u njemu dešava pet α-raspada i četiri β^--raspada?

1153. Radioaktivni element se pretvara u uran $^{235}_{92}U$ posle jednog α- i dva β^--raspada. Koji je to element?

1154. Posle koliko α- i β^--raspada se od urana $^{233}_{92}U$ dobija bizmut $^{209}_{83}Bi$?

1155. Koliko α- i β^--raspada prethodi dobijanju:

a) olova $^{208}_{82}Pb$ od torijuma $^{232}_{90}Th$,

b) bizmuta $^{209}_{83}Bi$ od neptunijuma $^{241}_{93}Np$?

1156. Uzorak sadrži $N_0=10^6$ radioaktivnih atoma čiji je period poluraspada T. Koliko će tih atoma da ostane u uzorku posle vremena $t=T/3$?

1157. Uzorak sadrži $N_0=10^{12}$ atoma bizmuta $^{210}_{83}Bi$ čiji je period poluraspada $T=5{,}0$ dana. Koliko se atoma bizmuta raspadne za vreme $t=2$ dana?

1158. Period poluraspada aktinijuma $^{225}_{89}Ac$ je $T=8{,}64\cdot10^5$ s. Kolika je njegova konstanta radioaktivnosti?

1159. Period poluraspada rubidijuma $^{89}_{37}Rb$ je $T=900$ s. Kolika je njegova konstanta radioaktivnosti?

1160. Kolike su konstante radioaktivnosti:

a) radijuma $^{219}_{88}Ra$,

b) radijuma $^{226}_{88}Ra$?

1161. Konstanta radioaktivnosti magnezijuma $^{27}_{12}Mg$ je $\lambda=1{,}16\cdot10^{-3}$ 1/s. Koliki je njegov period poluraspada?

1162. Konstanta radioaktivnosti natrijuma $^{24}_{11}Na$ je $\lambda=1{,}28\cdot10^{-5}$ 1/s. Koliki je njegov period poluraspada?

1163. Koliki se deo (u procentima) početnog broja atoma radioaktivnog izotopa joda $^{131}_{53}I$:

a) raspadne za vreme $t_1=1$ h,

b) ostane neraspadnut posle vremena $t_2=3$ h?

Period poluraspada $^{131}_{53}I$ je $T=6{,}9\cdot10^5$ s.

1164. Za koliko procenata se smanji broj radioaktivnih atoma u uzorku radioaktivnog natrijuma $^{24}_{11}Na$ za vreme $t=60$ h? Period poluraspada $^{24}_{11}Na$ je $T=54\cdot10^3$ s.

1165. Za koliko vremena se raspadne 75% atoma u uzorku magnezijuma $^{27}_{12}Mg$? Period poluraspada magnezijuma je $T=600$ s.

1166. Koliko se atoma raspadne u uzorku radioaktivnog fosfora $^{32}_{15}P$, mase $m=1$ mg, za vreme $t=3$ dana? Period poluraspada fosfora iznosi $T=1{,}24\cdot10^6$ s.

1167. Za koliko vremena se raspadne količina iridijuma $^{192}_{77}Ir$, mase $m=2$mg, ako je njena početna masa $m_0=0{,}2$ g? Period poluraspada iridijuma je $T=6{,}5\cdot10^6$ s.

1168. Uzorak magnezijuma $^{27}_{12}Mg$ ima masu $m_0=20$ mg. Kolika će da bude masa neraspadnutih atoma u trenutku $t=500$ s? Period poluraspada magnezijuma je $T=600$ s.

1169. Za vreme $t=5$ dana raspadne se 80% početnog broja atoma nekog radioaktivnog elementa. Koliki je njegov period poluraspada?

1170. Za koliko vremena se raspadne 1/5 početnog broja atoma radioaktivnog uzorka ako je njegov period poluraspada $T=24$ h?

1171. Koliko procenata početnog broja atoma radona $^{222}_{86}Rn$ ostane neraspadnuto posle:
a) $t_1=5$ dana,
b) $t_2=10$ dana?
Period poluraspada radona je $T=3{,}8$ dana.

1172. Uzorak bizmuta $^{210}_{83}Bi$, mase $m_0=0{,}1$ g, emituje $4{,}6\cdot10^{14}$ β-čestica svakog vremenskog intervala od 1 s. Koliki je njegov period poluraspada?

1173. Vreme poluraspada radijuma $^{226}_{88}Ra$ iznosi $T=1622$ godine. Koliko radijuma preostane u uzorku mase $m_0=0{,}1$ g posle $t=500$ godina?

1174. Vreme poluraspada stroncijuma $^{90}_{38}Sr$ je $T=27$ godina. Posle koliko vremena će uzorak, čija je početna masa $m_0=100$ mg, da sadrži količinu stroncijuma čija je masa $m=75$ mg?

1175. U radioaktivnom uzorku dešava se $\Delta N=2500$ raspada za vreme $\Delta t=10$ s. Kolika je aktivnost uvog uzorka?

1176. Aktivnost radioaktivnog uzorka iznosi $\mathcal{A}=30$ Bq. Koliko se atoma uzorka raspadne za vreme $t=5$ s?

1177. Kolika je aktivnost količine aktinijuma $^{225}_{89}Ac$ koja sadrži 10^{10} atoma? Period poluraspada aktinijuma je $T=8{,}64\cdot10^5$ s.

1178. Aktivnost radioaktivnog preparata joda $^{131}_{53}I$, koji sadrži 10^8 atoma, iznosi $\mathcal{A}=100{,}4$ Bq. Koliki je period poluraspada joda?

1179. Koliko atoma sadrži radioaktivni uzorak kobalta $^{60}_{27}Co$ ako je njegova aktivnost $\mathcal{A}=10$ Bq? Period poluraspada kobalta je $T=1{,}7\cdot10^8$ s.

1180. Kolika je aktivnost uzorka urana $^{238}_{92}U$, čija je masa $m=0{,}1$ g? Period poluraspada urana je $T=1{,}4\cdot10^{17}$ s.

1181. Koliko α-čestica emituje uzorak torijuma $^{232}_{90}Th$, čija je masa 1 g, tokom vremena $\Delta t=1$ s? Period poluraspada torijuma je $T=1{,}39\cdot10^{10}$ godina.

1182. Aktivnost uzorka urana $^{238}_{92}U$ je $\mathcal{A}=12{,}5$ MBq. Kolika je masa uzorka? Period poluraspada urana je $T=1{,}4\cdot10^{17}$ s.

1183. Za koliko se procenata smanji aktivnost radioaktivnog uzorka u vremenu koje je 4 puta duže od perioda poluraspada njegovih atoma?

1184. Aktivnost uzorka se za vreme t smanji 256 puta. Koliko perioda poluraspada iznosi to vreme?

1185. Za vreme od jednog dana aktivnost uzorka se smanji od 320 GBq na 20 GBq. Koliki je period poluraspada atoma uzorka?

1186. Masa uzorka radioaktivnog natrijuma $^{24}_{11}Na$ je $m_0=2$ μg. Kolika će da bude aktivnost uzorka posle vremena $t=5$ h? Period poluraspada natrijuma je $T=54\cdot10^3$ s.

1187. Za koliko godina se aktivnost iridijuma $^{192}_{77}Ir$ smanji 64 puta? Period poluraspada iridijuma je $T=6{,}5\cdot10^6$ s.

1188. Za koliko procenata se smanji aktivnost stroncijuma $^{90}_{38}Sr$ posle vremena $t=20$ godina? Period poluraspada stroncijuma je $T=28$ godina.

3. *Energija veze*

1. DEFEKT MASE

1189. Kolika energija odgovara masi od 1 kg?

1190. Kolika energija odgovara masi elektrona u mirovanju ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg)?

1191. Kolika energija odgovara masi protona u mirovanju ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg)?

1192. Kolika energija odgovara masi jednog atoma ugljenika $^{12}_{6}C$ ($m = 12,000\,00$ u)?

1193. Kolika energija odgovara masi jednog atoma urana $^{238}_{92}U$ ($m = 238,0508$ u)?

1194. Kolika energija odgovara masi od jedne atomske jedinice mase ($m = 1$ u)?

1195. Masa α-čestice (jezgra atoma helijuma $^{4}_{2}He$) iznosi $m = 4,001\,50$ u. Kolika je masa neutralnog atoma helijuma?

1196. Na osnovu poznatih masa neutralnih atoma $^{2}_{1}H$, $^{6}_{3}Li$, $^{12}_{6}C$ odrediti mase njihovih jezgara.

1197. Kolike su mase jonova litijuma: $(^{7}_{3}Li)^{+}$, $(^{7}_{3}Li)^{2+}$, $(^{7}_{3}Li)^{3+}$?

1198. Energija veze elektrona sa jezgrom nepobuđenog atoma vodonika je 13,6 eV (energija jonizacije). Koliko je masa atoma vodonika manja od zbira mase protona i elektrona?

2. ENERGIJA VEZE

1199. Kolika je energija veze deuterijuma $^{2}_{1}H$?

1200. Kolika je energija veze jezgra aluminijuma $^{27}_{13}Al$?

1201. Kolika je energija veze po jednom nukleonu u jezgru kiseonika $^{16}_{8}O$?

1202. Izračunati specifičnu energiju veze u jezgrima:

a) berilijuma $^{9}_{4}Be$,

b) srebra $^{108}_{47}Ag$,

c) zlata $^{198}_{79}Au$.

1203. Koje jezgro urana je stabilnije: $^{235}_{92}U$ ili $^{238}_{92}U$?

1204. Defekt mase jezgra azota $^{15}_{7}N$ je $\Delta m = 0,123\,91$ u. Kolika je masa atoma azota $^{15}_{7}N$?

1205. Energija veze jezgra tricijuma $^{3}_{1}H$ iznosi $E_v = 8,47$ MeV. Kolika je masa atoma tricijuma?

1206. Kolika bi se energija oslobodila kada bi količina helijuma $^{4}_{2}He$, mase $m = 1$ g, nastala spajanjem protona i neutrona?

1207. Jezgra atoma neke supstancije obrazuju se spajanjem po 3 protona i 3 neutrona. Kolika bi se energija oslobodila pri nastajanju količine te supstancije čija je masa $m = 1$ g?

1208. Kolika energija treba da se utroši na odvajanje jednog neutrona iz jezgra natrijuma $^{23}_{11}Na$?

1209. Koliku energiju je potrebno utrošiti za odvajanje jednog neutrona iz jezgra kiseonika $^{17}_{8}O$?

1210. Kolika je energija potrebna za odvajanje iz jezgra azota $^{14}_{7}N$ jednog:
a) protona,
b) neutrona?

8*

1211. Koliku je minimalnu energiju potrebno utrošiti da bi se jezgro helijuma $^{4}_{2}He$ podelilo na dva jednaka dela?

1212. Odrediti najmanju energiju potrebnu da se jezgro ugljenika $^{12}_{6}C$ podeli na tri jednaka dela.

1213. Kolika energija je potrebna da se jezgro bora $^{11}_{5}B$ podeli na sastavne nukleone?

1214. Koliku je energiju potrebno utrošiti da se jezgro berilijuma $^{6}_{4}Be$ podeli na:
a) dva jednaka dela,
b) nukleone koji se nalaze u njegovom sastavu?

3. ENERGIJA RADIOAKTIVNOG RASPADA

1215. Kolika je energija α-raspada paladijuma $^{226}_{91}Pa$?

1216. Jezgro polonijuma $^{210}_{84}Po$ iz stanja mirovanja emituje α-česticu. Odrediti kinetičku energiju α-čestice i kinetičku energiju uzmaka jezgra potomka.

1217. Radioaktivno jezgro fosfora $^{30}_{15}P$ emituje iz stanja mirovanja pozitron i neutrino. Odrediti energiju β^{+}-raspada.

1218. Kolika je kinetička energija neutrina koga emituje jezgro magnezijuma $^{23}_{12}Mg$ koje se nalazi u mirovanju? Energija emitovanog pozitrona iznosi $E_{k_{\beta^+}}=$ $=2{,}5$ MeV. Kinetičku energiju uzmaka jezgra zanemariti.

1219. Odrediti energiju β^{-}-raspada ugljenika $^{15}_{6}C$. Smatrati da je jezgro ugljenika nepokretno.

1220. Nepokretno jezgro ugljenika $^{14}_{6}C$ emituje β^{-}-česticu i antineutrino. Kolika je energija raspada ovog jezgra?

1221. Kolika je energija β^{+}-raspada azota $^{13}_{7}N$?

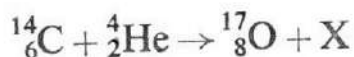
1222. Nepokretno jezgro silicijuma $^{31}_{14}Si$ emituje β^{-}-česticu čija je kinetička energija 0,6 MeV. Zanemarujući kinetičku energiju uzmaka jezgra, odrediti kinetičku energiju antineutrina.

5. *Nuklearne reakcije*

1. UVOD

1223. U nuklearnoj reakciji koja nastaje kada se jezgro aluminijuma $^{27}_{13}Al$ bombarduje α-česticama jedan produkt je proton. Napisati jednačinu ove reakcije.

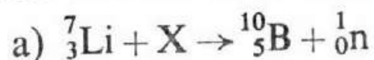
1224. Odrediti redni i maseni broj nepoznate čestice X u reakciji



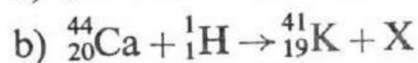
$$^{14}_{6}C+^{4}_{2}He\rightarrow^{17}_{8}O+X$$

1225. Pri bombardovanju jezgra bora $^{5}_{10}B$ neutronima dobija se α-čestica, kao jedan produkt reakcije. Napisati jednačinu ove reakcije.

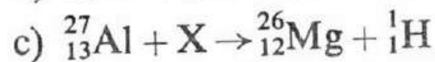
1226. Odrediti nepoznate čestice X u reakcijama:



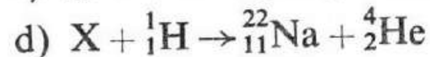
a) $^{7}_{3}Li+X\rightarrow^{10}_{5}B+^{1}_{0}n$



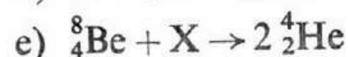
b) $^{44}_{20}Ca+^{1}_{1}H\rightarrow^{41}_{19}K+X$



c) $^{27}_{13}Al+X\rightarrow^{26}_{12}Mg+^{1}_{1}H$



d) $X+^{1}_{1}H\rightarrow^{22}_{11}Na+^{4}_{2}He$



e) $^{8}_{4}Be+X\rightarrow2\,^{4}_{2}He$

1227. Odrediti nepoznate čestice X u sledećim termonuklearnim reakcijama:

a) $X+{}^{3}_{1}H \to {}^{4}_{2}He+{}^{1}_{0}n$

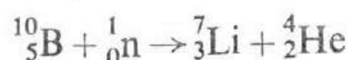
b) ${}^{6}_{3}Li+X \to {}^{4}_{2}He+{}^{3}_{1}H$

c) ${}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H \to X+{}^{1}_{1}H$

d) ${}^{6}_{3}Li+{}^{2}_{1}H \to {}^{7}_{3}Li+X$

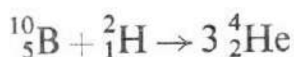
2. NUKLEARNA FUZIJA

1228. Kolika je energija reakcije



$${}^{10}_{5}B+{}^{1}_{0}n \to {}^{7}_{3}Li+{}^{4}_{2}He$$

1229. Kolika se energija oslobađa pri reakciji



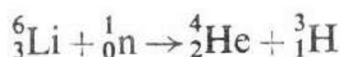
$${}^{10}_{5}B+{}^{2}_{1}H \to 3\,{}^{4}_{2}He$$

1230. Odrediti energiju termonuklearnih reakcija:

a) ${}^{2}_{1}H+{}^{3}_{1}H \to {}^{4}_{2}He+{}^{1}_{0}n$

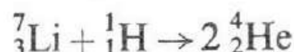
b) ${}^{6}_{3}Li+{}^{2}_{1}H \to {}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H$

1231. Kolika bi se energija oslobodila pri dobijanju količine helijuma ${}^{4}_{2}He$, čija je masa $m=1$ g, na osnovu termonuklearne reakcije



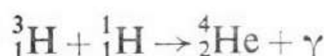
$${}^{6}_{3}Li+{}^{1}_{0}n \to {}^{4}_{2}He+{}^{3}_{1}H$$

1232. Kolika energija se oslobodi pri dobijanju količine helijuma, čija je masa $m=1$ g, na osnovu nuklearne reakcije



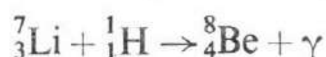
$${}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H \to 2\,{}^{4}_{2}He$$

1233. Odrediti energiju reakcije



$${}^{3}_{1}H+{}^{1}_{1}H \to {}^{4}_{2}He+\gamma$$

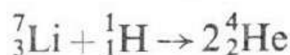
1234. Kolika se energija oslobađa pri reakciji



$${}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H \to {}^{8}_{4}Be+\gamma$$

1235. Jezgra bora ${}^{10}_{5}B$, koja miruju, bombarduju se veoma sporim neutronima, usled čega dolazi do nuklearne reakcije, čiji su produkti jezgro litijuma ${}^{7}_{3}Li$ i jezgro helijuma ${}^{4}_{2}He$. Odrediti kinetičke energije produkata ove reakcije.

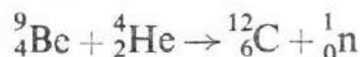
1236. Alfa-čestice koje nastaju u reakciji



$${}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H \to 2\,{}^{4}_{2}He$$

imaju jednaku kinetičku energiju. Kolika je ta energija ako energija protona ${}^{1}_{1}H$ iznosi $E_{k_H}=1,0$ MeV? Smatrati da je jezgro-meta nepokretno.

1237. Odrediti kinetičku energiju produkata reakcije



$${}^{9}_{4}Be+{}^{4}_{2}He \to {}^{12}_{6}C+{}^{1}_{0}n$$

Kinetička energija α-čestica je $E_{k_{He}}=5,3$ MeV. Jezgro-meta je nepokretno.

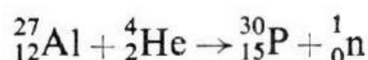
1238. U reakciji



$${}^{9}_{4}Be+{}^{1}_{1}H \to {}^{4}_{2}He+{}^{6}_{3}Li$$

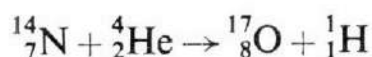
jezgro helijuma odleće u pravcu koji je normalan na pravac kretanja upadnih protona. Odrediti kinetičke energije protona i jezgra helijuma ako je kinetička energija jezgra litijuma $E_{k_{Li}}=2,18$ MeV.

1239. Odrediti energiju nuklearne reakcije



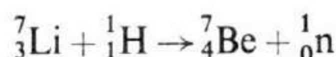
$$^{27}_{12}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n$$

1240. Koliku minimalnu kinetičku energiju treba da imaju α-čestice da bi izazvale reakciju



$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$$

1241. Odrediti energiju praga reakcije



$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{7}_{4}Be + ^{1}_{0}n$$

3. NUKLEARNA FISIJA

1242. Zahvatom sporog neutrona jezgro urana $^{235}_{92}U$ se raspada na dva jezgra: ksenon $^{139}_{54}Xe$ i stroncijum $^{94}_{38}Sr$. Pri raspadu oslobađaju se i tri neutrona. Kolika se energija oslobađa pri ovoj deobi?

1243. Kolika se energija oslobađa pri nuklearnoj fisiji količine urana $^{235}_{92}U$ čija je masa $m=1$ kg? Srednja energija koja se oslobađa prilikom fisije jednog atoma urana iznosi $Q_0 \approx 200$ MeV.

1244. Kolika je električna snaga nuklearne centrale ako masa dnevne potrošnje urana $^{235}_{92}U$ iznosi $m=150$ g? Stepen korisnog dejstva centrale je $\eta=0{,}20$. Pri deobi jednog jezgra urana oslobađa se energija $Q_0=200$ MeV.

1245. Kolika je dnevna potrošnja urana $^{235}_{92}U$ u nuklearnoj centrali čija je električna snaga $P=15$ MW? Stepen korisnog dejstva centrale je $\eta=0{,}16$. Srednja energija koja se oslobađa pri deobi jednog atoma $^{235}_{92}U$ je $Q=200$ MeV.

4. ELEMENTARNE ČESTICE

1246. Neutralni π-mezon (π^0) raspada se na dva jednaka γ-fotona. Kolike su energija i talasna dužina γ-fotona ako su kinetička energija i impuls mezona zanemarljivi?

1247. Spori neutron se pretvara u proton, emitujući pri tome elektron i antineutrino. Koliki je zbir kinetičkih energija nastalih čestica u procesu pretvaranja ako je kinetička energija neutrona zanemarljiva?

1248. U polju teškog jezgra γ-foton, energije 3 MeV, pretvara se u par elektron-pozitron. Pretpostavljajući da su njihove kinetičke energije jednake, odrediti kinetičku energiju svake čestice.

1249. Prilikom sudara elektrona i pozitrona nastaju dva jednaka fotona. Kolika je talasna dužina nastalih fotona ako je kinetička energija pozitrona i elektrona $E_k=240$ keV?

1250. Kolika je najmanja moguća talasna dužina nastalih fotona iz prethodnog zadatka?

REŠENJA I ODGOVORI

MEHANIKA

1. UVOD

1. Greška ovog merenja jednaka je razlici izmerene vrednosti ubrzanja Zemljine teže i njegove tačne vrednosti. Dakle,

$$\Delta g = g - g_0 = 9{,}821\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 9{,}806\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0{,}015\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ili u procentima

$$\frac{\Delta g}{g_0}\,100\% = \frac{0{,}015\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{9{,}806\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\,100\% = 0{,}153\%.$$

2. Srednja vrednost rezultata niza merenja dobija se kad se zbir vrednosti pojedinih merenja podeli brojem merenja. Dakle,

$$\langle l \rangle = \frac{l_1 + l_2 + {}_3 + l_4}{4} =$$

$$= \frac{45{,}2\ \mathrm{cm} + 45{,}1\ \mathrm{cm} + 44{,}8\ \mathrm{cm} + 45{,}0\ \mathrm{cm}}{4} =$$

$$= 45{,}025\ \mathrm{cm}$$

Pošto srednja vrednost može da ima samo onoliko značajnih cifara koliko imaju i pojedini rezultati merenja, onda je

$$\langle l \rangle = 45{,}0\ \mathrm{cm}$$

Lako se može zaključiti da je greška merenja pri četvrtom merenju najmanja, a pri prvom i trećem merenju najveća.

3. Pošto su nedostajali tegovi manji od 1 g, onda je masa izmerena sa greškom manjom od 1 g. Može se pouzdano smatrati da je najveća apsolutna greška ovog merenja

$$\Delta m = 1\ \mathrm{g}$$

a relativna

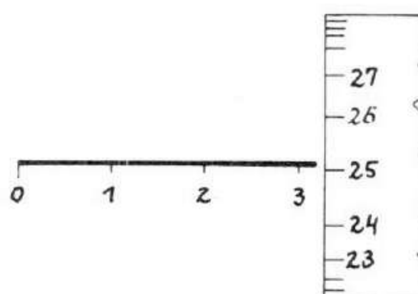
$$\frac{\Delta m}{m}\,100\% = \frac{1\ \mathrm{g}}{500\ \mathrm{g}}\,100\% = 0{,}2\%$$

4. U teoriji grešaka smatra se da je maksimalna apsolutna greška merenja nekim instrumentom jednaka polovini vrednosti njegovog najmanjeg podeljka, tj. polovini njegove preciznosti. Ako se, na primer, dužina meri lenjirom sa milimetarskom podelom, onda maksimalna apsolutna greška merenja iznosi 0,5 mm. Analogno, kod mikrometarskog zavrtnja, preciznosti $\frac{1}{100}$ mm **1**, maksimalna apsolutna greška merenja iznosi

$$\Delta D = \frac{1}{200}\ \mathrm{mm} = 0{,}005\ \mathrm{mm}$$

Prema tome, može se napisati da izmereni prečnik iznosi

$$D = (3{,}250 \pm 0{,}005)\ \mathrm{mm}$$



1

Odgovarajuća relativna greška merenja je

$$\frac{\Delta D}{D}\,100\% = \frac{0{,}005\ \mathrm{mm}}{3{,}250\ \mathrm{mm}}\,100\% = 0{,}15\%$$

5. Prema izloženom uz prethodno rešenje, može se neposredno napisati da je maksimalna apsolutna greška merenja ovim lenjirom

$$\Delta l = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10}\ \mathrm{mm} = 0{,}05\ \mathrm{mm}$$

Merena dužina je onda

$$l = (24{,}50 \pm 0{,}05)\ \mathrm{mm}$$

dok je odgovarajuća relativna greška merenja

$$\frac{\Delta l}{l}\,100\% = \frac{0{,}05\ \mathrm{mm}}{24{,}50\ \mathrm{mm}}\,100\% = 0{,}20\%$$

6. Pošto je $1\ \mathrm{cm}^3 = \frac{1}{10^6}\ \mathrm{m}^3 = 10^{-6}\ \mathrm{m}^3$, dobija se da je $V_1 = 28\ \mathrm{cm}^3 = 28 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3$

Jedan kubni decimetar predstavlja hiljaditi deo kubnog metra, tj. $1\ \mathrm{dm}^3 = \frac{1}{1000}\ \mathrm{m}^3 = 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$, pa je

$$V_2 = 570\ \mathrm{dm}^3 = 570 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 0{,}570\ \mathrm{m}^3$$

Jedan kubni kilometar iznosi $10^9\ \mathrm{m}^3$, pa je

$$V_3 = 60\ \mathrm{km}^3 = 60 \cdot 10^9\ \mathrm{m}^3$$

7. Pošto je $1\ \mathrm{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}$, biće

$$\alpha_1 = 0{,}2\pi\ \mathrm{rad} = 0{,}2\pi \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = 36^\circ$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2}\ \mathrm{rad} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = 90^\circ$$

Jedan ugaoni minut (′) je šezdeseti deo stepena, tj. $1' = (1/60^\circ)$, pa je

$$\alpha_3 = 150' = \left(150\cdot\frac{1}{60}\right)^\circ = 2{,}5^\circ$$

Jedna ugaona sekunda iznosi $(1/3600)^\circ$, pa je

$$\alpha_4 = 3200'' = \left(3200\cdot\frac{1}{3600}\right)^\circ = \frac{8^\circ}{9} = 0{,}888^\circ$$

Pošto je 1 obrtaj $= 360^\circ$, onda je

$$\alpha_5 = 2{,}3 \text{ obrtaja} = 2{,}3\cdot 360^\circ = 828^\circ$$

8. Ugao od 1° iznosi $\frac{2\pi}{360}$ rad, pa je

$$\alpha_1 = 240^\circ = 240\cdot\frac{2\pi}{360}\text{ rad} = \frac{4\pi}{3}\text{ rad} = 4{,}19\text{ rad}$$

Ugao od 1′ iznosi šezdeseti deo stepena, tj.

$1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ = \frac{1}{60}\cdot\frac{2\pi}{360}$ rad, pa je

$$\alpha_2 = 40' = 40\cdot\frac{1}{60}\cdot\frac{2\pi}{360}\text{ rad} = 1{,}16\cdot 10^{-2}\text{ rad}$$

I najzad, $1'' = \frac{1^\circ}{3600} = \frac{1}{3600}\cdot\frac{2\pi}{360}$ rad, pa je

$$\alpha_3 = 120'' = 120\,\frac{1}{3600}\cdot\frac{2\pi}{360}\text{ rad} = 5{,}81\cdot 10^{-4}\text{ rad}$$

9. Pošto je 1 km $= 10^3$ m i 1 h $= 3600$ s, onda su date brzine (izražene u m/s)

$$v_1 = 54\frac{\text{km}}{\text{h}} = 54\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 15\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 72\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

10. Pošto je 1 km $= 10^3$ m $= 10^5$ cm, onda je

$$v = 8\frac{\text{km}}{\text{s}} = 8\frac{10^3\text{ m}}{\text{s}} = 8\cdot 10^3\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

odnosno

$$v = 8\frac{\text{km}}{\text{s}} = 8\frac{10^5\text{ cm}}{\text{s}} = 8\cdot 10^5\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

11. Pošto je $1\text{ m} = \frac{1}{1000}\text{ km}$, a $1\text{ s} = \frac{1}{3600}\text{ h}$, to je

$$v = 330\frac{\text{m}}{\text{s}} = 330\frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\text{s}} = 0{,}330\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

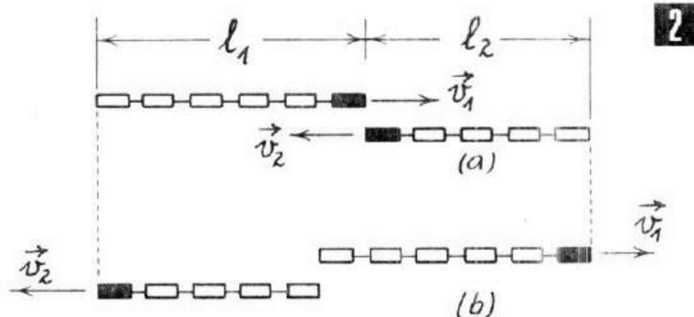
odnosno

$$v = 330\frac{\text{m}}{\text{s}} = 330\frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 1188\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

14. U početku mimoilaženja vozovi imaju uzajamni položaj (*a*), a na kraju mimoilaženja položaj (*b*). Sa slike se vidi da su vozovi u toku mimoilaženja prešli put $s = l_1 + l_2$, krećući se jedan prema drugom relativnom brzinom $v_r = v_1 + v_2$, pa je vreme mimoilaženja

$$t = \frac{s}{v_r} = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = 2{,}95\text{ s}$$

pošto je $l_1 = 50$ m, $l_2 = 40$ m, $v_1 = 80$ km/h $= 22{,}2$ m/s, $v_2 = 30$ km/h $= 8{,}33$ m/s.



13. Pošto se čamac iz pristaništa P_1 kreće uzvodno, a čamac iz pristaništa P_2 nizvodno, to je

$$d = (v_1 - v_2)t_1 \quad \text{i} \quad d = (v_1 + v_2)t_2$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se da je:

a) brzina čamaca u odnosu na vodu

$$v_1 = d\frac{t_1 + t_2}{2t_1t_2} = \frac{15\text{ km}}{\text{h}}$$

b) brzina reke $v_2 = d\frac{t_1 - t_2}{2t_1t_2} = \frac{5\text{ km}}{\text{h}}$

c) proteklo vreme do susreta čamaca

$$t = \frac{l}{v_1 - v_2} = \frac{d - l}{v_1 + v_2}$$

Mesto susreta, prema prethodnoj jednačini, udaljeno je od pristaništa P_2

$$l = d\frac{v_1 - v_2}{2v_1} = 10\text{ km}$$

14. Vreme za koje brod pređe rastojanje *d* je

$$t = \frac{d}{v}$$

gde je v — brzina broda u odnosu na obalu. Kada se brod kreće nizvodno, brzine broda $\vec{v}_1$ i reke $\vec{v}_2$ su istog pravca i smera, pa je intenzitet rezultujuće brzine

$$v = v_1 + v_2$$

Prema tome, vreme za koje brod nizvodno pređe rastojanje *d* biće

$$t = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{36\text{ km}}{15\frac{\text{km}}{\text{h}} + 3\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{36}{18} = 2\text{ h}$$

U slučaju kad se brod kreće uzvodno, brzine broda v_1 i reke v_2 su istog pravca a suprotnog smera, pa će rezultujuća brzina broda u odnosu na obalu da bude

$$v = v_1 - v_2$$

Brod će u ovom slučaju rastojanje d preći za vreme

$$t = \frac{d}{v_1 - v_2} = \frac{36\ \text{km}}{15\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{36}{12}\ \text{h} = 3\ \text{h}$$

15. Pretpostavljajući da reka teče od grada A ka gradu B, dobija se da vreme kretanja čamca sa čovekom iznosi $t = \dfrac{d}{v_1 + v}$, gde je d — rastojanje između gradova. Čamac gradskog saobraćaja dva puta pređe put d u smeru A-B za vreme $\dfrac{2d}{v_2 + v}$ i dva puta u smeru B-A za vreme $\dfrac{2d}{v_2 - v}$. Prema uslovu zadatka je

$$\frac{d}{v_1 + v} = 2\left(\frac{d}{v_2 + v} + \frac{d}{v_2 - v}\right)$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se jednačina

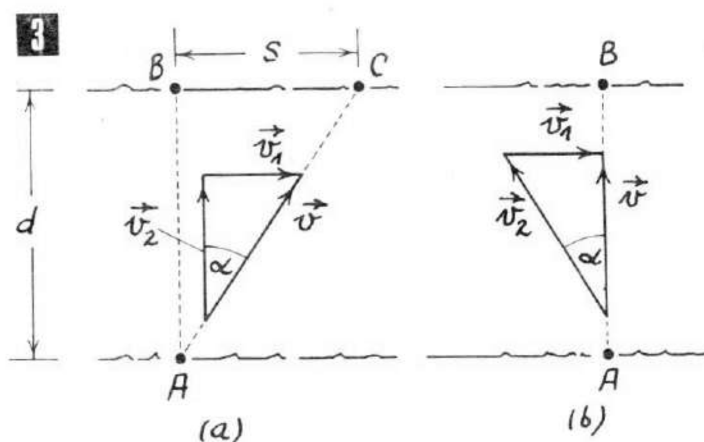
$$v^2 + 4v_2 v + 4v_2 v_1 - v_2^2 = 0$$

čija su rešenja:

$$v' = -2v_2 + \sqrt{5v_2^2 - 4v_1 v_2} = -0{,}5\ \text{km/h}$$

$$v'' = -2v_2 - \sqrt{5v_2^2 - 4v_1 v_2} = -39{,}5\ \text{km/h}$$

Drugo rešenje je nerealno u fizičkom smislu, pošto čamac pri ovoj brzini reke ne može da plovi uz nju. Prema tome, brzina reke je 0,5 km/h. Znak minus označava činjenicu da reka teče od mesta B ka A, tj. u suprotnom smeru od pretpostavljenog.



16. U prvom slučaju 3 čamac se kreće u pravcu AC. Njegovo kretanje je složeno od dva kretanja (sl. *a*):

— kretanja u pravcu rečnog toka, tj. u pravcu BC, brzinom v_1,

— kretanja u pravcu AB brzinom v_2.

Kako prelazak reke u pravcu AC traje tokom vremena t_1, može se napisati da je

$$\left.\begin{aligned} BC &= s = v_1 t_1 \\ AB &= d = v_2 t_1 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

U drugom slučaju (sl. *b*) čamac se kreće u pravcu AB brzinom $v = v_2 \cos\alpha$, i put AB pređe za vreme t_2, pa je

$$AB = d = v_2 \cos\alpha \cdot t_2 \qquad (2)$$

gde je

$$\cos\alpha = \frac{v}{v_2} = \frac{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_2} \qquad (3)$$

Iz relacija (1), (2) i (3) nalazi se da je

a) $d = \dfrac{st_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = 200\ \text{m}$;

b) $v_2 = \dfrac{st_2}{t_1\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = 0{,}33\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$;

c) $v_1 = \dfrac{s}{t_1} = 0{,}2\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$;

d) $\sin\alpha = \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{3}{5}$, odnosno $\alpha \approx 37°$.

2. KINEMATIKA TRANSLATORNOG KRETANJA

17. Pređeni put s kod ravnomernog kretanja jednak je proizvodu brzine v i vremena t. Pošto se svetlost kreće pravolinijski i stalnom brzinom c, to je

$$s = ct$$

gde je $c = 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}$, a $t = 8\ \text{min} = 480\ \text{s}$, pa se zamenom dobija da je

$$s = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 480\ \text{s} = 1{,}44 \cdot 10^{11}\ \text{m}$$

Ovaj put je približno jednak rastojanju između Sunca i Zemlje.

18. Traženo vreme iznosi

$$t = \frac{l}{v} = \frac{450\ \text{m}}{800\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}56\ \text{s}$$

Za ovo vreme čovek može da pređe put (krećući se brzinom $v = 1\ \text{m/s}$)

$$s = vt = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}56\ \text{s} = 0{,}56\ \text{m}$$

19. Ako je širina reke l, onda je pređeni put zvuka $2l = ct$, odakle je širina reke

$$l = \frac{ct}{2}$$

pa se zamenom datih vrednosti dobija da ona iznosi

$$l=\frac{330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2\text{ s}}{2}=330\text{ m}$$

20. Udaljenost mesta udara groma od slušaoca jednaka je pređenom putu s zvuka za vreme t. Dakle,

$$s=ct$$

gde je $c=330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, a $t=7$ s, pa je

$$t=330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 7\text{ s}=2310\text{ m}$$

tj. s = 2,31 km.

21. Pređeni put aviona je

$$s = vt$$

gde je $v = 3c = 3\cdot 330$ m/s = 990 m/s, a t = = 1 min = 60 s. Zamenom ovih vrednosti u prethodnoj jednačini dobija se da je

$$s=990\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 60\text{ s}=59\,400\text{ m}$$

tj. s = 59,4 km.

22. Pošto svakog minuta čovek napravi 120 koraka, svaki dužine l = 0,75 m, on će za vreme t = 1 h = 60 min preći put

$$s=0{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{korak}}\cdot\frac{120\text{ koraka}}{\text{min}}\cdot 60\text{ min}=$$

$$=5400\text{ m}=5{,}4\text{ km}$$

što znači da je srednja brzina kretanja čoveka $\langle v\rangle$ = 5,4 km/h.

23. Brzina kod ravnomernog kretanja jednaka je količniku pređenog puta s i proteklog vremena t. Dakle,

$$v=\frac{s}{t}$$

gde je $s=100$ m i $t=2{,}5$ s, pa je

$$v=\frac{100\text{ m}}{2{,}5\text{ s}}=40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ili

$$40\,\frac{10^{-3}\text{ km}}{\frac{1}{3600}\text{ h}}=144\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

24. Pod pretpostavkom da se automobili kreću ravnomerno (uniformno), oni će do mesta susreta da pređu puteve

$$\left.\begin{aligned}s_1&=v_1t_0\\ s_2&=v_2t_0\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

gde je t_0 — vreme kretanja automobila do susreta. Sa slike **1** se vidi da je

$$d=s_1+s_2\qquad(2)$$

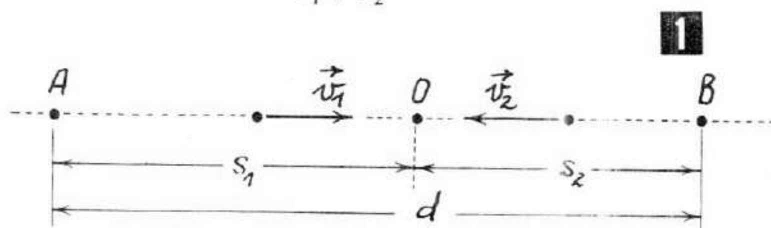
Iz relacija (1) i (2) dobija se da je

$$d = v_1t_0 + v_2t_0$$

odakle je

$$t_0=\frac{d}{v_1+v_2}=2\text{ h}$$

1



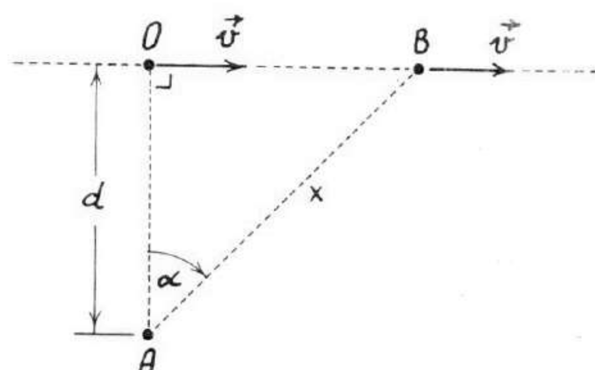
Udaljenost mesta susreta O od grada A iznosi $s_1=v_1t_0=54\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot 2\text{ h}=108$ km.

25. Za vreme dok zvuk pređe put $OA = ct$, metak će preći put $OB = vt$, pa će metak tada da bude na udaljenosti **2**

$$x=AC=t\sqrt{c^2+v^2}$$

gde je $t=\frac{d}{c}$ — vreme prostiranja zvuka do čoveka, pa je

$$x=d\sqrt{1+\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$



Kako je $\frac{v}{c}=\frac{660\text{ m/s}}{330\text{ m/s}}=2$, to je

$$x=d\sqrt{1+4}=\sqrt{5}\,d$$

odnosno $x=\sqrt{5}\cdot 400\text{ m}=894$ m.

26. Ako je t vreme za koje se otkačeni vagon zaustavi, onda je pređeni put ovog vagona $s=\frac{v_0}{2}t$, gde je $\frac{v_0}{2}$ — srednja brzina vagona. Za isto vreme voz pređe put $s_1 = v_0t$, pa je s_1 = = $2s$, što znači da je voz za isto vreme prešao dvaput duži put.

27. Kada se čovek kreće niz pokretni eskalator, njegova brzina v, u odnosu na tle, jednaka je zbiru brzine v_1 kojom se on kreće po eskalatoru i brzine v_2 eskalatora, pa je vreme njegovog spuštanja

$$t=\frac{l}{v}=\frac{l}{v_1+v_2}$$

gde je l — dužina eskalatora. Pošto je $v_1 = l/t_1$ i $v_2 = l/t_2$, onda je

$$t = \frac{l}{\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{60\text{ s} \cdot 40\text{ s}}{60\text{ s} + 40\text{ s}} = 24\text{ s}$$

jer je $t_1 = 1$ min $= 60$ s i $t_2 = 40$ s.

28. Ako se brod kreće nizvodno, njegova relativna brzina v_1 (u odnosu na obalu) jednaka je zbiru brzine v koju bi imao u stajaćoj vodi i brzine reke v_0. Brod će za vreme t_1 da pređe put jednak rastojanju d između pristaništa. Naime,

$$d = v_1 t_1 \quad \text{i} \quad d = (v + v_0) t_1 \qquad (1)$$

Kada se brod kreće uzvodno, brzine broda i reke imaju suprotan smer, pa je tada brzina broda u odnosu na obalu $v_2 = v - v_0$. U tom slučaju brod prelazi rastojanje između pristaništa za vreme t_2, pa je

$$d = v_2 t_2, \text{ tj. } d = (v - v_0)\, t_2 \qquad (2)$$

Rešavanjem jednačina (1) i (2) dobija se da je rastojanje između pristaništa

$$d = v\frac{2t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{2 \cdot 8\text{ h} \cdot 10\text{ h}}{8\text{ h} + 10\text{ h}} = 160\text{ km}$$

i da je brzina reke

$$v_0 = v\frac{t_2 - t_1}{t_1 + t_2} = 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{10\text{ h} - 8\text{ h}}{8\text{ h} + 10\text{ h}} = 2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

29. Putnici u vozovima koji se mimoilaze kreću se jedan u odnosu na drugoga relativnom brzinom koja je jednaka zbiru brzina vozova v_1 i v_2 u odnosu na tle, pa su vremena u toku kojih putnici vide vagone drugog voza

$$t_1 = \frac{n_2 l_2}{v_1 + v_2} \quad \text{i} \quad t_2 = \frac{n_1 l_1}{v_1 + v_2}$$

gde su $n_1 l_1$ i $n_2 l_2$ — dužine vozova.

30. Usporenje automobila je

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_0 - 0}{t - 0} = \frac{20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}5\text{ s}} = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

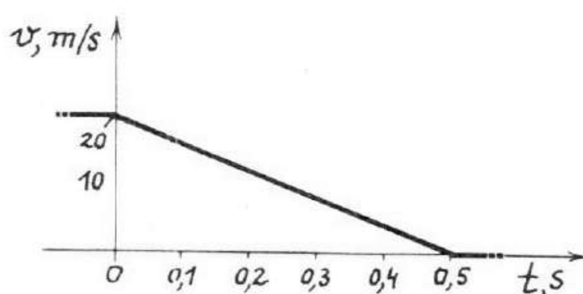
Put koji automobil pređe za vreme t, krećući se ravnomerno usporeno, do zaustavljanja je

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 =$$

$$= 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}5\text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0{,}5\text{ s})^2 =$$

$$= 10\text{ m} - 5\text{ m} = 5\text{ m}$$

Dijagram brzine automobila prikazan je na slici 3. U početnom trenutku $t_0 = 0$ brzina automobila iznosi $v_0 = 20$ m/s, a zatim opada



ravnomerno sa vremenom t. Posle vremena $t = 0{,}5$ s brzina automobila jednaka je nuli.

31. Ubrzanje tela je

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{12\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\text{ s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Kretanje tela u intervalu vremena $\Delta t = t = 5$ s je ravnomerno ubrzano kretanje, sa početnom brzinom $v_0 = v_1 = 2$ m/s, pa je pređeni put tela za ovo vreme

$$s = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 =$$

$$= 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5\text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5\text{ s})^2 = 35\text{ m}$$

32. Ubrzanje automobila je

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

gde je

$$v_2 = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\,\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1 = 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 18\,\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = 10\text{ s}$$

Zamenom u prethodnu relaciju ovih veličina dobija se da je

$$a = \frac{20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s}} = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

33. Telo se kreće ravnomerno ubrzano, sa ubrzanjem

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\text{ s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Put koji telo pređe za vreme $t = 10$ s iznosi

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (10\text{ s})^2 = 100\text{ m}$$

Brzina tela je

$$v=at=2\frac{m}{s^2}\cdot 10\,s=20\frac{m}{s}$$

34. Data jednačina kretanja $s=At-Bt^2$ predstavlja jednačinu puta kod ravnomerno usporenog kretanja, što se lako zaključuje upoređujući ovu jednačinu sa opštom jednačinom ovog kretanja

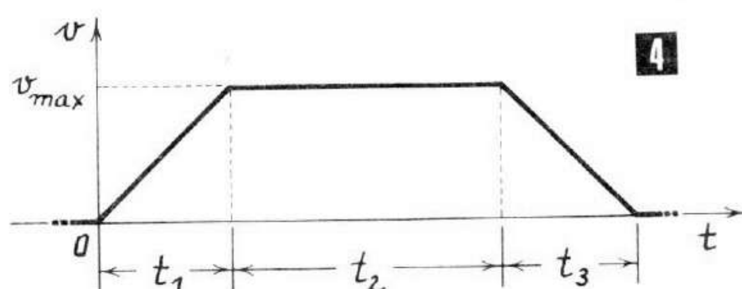
$$s=v_0t-\frac{1}{2}at^2$$

Upoređivanjem se nalazi da je:

a) $v_0 = A = 2\,m/s$;
b) $a = 2B = 0{,}6\,m/s^2$;
c) $v = v_0 - at = -1\,m/s$.

35. Voz dostigne maksimalnu brzinu na kraju ravnomerno ubrzanog kretanja, tj. posle vremena t_1 **4**, za koje pređe put $s_1=\frac{v_{max}}{2}t_1$.

4



U toku vremena t_2 voz se kretao ravnomerno i za ovo vreme prešao put $s_2=v_{max}\cdot t_2$, a u toku usporenja $s_3=\frac{v_{max}}{2}t_3$. Zbir ovih puteva je

$$s=s_1+s_2+s_3=\frac{v_{max}}{2}t_1+v_{max}\cdot t_2+\frac{v_{max}}{2}t_3$$

pa je maksimalna brzina voza

$$v_{max}=\frac{2s}{t_1+2t_2+t_3} \qquad (1)$$

Vreme za koje bi voz prešao rastojanje s krećući se ravnomerno srednjom brzinom $\langle v\rangle$ jednako je vremenu za koje bi voz prešao isto rastojanje krećući se promenljivo. Dakle,

$$\frac{s}{\langle v\rangle}=t_1+t_2+t_3 \qquad (2)$$

Pošto nije poznato vreme t_2, njegovim eliminisanjem iz jednačina (1) i (2) dobija se tražena maksimalna brzina

$$v_{max}=\frac{2s\langle v\rangle}{2s-\langle v\rangle(t_1+t_3)}=60{,}8\frac{km}{h}=16{,}9\frac{m}{s}$$

36. Ubrzanje aviona je

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

gde je $\Delta v=360\frac{1000\,m}{3600\,s}=100\frac{m}{s}$, $\Delta t=10\,s$.

Zamenom ovih vrednosti u prethodnu relaciju dobija se da je

$$a=\frac{100\frac{m}{s}}{10\,s}=10\frac{m}{s^2}$$

Potrebna dužina piste l jednaka je pređenom putu s aviona za vreme $t=10\,s$, za koje avion dostigne potrebnu brzinu. Dakle,

$$l=s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot(10\,s)^2=500\,m$$

37. Ubrzanje tela je

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v}{t}=\frac{10\frac{m}{s}}{5\,s}=2\frac{m}{s^2}$$

Iz jednačine za pređeni put $s=\frac{1}{2}at^2$ dobija se da vreme kretanja tela na putu s iznosi

$$t=\sqrt{\frac{2s}{a}}=\sqrt{\frac{2\cdot 100\,m}{2\frac{m}{s^2}}}=10\,s$$

38. Traženo ubrzanje može se naći iz obrasca za pređeni put ravnomerno ubrzanog kretanja

$$s=\frac{1}{2}at^2$$

odakle je

$$a=\frac{2s}{t^2}=\frac{2\cdot 100\,m}{(10\,s)^2}=2\frac{m}{s^2}$$

39. a) Za vreme t prvi motociklista će preći put **5**

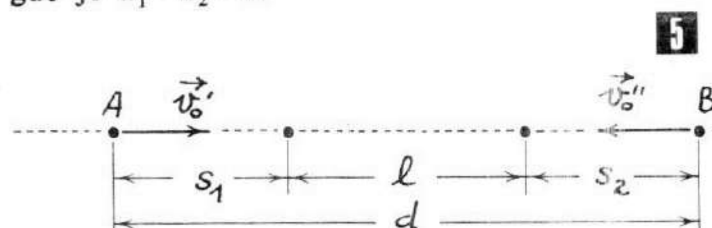
$$s_1=v_0't-\frac{1}{2}a_1t^2$$

a drugi

$$s_2=v_0''t+\frac{1}{2}a_2t^2$$

gde je $a_1=a_2=a$.

5



Trenutak susreta motociklista, koji se desi posle vremena t_0, određen je uslovom

$$d=s_1+s_2=(v_0'+v_0'')t_0$$

odakle je

$$t_0=\frac{d}{v_0'+v_0''}=10\,s$$

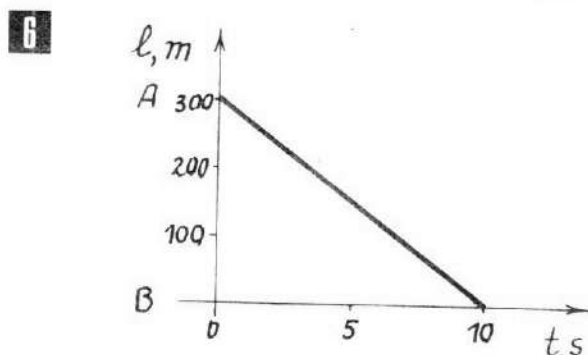
b) Prvi motociklista za vreme t_0 pređe put

$$s_{01}=v_0't_0-\frac{1}{2}at_0^2=100\text{ m}$$

c) Rastojanje među motociklistima menja se po zakonu

$$l=d-(s_1+s_2)=d-(v_0'+v_0'')t$$

Ova zavisnost je prikazana na slici 6.



d) Sa slike se vidi da je mesto susreta određeno uslovom $l=0$, tj. tačkom preseka funkcije $l(t)$ sa t-osom. U trenutku $t=0$ ovo rastojanje je d i odgovara rastojanju između mesta A i B.

40. U početnom trenutku tačke se nalaze na pravoj ABC 7, a posle vremena t na pravoj A′B′C′. Prema uslovima zadatka je

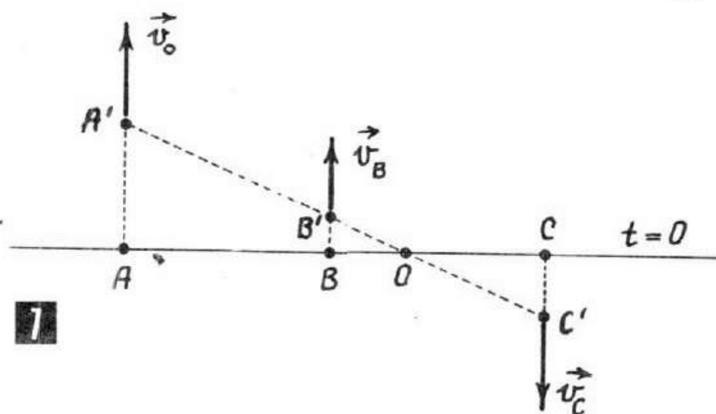
$$AA'=v_0t \quad \text{i} \quad CC'=\frac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

Iz sličnosti trouglova A′AO, B′BO i C′CO dobija se da je

$$\frac{AO}{AA'}=\frac{BO}{BB'}=\frac{CO}{CC'} \qquad (2)$$

dok se sa slike vidi da je

$$AO=AB+BO \text{ i } CO=BC-BO \qquad (3)$$



Iz relacija (1), (2) i (3) dobija se da je pređeni put tačke B

$$s_B=BB'=\frac{AA'-CC'}{2}=\frac{v_0}{2}t-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}t^2$$

Prema tome, tačka B se kreće pravolinijski:

— početnom brzinom $v_{0B}=\frac{v_0}{2}=10\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$, sa smerom naviše,

— stalnim ubrzanjem $a_B=\frac{a}{2}=2\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$, sa smerom naniže.

Kad tačka B dostigne visinu

$$h_{max}=(BB')_{max}=\frac{v_{0B}^2}{2a_B}=\frac{v_0^2}{4a}=25\text{ cm}$$

ona za trenutak stane, pa zatim promeni smer kretanja, tj. počne da se kreće naniže.

41. Brzina kod ravnomerno ubrzanog kretanja data je relacijom

$$v=v_0-at$$

U trenutku zaustavljanja brzina tela je $v=0$, pa je tada $0=v_0-at_0$, odakle je vreme t_0 za koje će se telo zaustaviti

$$t_0=\frac{v_0}{a}=\frac{20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=40\text{ s}$$

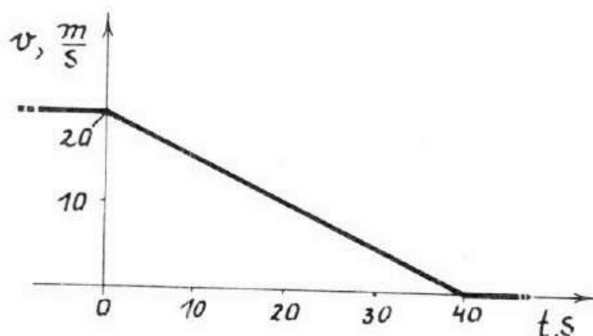
Put koji telo pređe do trenutka zaustavljanja (tj. za vreme t_0) dobija se iz jednačine za pređeni put

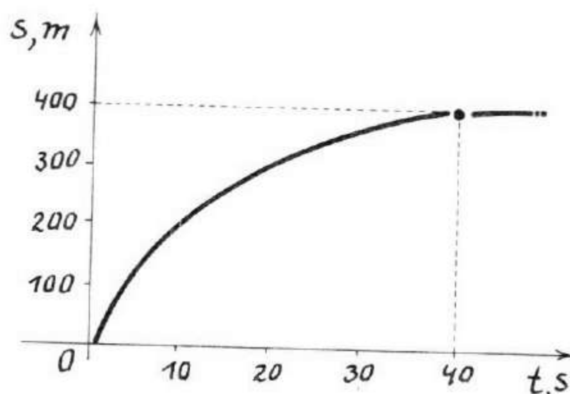
$$s=v_0t-\frac{1}{2}at^2$$

Pošto je $v_0=at_0$, gde je t_0 — vreme za koje se telo zaustavilo, pređeni put do trenutka zaustavljanja biće

$$s=at_0^2-\frac{1}{2}at_0^2=\frac{1}{2}at_0^2=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(40\text{ s})^2=400\text{ m}$$





Zavisnost brzine od vremena prikazana je na slici 8, a pređenog puta od vremena na slici 9. Brzina ravnomerno opada od početne vrednosti v_0 do nule u toku vremena t_0, dok za to vreme pređeni put raste po tzv. kvadratnom zakonu.

42. Brzina ovog tela posle vremena t iznosi

$$v_1 = at = 0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 50\,\text{s} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a posle pređenog puta s

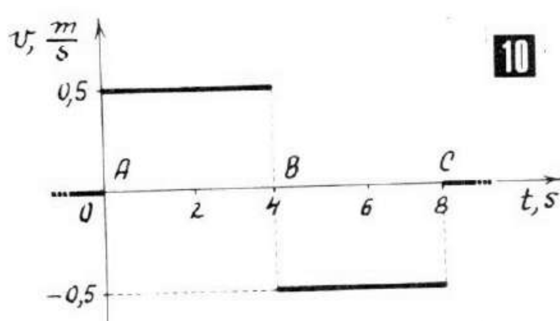
$$v_2 = \sqrt{2as} = \sqrt{2\cdot 0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 220\,\text{m}} \approx 6{,}63\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

43. U prvom vremenskom intervalu $\Delta t = 10$ s telo se kreće stalnom brzinom $v = 5$ m/s. Na kraju tog intervala vektor brzine trenutno promeni svoj smer, zadržavajući isti pravac. Prema tome, u toku daljih 10 s telo će se kretati istom brzinom $v = 5$ m/s, ali u suprotnom smeru, i za vreme od 10 s stići će u polazni položaj. Pređeni put tela biće

$$s = v\cdot 2t = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2\cdot 10\,\text{s} = 100\,\text{m}$$

44. Posmatrano telo se do trenutka t_A kretalo stalnom brzinom $v = 2$ m/s **10**. U tom trenutku telo dobije stalno usporenje, tako da se u vremenskom intervalu Δt_{AB} kreće ravnomerno usporeno, usporenjem (negativnim ubrzanjem)

$$a_{AB} = \frac{\Delta v}{\Delta t_{AB}} = \frac{2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\,\text{s}} = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



U trenutku t_B brzina tela postane jednaka nuli. Telo tada ne prestane da se kreće, već nastavi kretanje, ali u suprotnom smeru. Za vreme t_{BC} ono dostigne početnu brzinu 2 m/s, posle čega brzinu ne menja. Ubrzanje tela u vremenskom intervalu Δt_{BC} iznosi 0,5 m/s^2.

Ako se telo sve vreme kretalo u istom pravcu, ono se posle vremena Δt_{AC} vrati u položaj u kome je dobilo usporenje. Ono kroz ovaj položaj prođe istom brzinom, ali u suprotnom smeru.

45. Posmatrano telo se kreće stalnom brzinom $v = 10$ m/s uvek u istom smeru, ali samo u toku kratkih vremenskih intervala, koji traju po 2 s. Posle svakog intervala kretanja telo je u mirovanju, koje traje po 4 s. U toku jednog intervala kretanja telo pređe put

$$s = vt = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2\,\text{s} = 20\,\text{m}$$

U toku vremena od 12 s telo ima dva ovakva intervala kretanja, pa za to vreme ono pređe put $2\cdot 20\,\text{m} = 40\,\text{m}$.

Nacrtati odgovarajući dijagram ubrzanja.

46. Iz relacije koja povezuje brzinu i pređeni put kod ravnomerno usporenog kretanja

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

dobija se da je ubrzanje

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

a pošto je u prvom slučaju $v_0 = v_1$, $v_2 = v$, $s = d$, onda je ubrzanje zrna u vazduhu

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} = \frac{\left(670\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(700\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 2\,000\,\text{m}} = -10{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

dok je u drugom slučaju $v_0 = v_2$ i $v = 0$, pa je ubrzanje zrna u tlu

$$a = \frac{0 - v_2^2}{2s} = \frac{0 - \left(670\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 0{,}5\,\text{m}} = -44{,}9\cdot 10^4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

3. KINEMATIKA ROTACIONOG KRETANJA

47. a) Kako je

$$1\,\text{ob} = 2\pi\,\text{rad},\quad \text{tj.}\quad 1\,\text{rad} = \frac{1}{2\pi}\,\text{ob},$$

to je

$$\omega = 20\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 20\,\frac{\frac{1}{2\pi}\,\text{ob}}{\text{s}} = \frac{10}{\pi}\,\frac{\text{ob}}{\text{s}}$$

a kako je 1 min = 60 s, to je

$$\omega = \frac{10}{\pi}\,\frac{\text{ob}}{\text{s}} = \frac{600}{\pi}\,\frac{\text{ob}}{\text{min}}$$

b) Ako je ugaona brzina izražena u ob/min, onda ona u rad/s iznosi

$$\omega = 3000\,\frac{\text{ob}}{\text{min}} = 3000\,\frac{2\pi\,\text{rad}}{60\,\text{s}} = 100\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

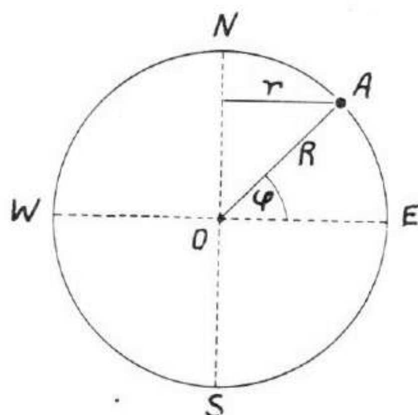
48. $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6{,}28\,\text{rad}}{24\,\text{h}} = 0{,}26\,\frac{\text{rad}}{\text{h}} = 7{,}3\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

49. $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6{,}28\,\text{rad}}{1\,\text{godina}} = 6{,}28\,\frac{\text{rad}}{\text{godina}} = \frac{6{,}28\,\text{rad}}{365\cdot 24\cdot 3600\,\text{s}} \approx 2\cdot 10^{-7}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

pa je linijska brzina Zemlje na putanji

$$v=r\omega=1{,}5\cdot10^{11}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot2\cdot10^{-7}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}=30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

50. Zemlja može da se smatra kao lopta čiji je srednji poluprečnik R = 6 370 km = = $6{,}37\cdot10^6$ m.



Kako je ugaona brzina Zemlje (v. zad. 48)

$$\omega=7{,}3\cdot10^{-5}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

linijska brzina tačaka na ekvatoru je

$$v_e=R\omega=6{,}37\cdot10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot7{,}3\cdot10^{-5}\,\frac{1}{\mathrm{s}}=465\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

a na geografskoj širini φ

$$v=R\cos\varphi_1\cdot\omega=v_e\cos\varphi_1=$$

$$=465\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=329\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

51. a) Jedna uočena tačka na periferiji malog točka, poluprečnika r_1, pređe za vreme t put

$$s_1=v_1t=r_1\omega_1t$$

Za isto vreme će neka tačka na periferiji velikog točka preći put

$$s_2=v_2t=r_2\omega_2t$$

Kako je

$$s_1=s_2,\ \text{tj.}\ r_1\omega_1t=r_2\omega_2t$$

prenosni odnos transmisije je

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}\approx3{,}3$$

b) $s_1=37{,}7$ m.

52. Ugaona brzina tela je $\omega=\theta/t$, gde ugao θ treba izraziti u radijanima. Iz geometrije je poznato da je

$$\theta=270^\circ=\frac{3\pi}{2}\,\mathrm{rad}$$

pa je tražena ugaona brzina

$$\omega=\frac{\frac{3\pi}{2}\,\mathrm{rad}}{1\mathrm{s}}=\frac{3}{2}\pi\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}=4{,}71\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Za t = 1 min = 60 s telo će opisati ugao

$$\theta_1=\omega t=\frac{3\pi}{2}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\cdot60\,\mathrm{s}=90\pi\,\mathrm{rad}$$

Ovom uglu odgovara

$$N=\frac{\theta_1}{2\pi}=\frac{90\pi}{2\pi}=45\ \text{obrtaja}$$

53. a) $$\omega=\frac{v}{r}=\frac{25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}25\,\mathrm{m}}=20\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$

b) Iz relacije $\omega=2\pi\nu$ nalazi se da je frekvencija

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{10}{\pi}\,\mathrm{Hz}$$

a period

$$T=\frac{1}{\nu}=\frac{\pi}{10}\,\mathrm{s}=0{,}314\,\mathrm{s}$$

54. Broj obrtaja u sekundi, tj. frekvencija rotacije iznosi

$$\nu=\frac{N}{t}=\frac{340}{2{,}2\cdot60\,\mathrm{s}}=2{,}6\,\mathrm{Hz}$$

pa je ugaona brzina

$$\omega=2\pi\nu=6{,}28\,\mathrm{rad}\cdot2{,}6\,\frac{1}{\mathrm{s}}=16{,}3\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

a period $T=\frac{1}{\nu}=0{,}38$ s.

55. Ugaona brzina ω i linijska brzina v povezane su relacijom

$$v=\omega r$$

Linijske brzine točkova A i B su jednake jer tačke na obimu oba točka za isto vreme pređu jednake puteve. Dakle, $v_1=v_2$, odnosno $\omega_1r_1=$ $=\omega_2r_2$, odakle je

$$\omega_2=\omega_1\frac{r_1}{r_2}=2\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{90\,\mathrm{cm}}{30\,\mathrm{cm}}=6\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

56. a) $$\omega_2=\frac{2\pi}{T_2}=\frac{6{,}28\,\mathrm{rad}}{3600\,\mathrm{s}}=1{,}74\cdot10^{-3}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}=\frac{6{,}28\,\mathrm{rad}}{12\cdot3600\,\mathrm{s}}=1{,}45\cdot10^{-4}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

b) $$v_2=l_2\omega_2=3\,\mathrm{m}\cdot1{,}74\cdot10^{-3}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}=$$

$$=5{,}2\cdot10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_1=l_1\omega_1=2{,}5\,\mathrm{m}\cdot1{,}45\cdot10^{-4}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}=$$

$$=3{,}6\cdot10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

57. a) Brzina vozila jednaka je linijskoj brzini tačaka na periferiji točka, pa je

$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{v}{\frac{D}{2}}=\frac{2v}{D}=\frac{2\cdot 15\,\frac{m}{s}}{1{,}5\,m}=20\,\frac{rad}{s}$$

b) $N=\frac{s}{\pi D}=\frac{100\,m}{3{,}14\cdot 1{,}5\,m}=21{,}2$ obrtaj

58. a) Linijske brzine točkova i kaišnika jednake su. Na osnovu toga je $r_1\omega_1 = r_2\omega_2$, odakle je

$$\omega_2=\omega_1\frac{r_1}{r_2}=5\,\frac{rad}{s}\cdot\frac{25\,cm}{75\,cm}=\frac{5}{3}\,\frac{rad}{s}$$

b) $v=v_1=v_2=\omega_1 r_1=5\,\frac{rad}{s}\cdot 25\,cm=$

$$=125\,\frac{cm}{s}$$

c) Iz relacije $r_1\omega_1 = r_2\omega_2$ nalazi se da je

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}=3$$

što znači da je odnos ugaonih brzina točkova recipročan odnosu poluprečnika točkova.

59. a) Brzina odmotavanja užeta v jednaka je linijskoj brzini tačaka na omotaču valjka, pa je

$$v = r\omega$$

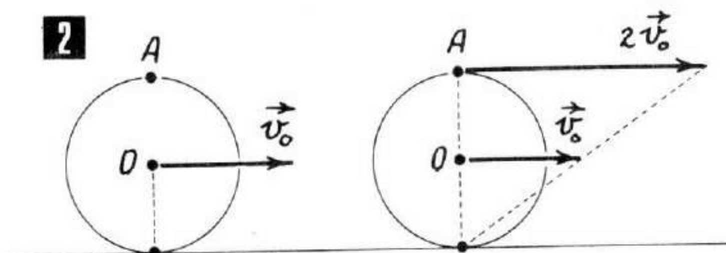
Kako je $v=\frac{l}{t}$, to je $\frac{l}{t}=r\omega$. Odavde je tražena ugaona brzina

$$\omega=\frac{l}{rt}=\frac{30\,m}{0{,}4\,m\cdot 60\,s}=1{,}25\,\frac{rad}{s}$$

b) Brzina odmotavanja užeta, tj. brzina tačaka na omotaču valjka je

$$v=r\omega=\frac{l}{t}=\frac{30\,m}{60\,s}=0{,}5\,\frac{m}{s}$$

60. Za određivanje frekvencije rotacije točka pogodno je smatrati da je donja daska nepo-



kretna, a da se gornja kreće udesno brzinom $v_1 + v_2$ **2**. Sve tačke točka učestvuju u složenom kretanju, koje se sastoji od translatornog kretanja (sa brzinom v_0) i obrtnog kretanja oko ose O.

Kako se točak kreće bez klizanja, on za vreme T jednog obrtaja pređe put jednak svom obimu, pa je brzina ovog translatornog kretanja

$$v_0=\frac{2\pi R}{T}$$

Sa druge strane, brzina tačke na periferiji točka pri njegovom obrtanju je

$$v=\frac{2\pi R}{T}$$

Pošto je $v_0 = v$, brzina tačke je

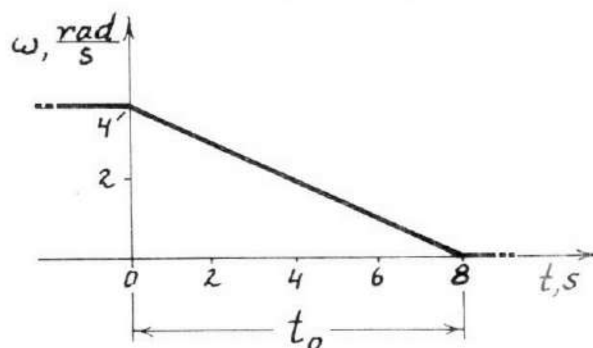
$$v+v_0=2v_0=v_1+v_2=\frac{4\pi R}{T}$$

pa je broj obrtaja točka u toku jediničnog vremena, tj. njegova frekvencija rotacije

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{v_1+v_2}{4\pi R}$$

61. a) Do trenutka kad je dobilo stalno ugaono ubrzanje (koje je negativno), telo je imalo ugaonu brzinu $\omega_0 = 4$ rad/s, pa je brzina posle vremena t

$$\omega=\omega_0-\alpha t=4\,\frac{rad}{s}-0{,}5\,\frac{rad}{s^2}\cdot 1\,s=3{,}5\,\frac{rad}{s}$$



b) Opisani ugao od početka kočenja je $\theta = \pi/3$ rad, pa je

$$\omega^2=\omega_0^2-2\alpha\theta=$$

$$=\left(4\,\frac{rad}{s}\right)^2-2\cdot 0{,}5\,\frac{rad}{s^2}\cdot\frac{\pi}{3}\,rad\approx$$

$$\approx 15\,\frac{rad^2}{s^2}$$

odnosno $\omega = 3{,}9$ rad/s.

c) U ovom slučaju opisani ugao je

$$\theta = 2\pi N = 6{,}28\,rad\cdot 2 = 12{,}56\,rad$$

pa je

$$\omega^2=(4\,rad)^2-2\cdot 0{,}5\,\frac{rad}{s^2}\cdot 12{,}56\,rad=3{,}44\,\frac{rad^2}{s^2}$$

tj. $\omega=1{,}85$ rad/s.

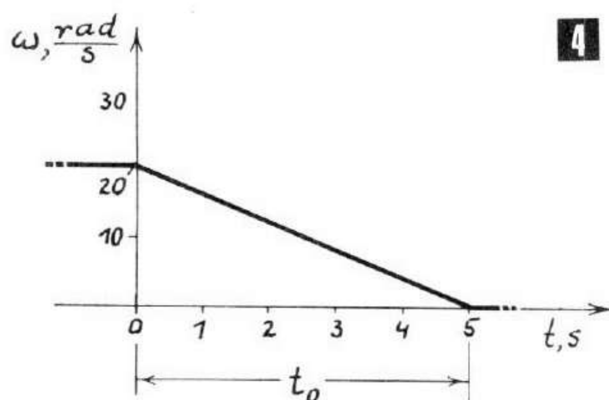
d) Iz $\omega=\omega_0-\alpha t_0=0$ je $t_0=\frac{\omega_0}{\alpha}=8\,s$ **3**.

62. a) Kako posle vremena t_0 telo stane **4** u tom trenutku njegova ugaona brzina jednaka je nuli, tj.

$$\omega_0-\alpha t_0=0$$

pa je ugaono usporenje točka (u stvari negativno ugaono ubrzanje)

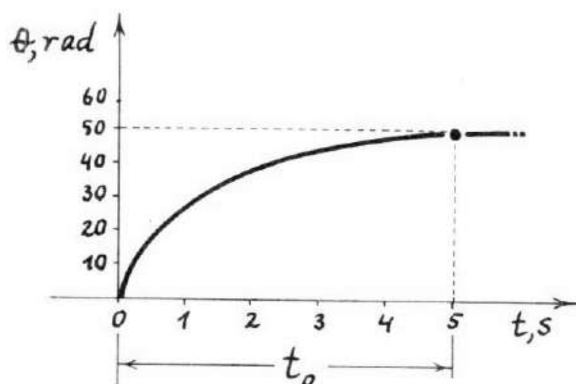
$$\alpha=\frac{\omega_0}{t_0}=\frac{20\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{5\text{ s}}=4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$



b) $\theta=\omega_0 t_0-\frac{1}{2}\alpha t_0^2=$

$$=\frac{1}{2}\omega_0 t_0=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 20\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 5\text{ s}=50\text{ rad}$$ **5**

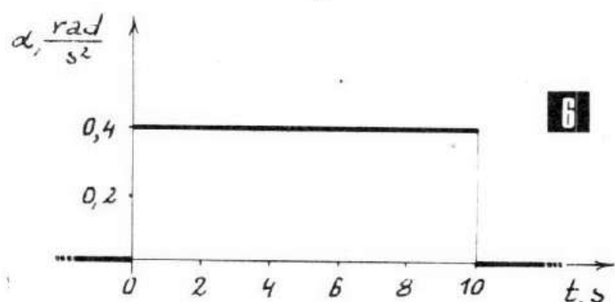


Ovaj rezultat je mogao lakše da se dobije pomoću relacije

$$\omega^2=\omega_0^2-2\alpha\theta=0$$

odakle je neposredno

$$\theta=\frac{\omega_0^2}{2\alpha}=\frac{\left(20\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}=50\text{ rad}$$



63. a) Do vremena $t_1=10$ s **6** ugaono ubrzanje je stalno i iznosi

$$\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{10\text{ s}}=0{,}4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

dok je posle ovog vremena $\alpha=0$.

b) Opisani ugao za vreme t_1 je

$$\theta_1=\omega_0 t_1+\frac{1}{2}\alpha t_1^2=\frac{1}{2}\alpha t_1^2$$

jer je $\omega_0=0$. Broj obrtaja za vreme t_1 je

$$N=\frac{\theta_1}{2\pi}=\frac{1}{4\pi}\alpha t_1^2=\frac{1}{4\pi}\cdot 0{,}4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\cdot(10\text{ s})^2=$$

$$=\frac{10}{\pi}\text{ obrtaja}$$

c) $$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{6{,}28\text{ rad}}{4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}=1{,}57\text{ s.}$$

d) Iz $\theta=\frac{1}{2}\alpha t_x^2$, tj. $2\pi=\frac{1}{2}\alpha t_x^2$, nalazi se da je

$$t_x=2\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}=2\sqrt{\frac{3{,}14\text{ rad}}{0{,}4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}}=5{,}6\text{ s}$$

64. a) $t_1=\frac{\omega}{\alpha}=10{,}5\text{ s}\left(\text{gde je }\omega=100\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$.

b) $N=\frac{1}{4\pi}\alpha t^2=8{,}6\cdot 10^3$ obrtaja.

c) $t_x=2\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}=0{,}65$ s.

65. a) Početna ugaona brzina rotora iznosi $\omega_0=\frac{2\pi\cdot 3000}{60}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}=100\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Kako posle vremena $t=2{,}5$ s njegova ugaona brzina postane $\omega=\omega_0/2$, to se iz jednačine $\omega=\omega_0-\alpha t$

dobija $\frac{\omega_0}{2}=\omega_0-\alpha t$, odakle je

$$\alpha=\frac{\omega_0}{2t}=\frac{100\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\cdot 2{,}5\text{ s}}=20\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) Iz $\omega_1=\omega_0-\alpha t_1$ nalazi se da je

$$t_1=\frac{\omega_0-\omega_1}{\alpha}=\frac{\frac{2\pi}{60}\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}-1000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)}{20\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}=\frac{10}{3}\text{ s}$$

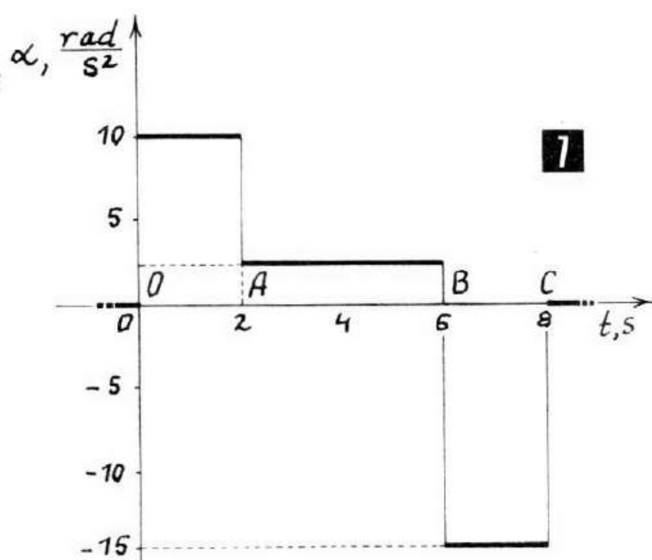
c) Iz relacije $\omega_2^2 = \omega_0^2 - 2\alpha\theta$, gde je $\theta = 10 \cdot 2\pi$ rad, nalazi se da je

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - 40\pi\alpha} =$$

$$= \sqrt{\left(100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 - 800\pi^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}} \approx 96\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

66. a) U intervalu vremena OA telo se kreće ravnomerno ubrzano bez početne brzine, sa ugaonim ubrzanjem

$$\alpha_{OA} = \frac{\omega_A}{t_{OA}} = \frac{20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\text{ s}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$



Od trenutka A do trenutka B telo se kreće takođe ravnomerno ubrzano, početnom brzinom $\omega_0 = \omega_A = 20$ rad/s i sa ugaonim ubrzanjem

$$\alpha_{AB} = \frac{\omega_B - \omega_A}{t_B - t_A} = \frac{30 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{6\text{ s} - 2\text{ s}} = 2{,}5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

U trenutku B telo počne da se kreće ravnomerno usporeno, sa ugaonim ubrzanjem

$$\alpha_{BC} = \frac{\omega_C - \omega_B}{t_C - t_B} = \frac{30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{8\text{ s} - 6\text{ s}} = -15 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

i u trenutku C telo stane.

b) Opisani ugao za ovo vreme iznosi

$$\theta = \theta_{OA} + \theta_{AB} + \theta_{BC} = \frac{1}{2}\alpha_{OA} \cdot t_{OA}^2 + \omega_A \cdot t_{AB} +$$

$$+ \frac{1}{2}\alpha_{AB} \cdot t_{AB}^2 + \omega_B \cdot t_{BC} - \frac{1}{2}\alpha_{BC} \cdot t_{BC}^2 =$$

$$= 150 \text{ rad}$$

Ovom uglu odgovara

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \approx 24 \text{ obrtaja}$$

67. a) Zamajac stane posle vremena t_0, pa je za taj trenutak $\omega_0 - \alpha t_0 = 0$, gde je

$$\omega_0 = 400 \frac{2\pi \text{ rad}}{60\text{ s}} = 41{,}9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Iz ove jednačine se nalazi da je ugaono usporenje

$$\alpha = \frac{\omega_0}{t_0} = \frac{41{,}9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{20\text{ s}} = 2{,}1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) Ugaona brzina posle opisanog ugla $\theta_1 = 2\pi$ rad iznosi

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha\theta_1} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha \cdot 2\pi} =$$

$$= 41{,}6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

a posle opisanog ugla $\theta_2 = 4\pi$ rad

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha \cdot 4\pi} = 41{,}2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

c) $\theta = \omega_0 t_0 - \frac{1}{2}\alpha t_0^2 =$

$$= 41{,}9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 20\text{ s} - \frac{1}{2} 2{,}1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} (20\text{ s})^2 =$$

$$= 418 \text{ rad}$$

ili

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = 66{,}4 \text{ obrtaja}$$

68. Ubrzanje automobila na zaustavnom putu s dobija se iz jednačine $v^2 = v_0^2 - 2as = 0$, odakle je

$$a = \frac{v_0^2}{2s}$$

a ono nije ništa drugo nego linijsko ubrzanje točka, pa je $a = \alpha R$, tj.

$$\alpha R = \frac{v_0^2}{2s}$$

Odavde je ugaono ubrzanje točkova

$$\alpha = \frac{v_0^2}{2sR} = \frac{\left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 15\text{ m} \cdot 0{,}3\text{ m}} = 25 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

69. a) $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{6{,}28 \text{ rad}} = \frac{1}{3{,}14}$ Hz;

b) $T = \frac{1}{\nu} = 3{,}14$ s;

c) $v = r\omega = 0{,}5\text{ m} \cdot 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$;

d) $a_r = r\omega^2 = 0{,}5\text{ m} \cdot \left(2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Napomena: Ovde je potrebno zapaziti da je radijan kao jedinica ugla *neimenovana jedinica.* Kako su neimenovane i ostale jedinice za ugao: stepen, minut, sekunda i neke druge, u praksi se mora označiti upotrebljena jedinica za ugao. Imajući u vidu da je radijan SI jedinica za ugao, on je ovde zato i korišćen, a zbog navedenih razloga i označen.

70. a) $\nu=\frac{N}{t}=\frac{10}{1\,\text{s}}=10\,\text{Hz};\ T=\frac{1}{\nu}=0{,}1\,\text{s};$

b) $\omega=2\pi\nu=6{,}28\,\text{rad}\cdot 10\,\text{Hz}=62{,}8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}};$

$v=r\omega=2\,\text{m}\cdot 62{,}8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}=125{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$

c) $a_r=r\omega^2=v\omega=125{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 62{,}8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}=$

$=7\,888\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

71. a) $\omega=\frac{\theta}{t}=\frac{\frac{3\pi}{2}\,\text{rad}}{1\,\text{s}}=\frac{3\pi}{2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}};$

b) $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{4}{3}\,\text{s};\ \nu=\frac{1}{T}=\frac{3}{4}\,\text{Hz};$

c) $v=r\omega=2\,\text{m}\cdot\frac{3\pi}{2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}=2\pi\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$

d) $a_r=r\omega^2=2\,\text{m}\left(\frac{3\pi}{2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2=\frac{9}{2}\pi^2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2};$

e) $\frac{a_r}{a_r'}=\frac{r\omega^2}{\frac{r}{2}\,\omega^2}=2.$

72. a) $\omega=20\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}};$

b) $T=\frac{2\pi}{\omega}=0{,}1\,\text{s},\ \nu=\frac{1}{T}=10\,\text{Hz};$

c) $a_r=\frac{D}{2}\,\omega^2=400\pi^2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2};$

d) $\frac{a_r'}{a_r}=2.$

4. DINAMIKA TRANSLATORNOG KRETANJA

73. $\rho=\frac{m}{V}=\frac{0{,}150\,\text{kg}}{50\cdot 10^{-6}\,\text{m}^3}=3000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$

74. Zapremina Zemlje kao lopte, poluprečnika R je $V=\frac{4}{3}\pi R^3$, pa je njena masa

$m=\langle\rho\rangle V=\langle\rho\rangle\frac{4}{3}\pi R^3=$

$=5500\,\text{kg}\cdot\frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot(6{,}37\cdot 10^6\,\text{m})^3=$

$=5{,}95\cdot 10^{24}\,\text{kg}$

75. $m=\rho V=7\,800\,\text{kg}\cdot 300\cdot 10^{-6}\,\text{m}^3=2{,}34\,\text{kg}.$

76. $V=\frac{m}{\rho}=\frac{2{,}45\,\text{kg}}{11\,200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}=219\,\text{cm}^3.$

77. Pošto je zapremina šipke $V=\pi r^2 l$, njena masa je $m=\rho V=\pi m r^2 l$, odnosno njena dužina

$$l=\frac{m}{\pi\rho r^2}=\frac{0{,}89\,\text{kg}}{3{,}14\cdot 8900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot(0{,}02\,\text{m})^2}\approx 8\,\text{cm}$$

78. Ako se sa r obeleži poluprečnik kugle, onda je njena masa

$$m=\rho V=\rho\,\frac{4}{3}\,\pi r^3$$

odakle je

$$r=\sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}\approx 0{,}096\,\text{m}$$

79. Masa žive u cevi je

$$m=\rho V=\rho\pi r^2 l$$

gde je $\rho=13\,600\,\text{kg/m}^3$, $r=0{,}01\,\text{m}$, $l=0{,}59\,\text{m}$.

Zamenom se dobija da tražena masa iznosi $m=2{,}52\,\text{kg}$.

80. Srednja gustina supstancije od koje je načinjena i delimično ispunjena lopta brojno je jednaka količniku mase cele lopte i njene zapremine. Dakle,

$$\langle\rho\rangle=\frac{m}{V}$$

Masa lopte jednaka je zbiru mase vode m_1, koja ispunjava polovinu zapremine lopte, i mase m_2 zidova, koji takođe zauzimaju polovinu zapremine lopte. Dakle,

$$m=m_1+m_2=\rho_1\frac{V}{2}+\rho_2\frac{V}{2}=\frac{\rho_1+\rho_2}{2}V$$

pa je tražena gustina

$$\langle\rho\rangle=\frac{(\rho_1+\rho_2)V}{2V}=\frac{\rho_1+\rho_2}{2}$$

Kako je $\rho_1=8850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ i $\rho_2=1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, zamenom se dobija da je $\langle\rho\rangle=4925\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

9*

81. Masa kocke je $m = \rho V = \rho a^3$, pa je njena ivica

$$a=\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}=\sqrt[3]{\frac{2\text{ kg}}{850\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}=0{,}133\text{ m}$$

82. Zapremina čovečjeg tela je

$$V=\frac{m}{\rho}$$

gde je $m=80$ kg i $\rho=950$ kg/m^3. Zamenom se dobija da je $V=0{,}084$ m^3.

83. Masa lima je $m = \rho V = \rho dS$, odakle je tražena površina

$$S=\frac{m}{\rho d}=\frac{1\text{ kg}}{2700\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 0{,}001\text{ m}}=0{,}37\text{ m}^2$$

84. Traženo ubrzanje je, na osnovu II Njutnovog zakona,

$$a=\frac{F}{m}=\frac{50\text{ N}}{0{,}5\text{ kg}}=100\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

85. Ako na telo deluje sila čiji je intenzitet jednak intenzitetu sile teže ($P = mg$) koja deluje na njega, onda je ubrzanje tela

$$a=\frac{F}{m}=\frac{mg}{m}=g$$

86. Ubrzanje tela je

$$a=\frac{F}{m}=\frac{20\text{ N}}{5\text{ kg}}=\frac{20\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}}{5\text{ kg}}=4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

87. Prema II Njutnovom zakonu je

$$F=ma=10\text{ kg}\cdot 4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=40\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}=40\text{N}$$

88. Telo pada pod dejstvom sile teže $\vec{P} = m\vec{g}$, a tokom padanja na njega deluje i sila trenja $\vec{F}_{tr}$. Pošto ove sile imaju isti pravac a suprotan smer, intenzitet njihove rezultante je $mg-F_{tr}$, pa je prema II Njutnovom zakonu ($F = ma$)

$$mg-F_{tr}=m\frac{g}{2}$$

jer je $a = g/2$. Iz prethodne relacije se dobija da je intenzitet sile trenja

$$F_{tr}=\frac{mg}{2}$$

89. Intenzitet sile, na osnovu II Njutnovog zakona, jednak je

$$F=\frac{m\Delta v}{\Delta t}=\frac{m(v_2-v_1)}{\Delta t}=$$

$$=\frac{0{,}1\text{ kg}\left(0{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}}-0{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{3\text{ s}}=0{,}02\text{ N}$$

90. Intenzitet sile koja deluje na telo je

$$F = ma \qquad (1)$$

Ubrzanje a dobija se iz relacije za pređeni put kod ravnomerno ubrzanog kretanja bez početne brzine $\left(s=\frac{1}{2}at^2\right)$, odakle je

$$a=\frac{2s}{t^2}$$

Zamenom a sa $2s/t^2$ u jednačini (1) dobija se da je

$$F=\frac{2ms}{t^2}=\frac{2\cdot 0{,}05\text{ kg}\cdot 2\text{ m}}{(5\text{ s})^2}=8\text{ mN}$$

91. Sila koja deluje na telo određena je II Njutnovim zakonom

$$F = ma$$

Pošto je kretanje tela ravnomerno ubrzano (jer na telo deluje stalna sila), bez početne brzine, onda je njegova brzina

$$v=\sqrt{2as}$$

odakle je ubrzanje tela

$$a=\frac{v^2}{2s}$$

pa je

$$F=\frac{mv^2}{2s}=\frac{0{,}6\text{ kg}\left(5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 10\text{ m}}=0{,}75\text{ N}$$

92. Intenzitet sile kojom je potrebno delovati na telo da bi se ono zaustavilo određen je II Njutnovim zakonom

$$F = ma$$

gde je a — ubrzanje (usporenje) koje je potrebno saopštiti telu da bi ono do trenutka zaustavljanja prešlo dati put. Pošto je kretanje ravnomerno, pređeni put je

$$s=v_0t-\frac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

dok je brzina

$$v=v_0-at$$

U trenutku zaustavljanja tela njegova brzina jednaka je nuli, tj. $0 = v_0-at_0$, pa se iz poslednje jednačine dobija da je vreme t_0 koje

protekne od početka dejstva sile do zaustavljanja tela

$$t_0=\frac{v_0}{a}$$

Zamenom ovog izraza u jednačinu za put (1) dobija se da je usporenje tela na putu s

$$a=\frac{v_0^2}{2s}$$

Prema tome, intenzitet sile kojom je potrebno delovati na telo iznosi

$$F=ma=m\frac{v_0^2}{2s}=6\,\mathrm{kg}\cdot\frac{\left(45\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\cdot 15\,\mathrm{m}}=$$

$$=405\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}^2}=405\,\mathrm{N}$$

Napomena: Usporenje tela može da se dobije neposredno iz relacije

$$v^2=v_0^2-2as$$

uvodeći uslov $v=0$.

93. Intenzitet sile koja deluje na telo je

$$F=ma$$

Kako je kretanje ravnomerno ubrzano, ubrzanje a može da se nađe iz relacije za pređeni put

$$s=\frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

odakle je

$$a=\frac{2s}{(\Delta t)^2}$$

pa je intenzitet sile kojom je potrebno delovati na telo

$$F=ma=m\frac{2s}{(\Delta t)^2}=\frac{2ms}{(\Delta t)^2}$$

Kako je $m=1$ kg, $s=1$ m, $\Delta t=1$ s, zamenom se nalazi da je $F=2$ N.

94. Intenzitet sile kojom je potrebno delovati na telo je $F=ma$. Ubrzanje a u ovom slučaju nalazi se iz relacije $v=at$, odakle je $a=v/t$, pa je

$$F=ma=\frac{mv}{t}=\frac{15\,\mathrm{kg}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{30\,\mathrm{s}}=5\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}^2}=5\,\mathrm{N}$$

95. Zadatak je sličan prethodnom, pa je

$$t=\frac{mv}{F}=\frac{5\,\mathrm{kg}\cdot 30\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{50\,\mathrm{N}}=3\,\mathrm{s}$$

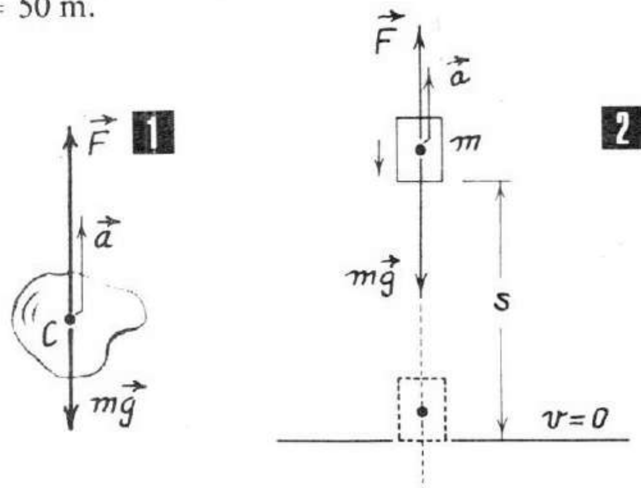
96. Dato telo se kreće pod dejstvom rezultujuće sile intenziteta $F_R=F-mg$ (pošto su sile $\vec{F}$ i $m\vec{g}$ istog pravca a suprotnog smera **1**). Prema II Njutnovom zakonu ubrzanje tela je

$$a=\frac{F_R}{m}=\frac{F-mg}{m}=\frac{F}{m}-g$$

Pređeni put s za vreme t je

$$s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\left(\frac{F}{m}-g\right)t^2$$

gde je $F=10{,}81$ N, $m=1$ kg, $g=9{,}81$ m/s^2, $t=10$ s, pa se zamenom ovih vrednosti u prethodnoj relaciji nalazi da je traženi put $s=50$ m.



97. Put na kome će se lift zaustaviti **2** zavisi od intenziteta kočeće sile koja deluje na lift. Uže treba da izdrži silu

$$F=mg+ma \tag{1}$$

gde je a — usporenje lifta pri zaustavljanju. Kako na kraju puta lift treba da stane, to je početna brzina lifta

$$v=\sqrt{2as} \tag{2}$$

odakle je usporenje lifta $a=v^2/2s$.

Najkraći pređeni put lifta $s_{\min}$ do trenutka zaustavljanja, pod uslovom da intenzitet sile zatezanja užeta ne pređe vrednost $F_{\max}$, na osnovu relacija (1) i (2) iznosi

$$s_{\min}=\frac{mv^2}{2(F_{\max}-mg)}$$

gde je $m=8$ t $=8000$ kg, $v=420$ m/min $=7$ m/s, $F_{\max}=140\cdot 10^3$ N, $g=9{,}81$ m/s^2, pa se zamenom nalazi da je $s_{\min}\approx 3{,}2$ m.

98. a) Ubrzanje ovog sistema određeno je II Njutnovim zakonom $F=ma$, gde je F — intenzitet sile koja vrši kretanje (vučne sile), $m=m_1+m_2$ — masa sistema, pa je

$$a=\frac{F}{m}=\frac{F}{m_1+m_2}=2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

b) Analogno, intenzitet sile koja deluje na telo mase m_2, saopštavajući mu ubrzanje a, iznosi

$$F_2=m_2a=\frac{m_2}{m_1+m_2}F=0{,}6\,\mathrm{N} \tag{1}$$

Ova sila je u stvari sila zatezanja užeta.

c) Ako je maksimalni intenzitet sile zatezanja $F_2 = Mg$, njoj će odgovarati vučna sila, prema relaciji (1)

$$F_{max}=\frac{m_1+m_2}{m_2}Mg=32,7\text{ N}$$

Preporučujemo da odredite silu zatezanja užeta u slučaju da sila $\vec{F}$ deluje na telo mase m_2.

99. a) Prema II Njutnovom zakonu, ubrzanje sistema je $a=\frac{F}{\Sigma m}$, gde je $F=mg$ — sila koja vrši kretanje (vučna sila), Σm — zbir masa sistema koji se kreće. Dakle,

$$a=\frac{m_2 g}{m_1+m_2}=2,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Usled dejstva težine tega m_2g kolica se u početku kretanja kreću usporeno. Posle vremena t_1 njihova brzina iznosi

$$v=v_0-at_1=-7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kolica se tada kreću ka tački B, tj. teg pada, jer su do vremena

$$t_0=\frac{v_0}{a}=2,5\text{ s}$$

išla ka tački A, zatim stala i počela kretanje ka tački B.

b) Iz prethodnog se vidi da će se kolica nalaziti na istom mestu, jer su se u toku vremena $t_1 = 5$ s kretala 2,5 s ulevo, a zatim 2,5 s udesno i došla u isti položaj. To se dobija i iz relacije za pređeni put

$$x=v_0t_1-\frac{1}{2}at_1^2=0$$

c) Kako kolica pođu brzinom v_0 ulevo i posle vremena t_1 nađu se u istom položaju krećući se udesno istom brzinom v_0, ona pređu put $s = 2s_1$, gde je s_1 — pređeni put kolica do trenutka zaustavljanja. Ovaj put iznosi $s_1=\frac{v_0}{2}t_0$, pa je

$$s=2s_1=v_0t_0=17,5\text{ m}$$

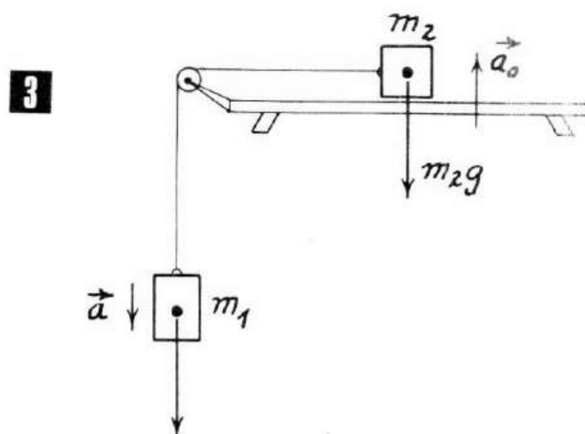
100. a) U slučaju kada sto miruje, sistem od ova dva tela **3**, mase $m_1 + m_2$, kreće se ubrzano. Intenzitet sile $\vec{F}$ koja vrši kretanje jednak je intenzitetu sile teže koja deluje na teg mase m_1. Dakle, $F=m_1g$, pa je prema II Njutnovom zakonu ubrzanje sistema

$$a=\frac{F}{\Sigma m}=\frac{m_1 g}{m_1+m_2}=g\frac{m_1}{m_1+m_2} \qquad (1)$$

Ako se sto kreće naviše ubrzanjem a_0, tada u pravcu kretanja deluje i inercijalna sila tela mase m_1, koja iznosi m_1a_0, sa smerom niže, pa je intenzitet rezultujuće sile koja vrši kretanje ovog sistema $F_1 = m_1g + m_1a_0$. Ubrzanje sistema je onda

$$a_1=\frac{F_1}{m_1+m_2}=\frac{m_1g+m_1a_0}{m_1+m_2}=(g+a_0)\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

3



b) Analogno prethodnom slučaju je

$$a_2=(g-a_0)\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

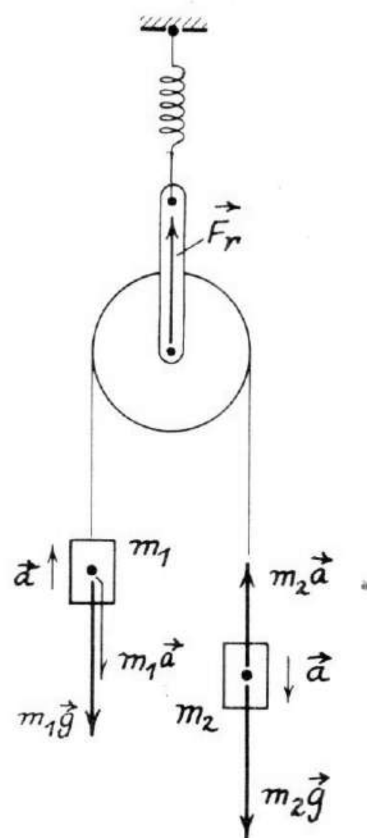
101. Sistem ova dva tela 4 kreće se ubrzano u naznačenom smeru pod dejstvom rezultujuće sile intenziteta

$$F = m_2g-m_1g$$

pa je ubrzanje sistema

$$a=\frac{F}{m}=g\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2} \qquad (1)$$

gde je $m = m_1 + m_2$ — masa sistema.



Kada se sistem ne bi kretao, osovina kotura trpela bi silu intenziteta $F_r = m_1g + m_2g$. Kada se tela kreću, ovim silama potrebno je dodati inercijalne sile m_1a i m_2a, pa je (prema

slici) sila koju trpi osovina kotura u ovom slučaju

$$F_r = m_1 g + m_2 g + m_1 a - m_2 a =$$

$$= m_1(g + a) + m_2(g - a)$$

Ako se ovde uvede ubrzanje određeno relacijom (1), dobija se da je

$$F_r = \frac{4gm_1m_2}{m_1+m_2}$$

Jasno je da ovolika sila isteže oprugu, pa je tražena masa tega

$$m_2 = \frac{m_1F_r}{4m_1g - F_r} \approx 3{,}2 \text{ kg}$$

102. a) Kretanje ovih tela vrši se pod dejstvom sile teže koja deluje na 4. telo. Pošto je intenzitet ove sile $m_4 g$, onda je prema II Njutnovom zakonu ubrzanje tela

$$a = \frac{m_4 g}{m_1+m_2+m_3+m_4} = 3{,}92\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Intenzitet sile zatezanja užeta o kome visi 4. telo jednak je intenzitetu sile koja bi delovala na 3. telo u horizontalnom pravcu i sistemu preostala 3 tela saopštavala ubrzanje a. Dakle,

$$F_z = (m_1+m_2+m_3)\,a = 23{,}5 \text{ N}$$

103. Impuls tela p jednak je proizvodu mase tela m i njegove brzine v, tj.

$$p = mv = 5 \text{ kg} \cdot 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 5\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

104. Pošto je masa kugle $m = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$, njen impuls je

$$p = mv = \frac{4}{3}\pi\rho v r^3 =$$

$$= \frac{4}{3}\,3{,}14 \cdot 8900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}(0{,}1 \text{ m})^3 =$$

$$= 74{,}6\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

105. Promena impulsa Δp tela u nekom vremenskom intervalu Δt jednaka je razlici impulsa tela na kraju i početku tog vremenskog intervala, tj.

$$\Delta p = mv_1 - mv_0 = mv_1$$

pošto je $v_0 = 0$. Kako je $m = 0{,}04$ kg i $v_1 = 0{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, to je $\Delta p = 0{,}008\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$

106. Iz relacije $F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$ nalazi se da je

$$\Delta v = \frac{F\Delta t}{m} = \frac{5 \text{ N} \cdot 10 \text{ s}}{20 \text{ kg}} = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odgovarajuća promena impulsa tela iznosi

$$\Delta p = \Delta(mv) = m\,\Delta v =$$

$$= 20 \text{ kg} \cdot 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 50\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

107. Sa dijagrama se vidi da samo u vremenskom intervalu $\Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s} - 5 \text{ s} = 5 \text{ s}$ na telo deluje sila, i to stalnog intenziteta, $F = 0{,}2$ N. Promena impulsa tela koju izaziva ova sila jednaka je impulsu sile. Dakle,

$$m\,\Delta v = F\,\Delta t$$

Odavde je promena brzine koju izaziva impuls sile

$$\Delta v = \frac{F\Delta t}{m} = \frac{0{,}2 \text{ N} \cdot 5 \text{ s}}{5 \text{ kg}} = 0{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

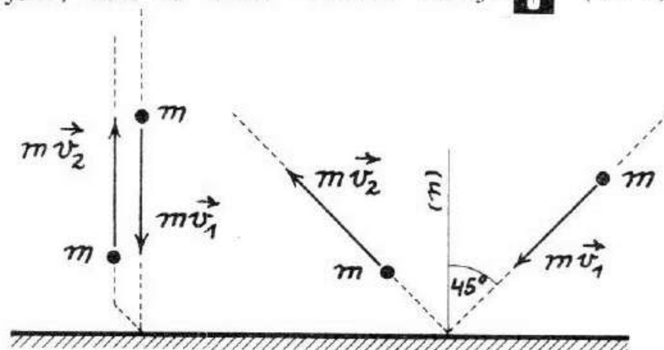
108. $\Delta i_F = F\,\Delta t = \frac{F_{max}}{2}\,\Delta t =$

$$= \frac{100 \text{ N}}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0{,}5 \text{ N}\cdot\text{s};$$

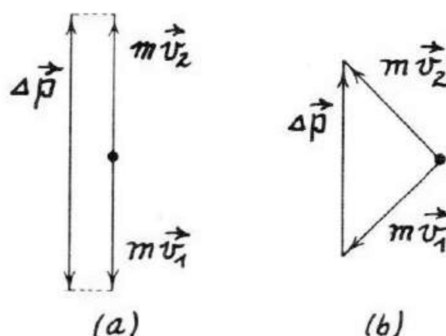
$$\Delta p = \Delta i_F = 0{,}5\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

109. Pošto je brzina vektorska veličina, onda je i impuls tela vektorska veličina jer je proizvod skalara m i vektora $\vec{v}$. Promena impulsa tela jednaka je razlici impulsa tela na početku $m\vec{v}_1$ i kraju $m\vec{v}_2$ datog vremenskog intervala.

a) Udarom tela o podlogu u pravcu normale, veličina i pravac brzine tela ostaju nepromenjeni, dok se smer brzine menja **5** (sl. a).



5



Tada je promena impulsa tela

$$\Delta\vec{p}=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1$$

Pošto je $\vec{v}_1=-\vec{v}_2$, to je

$$\Delta\vec{p}=m\vec{v}_1-(-m\vec{v}_1)=2m\vec{v}_1$$

odnosno

$$\Delta p=2mv_1$$

Kako je $m=2$ kg, a $v_1=10$ m/s, zamenom se dobija da je $\Delta p=40$ kg·m/s.

b) Kada telo udari o podlogu pod uglom od 45° u odnosu na normalu, ono će se odbiti pod istim uglom u odnosu na normalu. Promena impulsa tela biće

$$\Delta\vec{p}=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1$$

Ako je udar kuglice elastičan, onda se može smatrati da ona ne menja intenzitet brzine, tj. da je $v_1=v_2$, pa je i $mv_1=mv_2$. Na slici (*b*) treba uočiti da je trougao ABC pravougli i da je njegova hipotenuza jednaka intenzitetu vektora $\Delta\vec{p}$. Dakle,

$$\Delta p=\sqrt{2}mv_1=\sqrt{2}\cdot 2\ \text{kg}\cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}=$$

$$=28{,}2\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

110. Ako ribar korača brzinom v_1 u odnosu na čamac, a čamac se pri tome kreće u odnosu na obalu brzinom v_2, onda je na osnovu zakona održanja impulsa

$$m_2(v_1-v_2)-m_1v_2=0$$

ili

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{m_2}{m_1+m_2} \qquad (1)$$

Pošto se oba kretanja izvode u istom intervalu vremena, odnos pređenih puteva jednak je odnosu odgovarajućih brzina, te je $\frac{s}{l}=\frac{v_2}{v_1}$, pa je prema relaciji (1) $\frac{s}{l}=\frac{m_2}{m_1+m_2}$, odakle je

$$s=l\frac{m_2}{m_1+m_2}=3\ \text{m}$$

Prema tome, čamac neće dodirnuti obalu. Da bi se to desilo, potrebno je da dužina l čamca bude veća od 12,5 m.

111. U trenutku prebacivanja paketa, u oba slučaja na čamce deluju sile normalno na pravac njihovog kretanja. Promene impulsa oba čamca u ovom pravcu mogu da se zanemare, jer voda pruža veliki otpor bočnom kretanju čamaca. Prema tome, promene impulsa čamaca jedino su uslovljene promenama njihovih masa pri zameni paketa. Primenom zakona održanja impulsa na sistem čamac-paket, dobijaju se jednačine:

— za prvi čamac

$$(m_1+m_2)v_0-m_2v_0=(m_1+2m_2)v_1$$

— za drugi čamac

$$-m_1v_0+m_2v_1=(m_1+m_2)v_2$$

odakle su krajnje brzine čamaca

$$v_1=-v_2=\frac{m_1}{m_1+2m_2}v_0=2{,}45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

U slučaju kada se paketi razmenjuju istovremeno, na osnovu sistema jednačina

$$m_1v_0-m_2v_0=(m_1+m_2)v_1$$

$$-m_1v_0-m_2v_0=(m_1+m_2)v_2$$

koje se takođe dobijaju primenom zakona održanja impulsa, nalazi se da su krajnje brzine čamaca

$$v_1'=-v_2'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_0=2{,}40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prema tome, brzine čamaca su veće kada se razmena paketa ne vrši istovremeno.

112. Pošto su impuls čoveka i impuls čamca jednaki nuli dok je čovek mirovao, onda prema zakonu održanja impulsa, pri kretanju čoveka brzinom v_1 čamac mora da se pomera u suprotnom smeru takvom brzinom v_2 da ukupni impuls sistema ostane jednak nuli. Brzina kretanja čoveka u odnosu na vodu je v_1-v_2, a njegov impuls $m_1(v_1-v_2)$, dok je impuls čamca $-m_2v_2$, pa je

$$m_1(v_1-v_2)-m_2v_2=0$$

odakle je

$$m_2=m_1\left(\frac{v_1}{v_2}-1\right)$$

Pošto je vreme kretanja čoveka $t_1=\frac{v_1}{l}$ jednako vremenu kretanja čamca $t_2=\frac{v_2}{s}$, to je

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{l}{s}$$

pa je sila teže koja deluje na čamac

$$P=m_2g=m_1g\left(\frac{l}{s}-1\right)=1{,}18\ \text{N}$$

113. Pošto je pre ispaljivanja zrna impuls vagona sa topom bio jednak nuli, to je, prema zakonu održanja impulsa, i posle ispaljivanja zrna impuls ovog sistema tela jednak nuli. Zbog toga, posle ispaljivanja zrna dolazi do kretanja vagona unazad tolikom brzinom v_2 da ukupni impuls sistema u pravcu šina ostane jednak nuli. Impuls vagona sa topom je m_2v_2,

a komponenta impulsa zrna u pravcu šina je $m_1 v_1 \cos\alpha$, pa je

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 \cos\alpha = 0$$

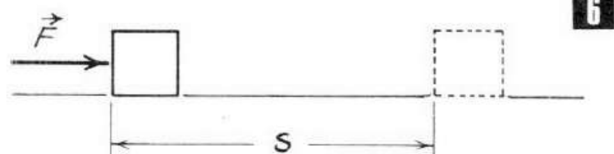
odnosno

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1 \cos\alpha = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

114. Ako sila koja vrši rad deluje u pravcu puta **6**, onda je njen rad

$$A = F \cdot s$$

6



Prema tome, intenzitet sile F koja na putu s izvrši rad A je

$$F = \frac{A}{s} = \frac{981\ \text{J}}{5\ \text{m}} = \frac{981\ \text{N}\cdot\text{m}}{5\ \text{m}} \approx 196\ \text{N}$$

115. Rad koji se izvrši pri dizanju tela, mase m, na visinu h **7**, jednak je promeni gravitacione potencijalne energije tela. Dakle,

7

$$A = mgh = 2\ \text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 100\ \text{m} =$$

$$= 1962\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1962\ \text{J}$$

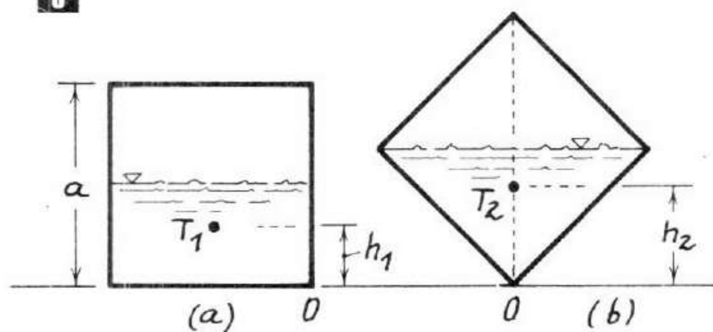
116. Ako se kocka okreće polako, uloženi rad jednak je promeni gravitacione potencijalne energije žive između položaja (*a*) i (*b*) kocke **8**. Dakle,

$$A = mg\cdot\Delta h \qquad (1)$$

gde je

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{a\sqrt{2}}{3} - \frac{a}{4} \qquad (2)$$

8



Kako je masa žive $m = \rho V = \rho\frac{a^3}{2}$, to je prema relacijama (1) i (2)

$$A = \frac{\rho g a^4}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{4}\right) \approx 0{,}111\rho g a^4$$

gde je ρ — gustina žive.

117. Za prevrtanje ovog suda potrebno je uložiti rad A koji je jednak promeni gravitacione potencijalne energije vode u sudu. Dakle,

$$A = mg\cdot\Delta h = mg(h_1 - h_2)$$

gde su h_1 i h_2 — visine težišta vode u položajima (*a*) i (*b*) suda.

Visine h_1 i h_2 nije lako odrediti, pa ovaj problem treba raščlaniti na tri dela. Naime, potrebno je naći promenu gravitacione potencijalne energije za sva tri stuba tečnosti u sudu pa dobijene promene sabrati. Rezultat ovog sabiranja treba da bude

$$A = \frac{1}{4}\rho g c^2 (a-b)(a+b-2c)$$

gde je ρ — gustina vode.

118. Telo koje slobodno pada ima posle vremena t brzinu $v = gt$ i kinetičku energiju

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mg^2t^2}{2} = \frac{1\ \text{kg}\left(9{,}8065\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 (1\ \text{s})^2}{2} = 48{,}0837\ \text{J}$$

119. U toku kretanja na telo deluju dve sile: sila teže $\vec{mg}$ sa smerom nadole i sila $\vec{F}$ vertikalno nagore, pa je prema II Njutnovom zakonu

$$F - mg = ma \qquad (1)$$

odakle je ubrzanje tela $a = \frac{F}{m} - g$. Sa druge strane, sila $\vec{F}$ na putu h izvrši rad $A = Fh$, pa je $F = A/h$. Uvođenjem ovog rezultata u relaciju (1), dobija se da je

$$a = \frac{A}{mh} - g = 30{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

pošto je $A = 80$ J, $m = 2$ kg, $h = 1$ m, $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$.

120. $P_1 = 10\ \text{pW} = 10\cdot 10^{-12}\ \text{W}$;

$P_2 = 15\ \mu\text{W} = 15\cdot 10^{-6}\ \text{W}$;

$P_3 = 0{,}5\ \text{MW} = 0{,}5\cdot 10^{6}\ \text{W}$;

$P_4 = 4\ \text{GW} = 4\cdot 10^{9}\ \text{W}$;

$P_5 = 0{,}2\ \text{TW} = 0{,}2\cdot 10^{12}\ \text{W}$.

121. Snaga, tj. brzina vršenja rada, jednaka je količniku izvršenog rada A i vremena t za koje se taj rad izvrši. Dakle,

$$P = \frac{A}{t} = \frac{50\ \text{J}}{10\ \text{s}} = 5\,\frac{\text{J}}{\text{s}} = 5\ \text{W}$$

122. Snaga koju razvija motor biće

$$P=\frac{A}{t}$$

gde je $A = mgh$ — rad koji se izvrši pri podizanju tereta, mase m, na visinu h, a t — vreme za koje se taj rad izvrši. Iz ovoga sledi da je snaga motora

$$P=\frac{mgh}{t}=\frac{20\,\text{kg}\cdot 9{,}805\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5\,\text{m}}{10\,\text{s}}=98{,}1\ \text{W}$$

123. Iz relacije za snagu sledi da je izvršeni rad jednak proizvodu korisne snage P_k i vremena t. Dakle,

$$A = P_k t$$

gde je

$$P_k = \eta P = 0{,}9\cdot 45\cdot 10^3\text{W} = 40{,}5\ \text{kW}$$

Pošto je $t = 40$ min $= 2400$ s, izvršeni rad motora iznosi $A = P_k t = 40{,}5\cdot 10^3\ \text{W}\cdot 2400\ \text{s} = 97{,}2\ \text{MJ}$.

124. Ako se celokupna snaga P motora dizalice troši na vršenje rada, onda će rad A koji dizalica izvrši dizanjem tereta, mase m, na visinu h da bude

$$A = mgh$$

Ako ovaj rad izvrši motor za vreme t, onda je takođe

$$A = Pt$$

pa je $mgh = Pt$, odakle je masa tereta

$$m=\frac{Pt}{gh}=\frac{20\cdot 10^3\ \text{W}\cdot 60\ \text{s}}{9{,}808\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 20\,\text{m}}=6117{,}5\ \text{kg}$$

125. Ako za vreme t kroz vodopad protekne količina vode, čija je masa m, onda je snaga vodopada

$$P=\frac{A}{t}=\frac{mgh}{t}$$

gde je h — visina vodopada, $m = \rho V$ — masa protekle količine vode za vreme t, a V — zapremina vode koja protekne kroz vodopad za isto vreme. Na taj način je

$$P=\frac{\rho g V h}{t}$$

U ovom slučaju je pogodno uzeti $t = 1$ s, jer je tada $V = 15\ \text{m}^3$. Ostale veličine su: $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$, $h = 10$ m, pa se zamenom dobija da je $P = 1{,}47$ MW.

126. Kinetička energija tela brojno je jednaka polovini proizvoda mase tog tela i kvadrata njegove brzine, tj.

$$E_k=\frac{mv^2}{2}=\frac{0{,}02\ \text{kg}\left(1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}=10\ \text{mJ}$$

127. Kinetička energija satelita je

$$E_k=\frac{mv^2}{2}$$

gde je $m = 50\ \text{t} = 50\cdot 10^3$ kg, $v = 8$ km/s $= 8\cdot 10^3$ m/s, pa se zamenom dobija da je $E_k = 1{,}6$ TJ.

128. Rad koji motor izvrši da bi automobilu saopštio brzinu v za vreme t jednak je promeni njegove kinetičke energije. Dakle,

$$A=E_{k2}-E_{k1}=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=\frac{m}{2}(v_2^2-v_1^2)$$

a odgovarajuća snaga motora je

$$P=\frac{A}{t}=\frac{m}{2t}(v_2^2-v_1^2)=\frac{mv^2}{2t}$$

jer je $v_2 = v$, a $v_1 = 0$.

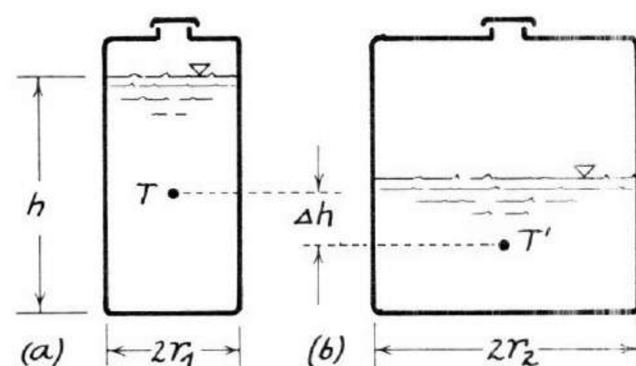
Pošto je $m = 800$ kg, $v = 72$ km/s $= 20$ m/s, $t = 4$ s, zamenom se nalazi da je $P = 40$ kW.

129. Gravitaciona potencijalna energija tela brojno je jednaka proizvodu intenziteta sile teže mg i visine tela h u odnosu na određeni nivo. Dakle,

$$E_p=mgh=20\ \text{kg}\cdot 9{,}803\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 10\ \text{m}=1960{,}6\ \text{J}$$

130. **9**. Ako je visina vode u prvoj cisterni h, težište vode nalaziće se na polovini visine h (sl. *a*). Gravitaciona potencijalna energija vode u odnosu na podlogu na kojoj leži cisterna je

$$E_{p1}=mg\cdot\frac{h}{2} \qquad (1)$$



Masa vode u cisterni je

$$m = \rho V = \rho\pi r_1^2 h$$

gde je ρ — gustina vode, r_1 — poluprečnik osnove cisterne, a h — visina vode u cisterni, pa je na osnovu prethodne relacije

$$h=\frac{m}{\rho\pi r_1^2}$$

Zamenom ovog izraza u relaciju (1) dobija se da je

$$E_{p1}=\frac{gm^2}{2\rho\pi r_1^2}$$

U drugom slučaju (sl. *b*) sve su veličine na desnoj strani ove jednačine jednake, samo je sada poluprečnik cisterne r_2, pa je gravitaciona potencijalna energija vode u široj cisterni

$$E_{p2}=\frac{gm^2}{2\rho\pi r_2^2}$$

Razlika potencijalnih energija je

$$\Delta E_p=E_{p1}-E_{p2}=\frac{gm^2}{2\pi\rho}\left(\frac{1}{r_1^2}-\frac{1}{r_2^2}\right)$$

gde je $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $m = 20\ \mathrm{t} = 20\cdot 10^3\ \mathrm{kg}$, $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, $r_1 = 5\ \mathrm{m}$, $r_2 = 10\ \mathrm{m}$, pa se zamenom dobija da je $\Delta E_p \approx 18{,}7\ \mathrm{kJ}$.

131. Težište kocke nalazi se na visini koja je jednaka polovini dužine jedne ivice kocke, tj. $h_1 = a/2$ **10** (sl. *a*), pa je gravitaciona potencijalna energija kocke leda u odnosu na dno suda

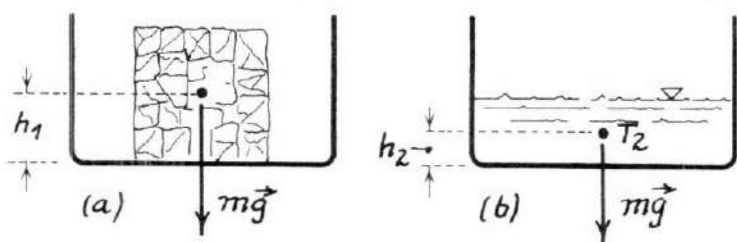
$$E_{p1}=mgh_1=mg\cdot\frac{a}{2}$$

gde je $m = \rho V = \rho a^3$ — masa leda, pa je

$$E_{p1}=\frac{\rho g a^4}{2} \qquad (1)$$

gde je ρ — gustina leda.

10



Težište vode nastale topljenjem leda nalaziće se na polovini visine koju ova tečnost zauzima u sudu, pa će gravitaciona potencijalna energija vode biti (sl. *b*)

$$E_{p2} = mgh_2 \qquad (2)$$

Pošto su mase leda i nastale vode jednake, to je $\rho a^3 = \rho_0\pi r^2 h_2$, pa je visina vode u sudu

$$h_2=\frac{\rho a^3}{\rho_0\pi r^2}$$

gde je ρ_0 — gustina vode. Uvodeći ovaj rezultat u relaciju (2) dobija se da je

$$E_{p2}=\frac{\rho^2 g a^6}{\rho_0\pi r^2} \qquad (3)$$

Promena gravitacione potencijalne energije dobija se oduzimanjem jednačina (1) i (3)

$$\Delta E_p=E_{p2}-E_{p1}=\frac{\rho^2 g a^6}{\rho_0\pi r^2}-\frac{\rho g a^4}{2}=$$

$$=\rho g a^4\left(\frac{\rho a^2}{\rho_0\pi r^2}-\frac{1}{2}\right)$$

gde je: $\rho = 950\ \mathrm{kg/m^3}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $a = 0{,}1\ \mathrm{m}$, $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, $r = 0{,}1\ \mathrm{m}$, pa se zamenom dobija da je $\Delta E_p = -0{,}18\ \mathrm{J}$.

Znak (—) ukazuje da je $E_{p_2} < E_{p_1}$.

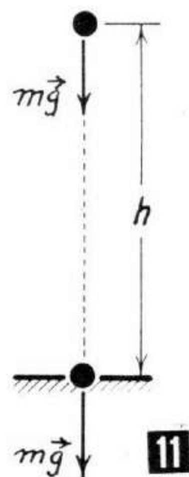
132. Pri padu sa visine h **11** telo smanji svoju gravitacionu potencijalnu energiju za

$$\Delta E_p = mgh$$

gde je $m = 20\ \mathrm{kg}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ i $h = 10\ \mathrm{m}$, pa se zamenom dobija da je $\Delta E_p = 1962\ \mathrm{J}$.

Prema zakonu održanja energije (promena gravitacione potencijalne energije jednaka je promeni kinetičke energije tela), kinetička energija tela pri padu na zemlju iznosi

$$E_k = \Delta E_p = 1962\ \mathrm{J}$$



11

Brzina tela pri padu na zemlju nalazi se iz jednačine

$$mgh=\frac{mv^2}{2}$$

koja takođe izražava zakon održanja energije za posmatrani slučaj. Iz nje se nalazi da je

$$v=\sqrt{2gh}=$$

$$=\sqrt{2\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\cdot 10\ \mathrm{m}}\approx 14\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

133. Vreme padanja kapljice nalazi se iz relacije $h=\frac{1}{2}gt^2$, odakle je

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 100\ \mathrm{m}}{9{,}82\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}}}\approx 4{,}5\ \mathrm{s}$$

Za ovo vreme se masa kapljice smanji za $\Delta m = 0{,}045\ \mathrm{g}$, pa je njena masa pri padu na zemlju

$$m_1 = m-\Delta m = 0{,}1\ \mathrm{g}-0{,}045\ \mathrm{g} = 0{,}055\ \mathrm{g}$$

Tražena brzina kapljice (pošto ona ne zavisi od mase) iznosi

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9{,}82\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\cdot 100\ \mathrm{m}}\approx 44{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

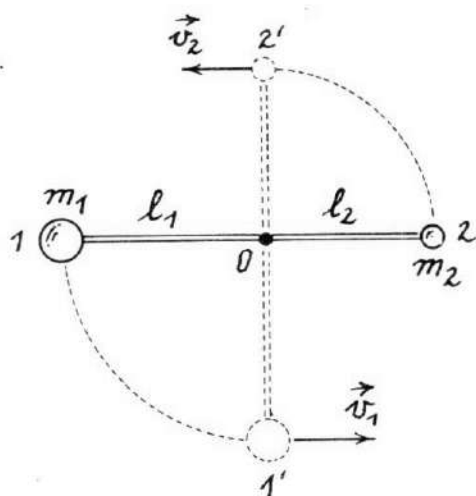
134. Ako je $m_1 g l_1 > m_2 g l_2$, nastaće kretanje tega mase m_1 nadole. Na račun gravitacione potencijalne energije tega, mase m_1, doći će do rotacionog kretanja čitavog sistema, pa se primenom zakona održanja energije na položaje tegova 1-1′ i 2-2′ **12** dobija da je

$$m_1 g l_1=\frac{m_1 v_1^2}{2}+\frac{m_2 v_2^2}{2}+m_2 g l_2 \qquad (1)$$

To znači da je promena gravitacione potencijalne energije tega mase m_1, prelaskom iz položaja 1 u položaj 1′, utrošena na povećanje

kinetičke energije oba tega i na povećanje gravitacione potencijalne energije tega mase m_2, koji je pri ovom prešao iz položaja 2 u položaj 2'. Pošto u prethodnoj jednačini figurišu dve nepoznate, v_1 i v_2, potrebno je postaviti i drugu jednačinu sa istim nepoznatima, da bi se one mogle odrediti.

12



Kako se tegovi sa polugom obrću oko ose O kao jedan sistem, njihove ugaone brzine u bilo kom trenutku biće jednake. Znači, za tegove u položajima 1' i 2' je $\omega_1 = \omega_2$, tj.

$$\frac{v_1}{l_1}=\frac{v_2}{l_2} \qquad (2)$$

Iz dobijenih jednačina (1) i (2) nalazi se da je tražena brzina tega

$$v_1=l_1\sqrt{\frac{2g(m_1l_1-m_2l_2)}{m_1l_1^2+m_2l_2^2}}$$

135. a, b) Pri prvom bacanju dečak izvrši rad A jednak promeni kinetičke energije kamena $m_1v^2/2$. Dakle,

$$A=\frac{m_1v^2}{2} \qquad (1)$$

Pri drugom bacanju dečak izvrši isti rad. Ovaj rad se ne utroši samo na promenu kinetičke energije kamena $(m_1v_1^2/2)$ već i na promenu kinetičke energije dečaka $(m_2v_2^2/2)$, pa je

$$A=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2} \qquad (2)$$

gde je v_2 — brzina dečaka posle bacanja kamena.

Prethodne dve relacije dobijene su primenom zakona održanja energije. Primenom zakona održanja impulsa na drugo bacanje kamena dobija se relacija

$$m_1v_1-m_2v_2 = 0 \qquad (3)$$

Rešavanjem sistema jednačina (1), (2) i (3) dobija se da je

$$v_1=v\sqrt{\frac{m_2}{m_1+m_2}}=4{,}95\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2=v_1\frac{m_1}{m_2}=v\frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}}=0{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Brzina kamena u odnosu na dečaka (relativna brzina) iznosi

$$v_r=v_1+v_2=5{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Snaga P_1 koju dečak razvije pri prvom bacanju je

$$P_1 = Fv$$

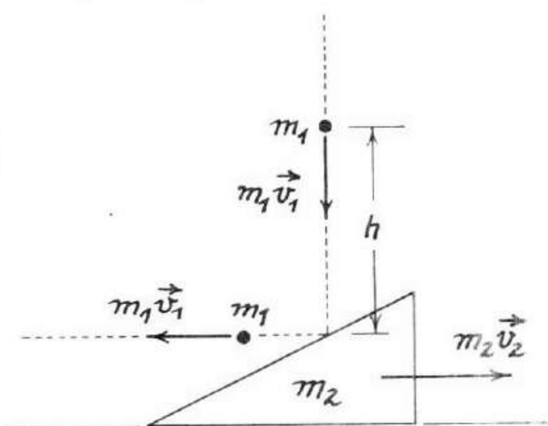
gde je F — intenzitet sile kojom dečak deluje na kamen tokom njegovog bacanja. Pri drugom bacanju intenzitet sile je isti, dok je brzina kamena u odnosu na dečaka v_r, pa je razvijena snaga u ovom slučaju

$$P_2 = Fv_r$$

Pošto je $v_r > v$, to je i $P_2 > P_1$. Dakle, dečak razvije veću snagu u drugom slučaju.

136. Kako je u pitanju elastični sudar **13**, tražena brzina može da se odredi primenom zakona održanja energije i zakona održanja impulsa

13



Potrebno je imati u vidu da je impuls vektorska veličina, pa s tim u vezi zapaziti da je horizontalna komponenta impulsa sistema kuglica-klin pre sudara kuglice i klina bila jednaka nuli. Stoga će ova komponenta impulsa sistema da bude jednaka nuli i posle sudara kuglice i klina, pa se može napisati da je

$$m_1v_1+m_2v_2=0$$

gde su v_1 i v_2 — brzine kuglice i klina u horizontalnom pravcu posle sudara. Odavde je

$$v_2=-\frac{m_1}{m_2}v_1 \qquad (1)$$

gde znak (—) ukazuje da su smerovi brzina v_1 i v_2 suprotni. Sa druge strane, na osnovu zakona održanja energije je

$$m_1gh=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2} \qquad (2)$$

pa se iz relacija (1) i (2) nalazi da je

$$v_2=m_1\sqrt{\frac{2gh}{m_2(m_1+m_2)}}$$

137. Pre ispaljenja metka sistem puška-metak nalazio se u mirovanju **14**, pa je tada i njegov impuls jednak nuli. Posle ispaljenja metka, puška i metak se kreću u suprotnim smerovima

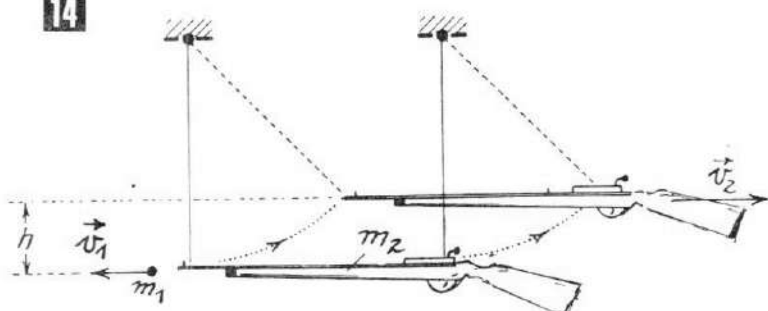
tolikim brzinama v_1 i v_2 da je zbir njihovih količina ostao jednak nuli (zakon održanja impulsa). Prema tome, može se napisati da je

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$

odakle je

$$v_1 = v_2 \frac{m_2}{m_1} \qquad (1)$$

14



U toku ispaljenja metak dobije kinetičku energiju $m_1 v_1^2/2$, a puška $m_2 v_2^2/2$.

Kinetička energija puške utroši se na promenu njene gravitacione potencijalne energije. Ova promena iznosi $m_2 gh$, pa je na osnovu zakona održanja energije

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 gh \qquad (2)$$

odakle je $v_2 = \sqrt{2gh}$. Zamenom ovog rezultata u relaciju (2) dobija se da je brzina metka

$$v_1 = \sqrt{2gh} \cdot \frac{m_2}{m_1} = 588 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

138. Primenom zakona održanja impulsa na sistem koji čine kolica sa čovekom, dobija se da je

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$

gde je m_1 — masa kolica i čoveka, a m_2 — masa drugih kolica. Odavde je

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$$

Pošto je prema uslovu zadatka $m_1 = 3m_2$, to je

$$v_1 = \frac{1}{3} v_2 \qquad (1)$$

Kinetička energija, koju su kolica stekla u toku guranja, potpuno se utroši na rad protiv sile trenja, pa je

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \mu m_1 g \cdot s_1$$

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = \mu m_2 g \cdot s_2$$

Deljenjem ovih jednačina, i uzimajući u obzir rezultat (1), dobija se da je odnos puteva koje kolica pređu do trenutka zaustavljanja

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

139. $A = \frac{m_1 v_1^2}{2}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = 1$ kJ.

140. Uloženi rad na izvlačenju kofe je

$$A = Fh$$

gde je F — intenzitet sile kojom se kofa izvlači. Suprotno ovoj sili na kofu deluje sila teže, čiji je intenzitet mg, pa je prema II Njutnovom zakonu

$$F - mg = ma$$

gde je a — ubrzanje kofe.

Pošto je kretanje kofe ravnomerno ubrzano, iz jednačine za put ovog kretanja

$$h = \frac{at^2}{2}$$

nalazi se da je $a = \frac{2h}{t^2}$, pa je

$$F = m\left(g + \frac{2h}{t^2}\right)$$

odnosno izvršeni rad

$$A = mh\left(g + \frac{2h}{t^2}\right) = 910 \text{ J}$$

pošto je $m = 10$ kg, $h = 8$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2, $t = 3{,}2$ s.

141. a) Vremenski interval $\Delta t_0 = 1$ godina u raketi koja se kreće brzinom $v = 0{,}99c$ trajaće za nepokretnog posmatrača

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1 \text{ godina}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}99c}{c}\right)^2}} = 7{,}1 \text{ godina}$$

b) Predmet dužine $l_0 = 1$ m u raketi koja se kreće brzinom $v = 0{,}99c$ imaće dužinu za nepokretnog posmatrača

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}99c}{c}\right)^2} = 0{,}14 \text{ m}$$

c) Ako su m_0 i V_0 — masa i zapremina tela u raketi, one su za nepokretnog posmatrača

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{i} \quad V = V_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

pa je gustina supstancije za nepokretnog posmatrača

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0/V_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\rho_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

tj. $\rho = 50{,}3\,\rho_0 = 50{,}3 \cdot 8600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 432\,160 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

142. a) Prema klasičnoj fizici, brzina približavanja jedne rakete drugoj je

$$v_r = v_1 + v_2 = 2 \cdot \frac{3}{4} c = 1{,}5c$$

gde je $c = 3 \cdot 10^8$ m/s — brzina prostiranja svetlosti u vakuumu.

Dobijeni rezultat je u suprotnosti sa rezultatima specijalne teorije relativnosti, prema kojoj je najveća brzina tela u prirodi c, bez obzira na usvojeni sistem referencije.

b) Prema specijalnoj teoriji relativnosti, relativna brzina raketa je

$$v_r = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}} = 0{,}96c$$

pošto je $v_1 = v_2 = \frac{3}{4} c$.

143. a) Energija elektrona u mirovanju je

$$E_0 = m_0 c^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 =$$

$$= 8{,}2 \cdot 10^{-14}\,\text{J} =$$

$$= 0{,}51\,\text{MeV}$$

pošto je 1 MeV $= 0{,}16 \cdot 10^{-12}$ J.

b) Masa elektrona kada se kreće brzinom $v = 0{,}80c$ je

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}{\sqrt{1 - 0{,}80^2}} = 15{,}2 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$$

c) Ukupna energija elektrona je

$$E = mc^2 = 15{,}2 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 =$$

$$= 13{,}7 \cdot 10^{-14}\,\text{J} =$$

$$= 0{,}86\,\text{MeV}$$

144. Pošto je $t = 1{,}5 t_0$, a $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, to je

$$v = c\sqrt{1 - \frac{t_0^2}{t^2}} = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1{,}5}\right)^2} \approx 0{,}74c$$

145. Pošto je dužina rakete za nepokretnog posmatrača $l = 0{,}99 l_0$, to je na osnovu relacije $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ brzina rakete u pravcu njene ose

$$v = c\sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2}} = c\sqrt{1 - 0{,}99^2} = 0{,}14c$$

146. a) U odnosu na posmatrača u prvoj raketi, druga raketa je u mirovanju, pa je onda u njoj

$$\Delta t = \Delta t_0 = 8\,\text{s}$$

b) U odnosu na Zemlju, druga raketa se kreće brzinom $v = 0{,}6c$, pa je onda trajanje odgovarajućeg vremenskog intervala Δt_0 na Zemlji

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 10\,\text{s}$$

147. Vreme kretanja μ-mezona u odnosu na Zemlju $t = s/v$ predstavlja vreme njegovog života u sistemu referencije vezanom za Zemlju, pa je

$$t = \frac{s}{v} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

odakle je brzina μ-mezona

$$v = \frac{1}{\sqrt{\frac{t_0^2}{s^2} + \frac{1}{c^2}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2{,}21 \cdot 10^{-6}\,\text{s}}{5 \cdot 10^3\,\text{m}}\right)^2 + \left(\frac{1}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2}} \approx$$

$$\approx 2{,}97 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}99c$$

148. $v_r = \frac{c + v}{1 + \frac{c \cdot v}{c^2}} = c.$

149. $\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}75^2}} \approx 1{,}5.$

150. Impuls elektrona koji se kreće brzinom $v = \frac{4}{5} c = 0{,}8c$ je

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot 0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{1 - 0{,}8^2}} =$$

$$= 36{,}4 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

151. $v=c\sqrt{1-\frac{m_0^2}{m^2}}=0{,}8c.$

5. GRAVITACIONO POLJE

152. Dva tačkasta tela, čije su mase $m_1 = m_2 = 1$ kg, a rastojanje $r = 1$ m, privlače se gravitacionim silama čiji je intenzitet prema Njutnovom zakonu gravitacije

$$F_g=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot\frac{1\ \mathrm{kg}\cdot1\ \mathrm{kg}}{1\ \mathrm{m^2}}=$$

$$=6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N}$$

153. Neće, jer intenzitet gravitacionih sila ne zavisi od sredine u kojoj se tela nalaze.

154. Intenzitet privlačnih (gravitacionih) sila između Zemlje i Sunca je

$$F_g=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot\frac{6\cdot10^{24}\ \mathrm{kg}\cdot2\cdot10^{30}\ \mathrm{kg}}{(1{,}5\cdot10^{11}\mathrm{m})^2}=$$

$$=3{,}56\cdot10^{22}\ \mathrm{N}$$

155. Centripetalna sila, pod čijim dejstvom se Zemlja okreće oko Sunca, jeste gravitaciona sila uzajamnog dejstva između ova dva tela, pa je

$$\gamma\frac{m_Z\cdot m_S}{r^2}=\frac{m_Zv^2}{r}$$

Iz prethodne relacije, imajući u vidu da je $v = 2\pi r/T$, nalazi se masa Sunca

$$m_S=\frac{4\pi^2r^3}{\gamma T^2}=\frac{4\cdot3{,}14^2\cdot(1{,}5\cdot10^{11}\ \mathrm{m})^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}(31{,}5\cdot10^6\ \mathrm{s})^2}=$$

$$=2{,}0\cdot10^{30}\ \mathrm{kg}$$

jer je $T=365$ dana$=365\cdot86\,400$ s$=31{,}5\cdot10^6$ s.

156. Kevendiš je bio u pravu, jer poznavanje gravitacione konstante omogućuje određivanje mase Zemlje. Naime, pod dejstvom gravitacione sile $\vec{F}_g$, kojom Zemlja deluje na telo mase m (koje se nalazi na Zemljinoj površini), čiji je intenzitet

$$F_g=\gamma\frac{m\cdot m_Z}{R^2}$$

ono slobodno pada ubrzanjem $g_0 = 9{,}807$ m/s² (zanemarujući uticaj rotacije Zemlje), pa je prema II Njutnovom zakonu

$$F_g=\gamma\frac{m\cdot m_Z}{R^2}=mg_0$$

Iz prethodne relacije se dobija da je masa Zemlje

$$m_Z=\frac{g_0R^2}{\gamma}=\frac{9{,}807\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\cdot(6{,}37\cdot10^6\ \mathrm{m})^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}}=$$

$$=5{,}97\cdot10^{24}\ \mathrm{kg}$$

157. Intenzitet gravitacionih sila kojima se uzajamno privlače proton i elektron koji se nalaze u sastavu atoma vodonika je

$$F_g=\gamma\frac{m_pm_0}{r^2}=\gamma\frac{1836{,}1m_0^2}{r^2}=$$

$$=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot\frac{1836{,}1(9{,}1\cdot10^{-31}\ \mathrm{kg})^2}{(53\cdot10^{-12}\ \mathrm{m})^2}=$$

$$=3{,}6\cdot10^{-47}\ \mathrm{N}$$

158. Na rastojanju $r = 5$ m od tačkastog tela, mase $m = 10$ kg, jačina gravitacionog polja je

$$G=\gamma\frac{m}{r^2}=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot\frac{10\ \mathrm{kg}}{(5\ \mathrm{m})^2}=26{,}7\frac{\mathrm{pN}}{\mathrm{kg}}$$

159. Pošto je masa Zemlje $m = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$, onda je

$$G=\gamma\frac{m}{R^2}=\frac{4}{3}\gamma\pi\rho R\approx9{,}81\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

160. Masa Meseca je

$$m=\frac{GR^2}{\gamma}=\frac{1{,}62\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\cdot(1{,}74\cdot10^6\mathrm{m})^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}}=$$

$$=7{,}35\cdot10^{22}\ \mathrm{kg}$$

161. Intenzitet gravitacione sile koja deluje na telo, mase m, koje se nalazi u tački gravitacionog polja u kome je njegova jačina G, iznosi

$$F_g=mG=2\ \mathrm{kg}\cdot9{,}50\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}=19{,}0\ \mathrm{N}$$

162. Tražene jačine gravitacionog polja su:

$$G_1=\gamma\frac{m}{(R+R)^2}=\gamma\frac{m}{4R^2}=\frac{G_0}{4}=2{,}45\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

$$G_2=\frac{G_0}{9}=1{,}09\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

$$G_3=\frac{G_0}{16}=0{,}61\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

i u opštem slučaju na visini $h = nR$ je

$$G_n=\frac{G_0}{(n+1)^2}$$

163. Ako je u tački A **1** jačina rezultujućeg gravitacionog polja Zemlje i Meseca jednaka nuli, onda je

$$\gamma\frac{m_Z}{(d-x)^2}-\gamma\frac{m_M}{x^2}=0$$

odnosno

$$\left(\frac{m_Z}{m_M}-1\right)x^2-2\frac{m_Z}{m_M}dx+\frac{m_Z}{m_M}d^2=0$$

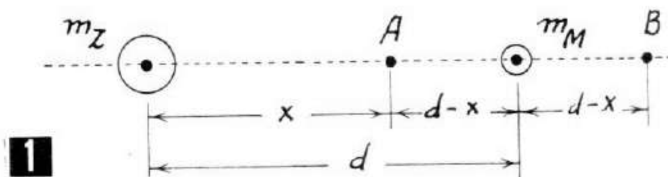
odakle je

$$x_{1/2}=d\frac{\frac{m_Z}{m_M}\pm\sqrt{\frac{m_Z}{m_M}}}{\frac{m_Z}{m_M}-1}$$

tj.

$$x_1=60{,}3R\frac{81+\sqrt{81}}{81-1}=67{,}8R$$

$$x_2=60{,}3R\frac{81-\sqrt{81}}{81-1}=54{,}3R$$



1

Prema tome, u tački A, koja se nalazi između Zemlje i Meseca na rastojanju $54{,}3R$ od Zemlje, jačine gravitacionih polja Zemlje i Meseca su jednake, a pošto su suprotnog smera, njihova rezultanta je jednaka nuli. U tački B, koja se nalazi iza Meseca na udaljenosti $67{,}8R$ od Zemlje, jačine polja su jednake, ali pošto su istog smera, njihova rezultanta nije jednaka nuli, pa ovo rešenje ne zadovoljava uslov zadatka u fizičkom smislu.

164. Iz relacije

$$G=\gamma\frac{m}{(R+h)^2}$$

sledi

$$R+h=\sqrt{\gamma\frac{m}{G}}$$

odakle je

$$h=\sqrt{\gamma\frac{m}{G}}-R=$$

$$=\sqrt{6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\cdot\frac{2\cdot 10^{30}\,\text{kg}}{9{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}}}-$$

$$-1{,}4\cdot 10^9\,\text{m}=2{,}3\cdot 10^9\,\text{m}$$

165. Masa Sunca je $m=\rho V=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$, pa je

$$G=\gamma\frac{m}{d^2}=\frac{4\pi\rho\gamma}{3}\cdot\frac{R^3}{d^2}=$$

$$=\frac{4\cdot 3{,}14\cdot 1{,}4\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}}{3}\times$$

$$\times\frac{(6{,}95\cdot 10^8\,\text{m})^3}{(1{,}5\cdot 10^{11}\,\text{m})^2}=5{,}8\cdot 10^{-3}\frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

166. $\varphi=-\gamma\frac{m}{r}=-6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\cdot\frac{10\,\text{kg}}{5\,\text{m}}=$

$$=-13{,}3\cdot 10^{-11}\frac{\text{J}}{\text{kg}}.$$

167. $E_p=m\varphi=5\,\text{kg}\left(-12\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)=-60\,\text{J}$

168. a) Promena gravitacione potencijalne energije pri premeštanju tela je

$$\Delta E_p=m(\varphi_B-\varphi_A)=$$

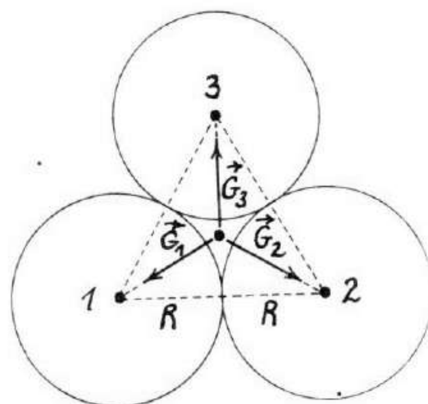
$$=0{,}1\,\text{kg}\left(-0{,}2\frac{\text{J}}{\text{kg}}+2\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)=0{,}18\,\text{J}$$

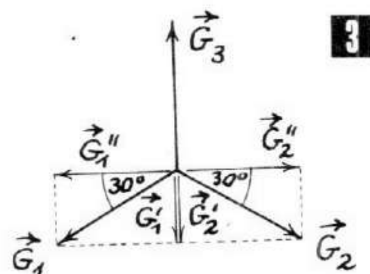
b) Rad spoljašnjih sila jednak je promeni gravitacione potencijalne energije, dakle

$$A=\Delta E_p=0{,}18\,\text{J}$$

169. a) Centri ovako postavljenih kugli **2** leže u temenima jednakostraničnog trougla čija je stranica $a=2R$. Centar mase ove tri

2





3

kugle nalazi se u težištu trougla koje se od temena nalazi na udaljenosti

$$d=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{2R\sqrt{3}}{3}\qquad(1)$$

Jačina gravitacionog polja kugli u toj tački je

$$G=G_1=G_2=G_3=\gamma\frac{m}{d^2}=\frac{3}{4}\frac{\gamma m}{R^2} \qquad (2)$$

Vektori jačine polja imaju pravac težišnih linija, pa je ugao između njih 120° ▮. Da bi se računski odredila rezultanta ova tri vektora, potrebno je razložiti vektore $\vec{G_1}$ i $\vec{G_2}$ na dve normalne komponente tako da se pravac jedne komponente poklapa sa pravcem vektora $\vec{G_3}$. Komponente $\vec{G_1''}$ i $\vec{G_2''}$ imaju jednak intenzitet a suprotan smer, pa se međusobno poništavaju. Na taj način je jačina rezultujućeg polja

$$G_r = G_3-(G_1' + G_2') \qquad (3)$$

Sa slike se vidi da je

$$G_1' = G_1\cos 60° \text{ i } G_2' = G_2\cos 60°$$

pa je na osnovu relacija (2) i (3)

$$G_r=G(1-2\cos 60°)=G\left(1-2\cdot\frac{1}{2}\right)=0$$

Prema tome, u centru mase ovih kugli jačina gravitacionog polja jednaka je nuli.

b) Rezultujući gravitacioni potencijal u centru mase kugli je

$$\varphi_r=3\varphi=-3\gamma\frac{m}{d}=-\frac{9\gamma m}{2\sqrt{3}\,R}=$$

$$=\frac{9\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\cdot 10\text{ kg}}{2\sqrt{3}\cdot 0{,}10\text{ m}}=17{,}3\frac{\text{nJ}}{\text{kg}}$$

170. Gravitacioni potencijal Zemlje u njenom središtu i na njenoj površini je

$$\varphi_0=0 \text{ i } \varphi_R=-\frac{m_Z}{R}$$

pa je rad koji je potrebno izvršiti za pomeranje tela, mase m, iz središta Zemlje na njenu površinu

$$A=m|\varphi_R-\varphi_0|=m|\varphi_R|=\gamma\frac{mm_Z}{R}$$

a pošto je $G_0=\gamma m_Z/R^2$, odnosno $G_0R^2=\gamma m_Z$, to je

$$A=mG_0R\approx mgR=1\text{ kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6{,}4\cdot 10^6\text{ m}=$$

$$=62{,}8\text{ MJ}$$

171. Pošto je $A=m\cdot\Delta\varphi_{AB}$, to je

$$\Delta\varphi_{AB}=\frac{A}{m}=\frac{100\text{ J}}{12\text{ kg}}=8{,}3\frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

172. $A=\frac{\gamma m^2}{4}\left(\sqrt[3]{\frac{\pi\rho}{6m}}-\frac{1}{d}\right)=360\text{ nJ}.$

173. Kada bi Mesec prestao da se kreće oko Zemlje, tada bi on, usled gravitacionog privlačenja, pao na nju. Pri tome bi gravitacione sile izvršile rad

$$A=\gamma m_Z m_M\left(\frac{1}{R_Z+R_M}-\frac{1}{d}\right)=$$

$$=6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\cdot 6\cdot 10^{24}\text{ kg}\cdot 7{,}4\cdot 10^{22}\text{kg}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{6{,}4\cdot 10^6\text{ m}+1{,}7\cdot 10^6\text{ m}}-\frac{1}{3{,}8\cdot 10^8\text{ m}}\right)=$$

$$=3{,}6\cdot 10^{30}\text{ J}$$

174. a) Za pomeranje tela potrebno je uložiti rad

$$A=\gamma m m_Z\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{3R}\right)=\frac{2}{3}\gamma\frac{mm_Z}{R}$$

ili, pošto je $g\approx\gamma m_Z/R^2$, to je

$$A=\frac{2}{3}mgR=$$

$$=\frac{2}{3}\cdot 2\cdot 10^3\text{ kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6{,}4\cdot 10^6\text{ m}=83{,}7\text{ GJ}$$

b) Isti toliki rad potrebno je uložiti za pomeranje tela po putanjama ABC i AC, jer rad u gravitacionom polju zavisi samo od radijalnog rastojanja tačaka, a ono je u oba slučaja $2R$, tj. isto je kao rastojanje između tačaka A i B.

175. U odsustvu drugih sila, rad koji treba uložiti za pomeranje tela po ekvipotencijalnoj površini jednak je nuli. Naime, tada je

$$A = m\cdot\Delta\varphi = m\cdot 0 = 0$$

176. Rad koji je potrebno uložiti za pomeranje tela u gravitacionom polju po zatvorenoj putanji jednak je nuli. Takav slučaj je pri kretanju Zemljinih veštačkih satelita. Isto tako, pri dizanju tela do visine h uloži se rad mgh. Međutim, ako se telo pusti da slobodno pada, sila teže mg na putu h izvrši rad mgh, pa je ukupan rad jednak nuli.

177. Promena potencijalne energije meteorita pri prelasku iz vasionskog prostora na Zemlju je

$$\Delta E_p=m(\varphi_v-\varphi_z)=$$

$$=0{,}8\text{ kg}\left[0-\left(-63\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}\right)\right]=50{,}4\text{ MJ}$$

jer je na velikim rastojanjima, kao što su vasionska, potencijal Zemlje jednak nuli ($\varphi_v=0$). Pod pretpostavkom da se sva kinetička energija meteorita pretvori u unutrašnju energiju i da se sva ona oslobodi u vidu toplotne energije, biće

$$Q = \Delta E_p = 50{,}4\text{ MJ}$$

178. Za prevođenje kosmičkog broda, mase m, na orbitu Meseca potrebno je uložiti rad

$$A=\gamma m m_Z\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{60R}\right)=\frac{59}{60}\gamma\frac{m m_Z}{R}=\frac{59}{60}mgR$$

jer je $g\approx\gamma m_Z/R^2$. Zamenom se dobija da je

$$A=\frac{59}{60}\cdot 10^4\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6{,}37\cdot 10^6\,\text{m}=614\,\text{GJ}$$

179. a) Energija utrošena za dovođenje satelita na orbitu, čija je visina H, jeste

$$E=A=\gamma m m_Z\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R+H}\right)=$$

$$=\gamma m m_Z\frac{H}{R(R+H)}\approx mg\frac{RH}{R+H}$$

i iznosi

$$E=10^3\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{6{,}37\cdot 10^6\,\text{m}\cdot 3\cdot 10^5\,\text{m}}{6{,}37\cdot 10^6\,\text{m}+3\cdot 10^5\,\text{m}}=$$

$$=2{,}84\,\text{GJ}$$

b) S obzirom na to što se satelit kreće po ekvipotencijalnoj površini, nije potrebno ulagati energiju za dalje kretanje na njoj.

180. a) Pošto je masa kugle $m=V=\frac{4}{3}\pi\rho r^3$, onda je intenzitet sile teže koja deluje na kuglu

$$P=mg=\frac{4}{3}\pi\rho r^3 g=$$

$$=\frac{4}{3}3{,}14\cdot 7200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}(0{,}1\,\text{m})^3\,9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=$$

$$=295{,}4\,\text{N}$$

b) Sila teže $\vec{P}$ ima pravac i smer ubrzanja slobodnog padanja $\vec{g}$.

c) Napadna tačka sile teže nalazi se u centru mase kugle, tj. u njenom geometrijskom središtu.

181. $P=mg=5\,\text{kg}\cdot 9{,}80\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=$

$$=49{,}0\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2}=49{,}0\,\text{N}$$

182. a) $P_e = 97{,}805$ N; $P_p = 98{,}322$ N.

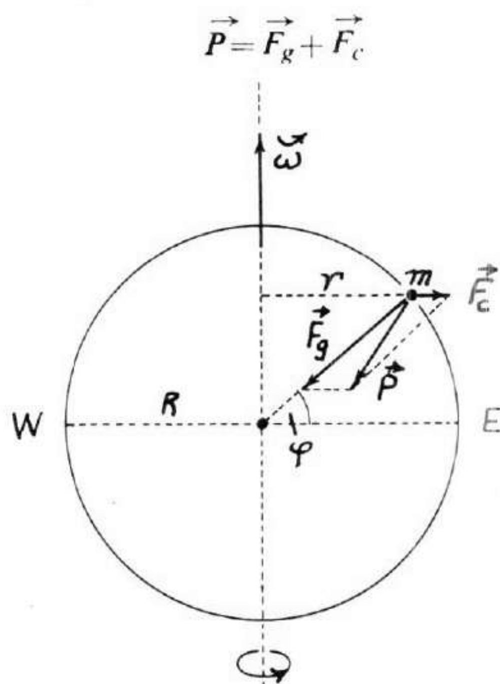
b) Intenzitet ovih sila ne zavisi od sredine u kojoj se telo nalazi.

183. $P_0 = 9{,}807$ N; $P_h = 9{,}505$ N.

184. $P_1 = 3{,}24$ N; $P_2 = 6{,}66$ N; $P_3 = 17{,}04$ N; $P_4 = 19{,}62$ N; $P_5 = 7{,}54$ N; $P_6 = 50{,}2$ N; $P_7 = 542$ N.

185. Za posmatrača na površini Zemlje, dakle u odnosu na neinercijalni sistem referencije koji je vezan za Zemlju, na telo koje se nalazi na površini Zemlje deluje gravitaciona sila $\vec{F}_g$ i centrifugalna sila $\vec{F}_c$ **4**. Rezultanta ovih sila jeste sila teže $\vec{P}$, tj.

$$\vec{P}=\vec{F}_g+\vec{F}_c$$



Ako je m — masa posmatranog tela, M — masa Zemlje, onda je intenzitet gravitacione sile $F_g = \gamma mM/R^2$, gde je R — poluprečnik Zemlje, a intenzitet centrifugalne sile $F_c = mr\omega^2 = m\omega^2 R\cos\varphi$, gde je $\omega = 2\pi/T$ — ugaona brzina rotacije Zemlje oko njene ose, a T — period te rotacije.

Na osnovu kosinusne teoreme je

$$P(\varphi)=\sqrt{F_g^2+F_c^2-2F_gF_c\cos\varphi}=$$

$$=\sqrt{\gamma^2\frac{m^2M^2}{R^4}+m^2\omega^4R^2\cos^2\varphi-2\gamma\frac{m^2M}{R}\omega^2\cos^2\varphi}$$

odakle se može zaključiti da je $F_c \ll F_g$, tj. da je razlika između F_g i P mala. Naime, može se dokazati da je

$$\frac{F_c}{F_g}=\frac{\omega^2R^3}{\gamma M}\cos\varphi\approx\frac{1}{290}\cos\varphi$$

odnosno da je

$$P(\varphi)\approx F_g\sqrt{1-0{,}007\cos^2\varphi}$$

što znači da je $P(0°)\approx 0{,}9965F_g$ i $P(90°) = F_g$.

Kako je $P(\varphi) = mg(\varphi)$, to je ubrzanje slobodnog padanja na geografskoj širini

$$g(\varphi)=\frac{P(\varphi)}{m}=\frac{F_g}{m}\sqrt{1-0{,}007\cos^2\varphi}$$

ili

$$g(\varphi)=\gamma\frac{M}{R^2}\sqrt{1-0{,}007\cos^2\varphi}=$$

$$=g(90°)\sqrt{1-0{,}007\cos^2\varphi}$$

Prema tome, ubrzanje slobodnog padanja na polovima je $g(90°) = \gamma M/R^2 = 9{,}8324\ \text{m/s}^2$, a na ekvatoru $g(0°) = g(90°)\sqrt{1-0{,}007} = 0{,}9965\ (90°) = 9{,}7805\ \text{m/s}^2$, pa je njihova razlika $g(0°) - g(90°) = -0{,}052\ \text{m/s}^2$, ili 0,53‰.

186. Prema prethodnom zadatku se vidi da je veza između sile teže $\vec{P} = m\vec{g}$ i gravitacione sile $\vec{F}_g = m\vec{G}$ (gde je $\vec{g}$ — ubrzanje slobodnog padanja, a $\vec{G}$ — jačina gravitacionog polja na mestu gde se nalazi telo mase m) sledeća:

$$\vec{P} = \vec{F}_g + \vec{F}_c$$

gde je $\vec{F}_c$ — centrifugalna sila koja deluje na isto telo. Kako je $\vec{F}_c = m\vec{a}_n$, gde je $\vec{a}_n$ — normalno ubrzanje koje telo ima usled rotacije Zemlje oko njene ose, to je

$$m\vec{g} = m\vec{G} + m\vec{a}_n$$

tj.

$$\vec{g} = \vec{G} + \vec{a}_n$$

pri čemu je $G = \gamma M/R^2$, a $a_n = r\omega^2 = \omega^2 R\cos\varphi$ (v. zad. 185).

Može se zaključiti da je

$$P = F_g, \quad \text{tj.} \quad g = G = \gamma\frac{m}{R^2}$$

kada je $F_c = 0$, a to je slučaj ako se tela nalaze na polu ($\varphi = 90°$), dok je za tela na ekvatoru ($\varphi = 0°$)

$$P = F_g - F_c$$

tj.

$$g = G - R\omega^2 = \gamma\frac{M}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

gde je γ — gravitaciona konstanta, M — masa Zemlje, R — poluprečnik Zemlje, a T — period njene rotacije oko sopstvene ose.

187. Ako je ubrzanje g'_S Sunčeve teže u centru mase Zemlje, a g''_S u centru mase Marsa, onda je sila Sunčeve teže koja deluje na ova dva tela

$$P'_S = m_Z g'_S \quad \text{i} \quad P''_S = m_M g''_S$$

Ubrzanje Sunčeve teže na nekom rastojanju d od centra Sunca je

$$g_S = g_{0S}\left(\frac{R}{d}\right)^2$$

gde je g_{0S} — ubrzanje Sunčeve teže na njegovoj površini, R — poluprečnik Sunca, pa je onda

$$P'_S = m_Z g_{0S}\left(\frac{R}{d_Z}\right)^2 =$$

$$= 6\cdot 10^{24}\ \text{kg}\cdot 271\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(\frac{7\cdot 10^8\ \text{m}}{1{,}5\cdot 10^{11}\ \text{m}}\right)^2 = 3{,}5\cdot 10^{22}\ \text{N}$$

gde je $m_Z = 6\cdot 10^{24}$ kg — masa Zemlje, $g_{0S} = 271\ \text{m/s}^2$ — ubrzanje Sunčeve teže na njegovoj površini, $R = 7\cdot 10^8$ m — poluprečnik Sunca, $d = 1{,}5\cdot 10^{11}$ m — rastojanje između Zemlje i Sunca.

Pošto je masa Marsa $m_M = 6{,}4\cdot 10^{23}$ kg, a njegovo rastojanje do Sunca $2{,}3\cdot 10^{11}$ m, onda je

$$P''_S = m_Z g_{0S}\left(\frac{R}{d_M}\right)^2 =$$

$$= 6\cdot 10^{24}\ \text{kg}\cdot 271\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(\frac{7\cdot 10^8\ \text{m}}{2{,}3\cdot 10^{11}\ \text{m}}\right)^2 =$$

$$= 1{,}5\cdot 10^{22}\ \text{N}$$

188. Na telo, mase $m = 1$ kg, koje se nalazi na površini Zemlje deluje sila Zemljine teže

$$P_Z = m g_Z = 1\ \text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9{,}81\ \text{N}$$

pri čemu na ovo telo deluje i sila Sunčeve teže

$$P_S = m g'_S = m g_S\left(\frac{R_S}{d - R_Z}\right)^2$$

gde je d — rastojanje između Zemlje i Sunca, R_S — poluprečnik Sunca, R_Z — poluprečnik Zemlje. Razlika $d - R_Z$ je rastojanje od Sunca do tela na površini Zemlje. Pošto je $d \gg R_Z$, onda je $d - R_Z \approx d$, pa je

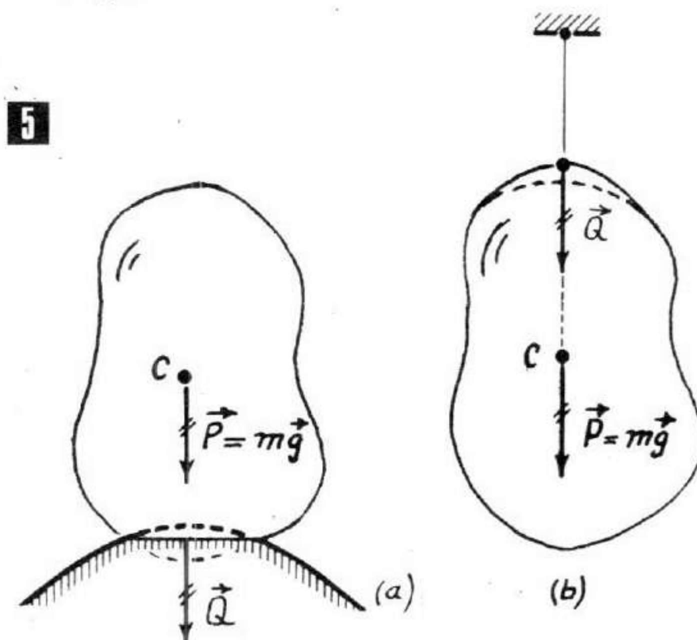
$$P_S = m g_S\left(\frac{R_S}{d}\right)^2 =$$

$$= 1\ \text{kg}\cdot 271\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(\frac{7\cdot 10^8\ \text{m}}{1{,}5\cdot 10^{11}\ \text{m}}\right)^2 = 5{,}9\ \text{mN}$$

Prema tome, sila Sunčeve teže na površini Zemlje je $\dfrac{9{,}81\ \text{N}}{5{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{N}} \approx 1663$ puta manja od sile Zemljine teže.

189. Težina tela $\vec{Q}$ je sila kojom telo deluje na podlogu **5** (sl. *a*) ili zateže uže o kome visi (sl. *b*) kao rezultat privlačenja između tela i Zemlje.

5



Težina tela $\vec{Q}$ posledica je deformacije tela u procesu međusobnog dejstva tela i podloge, tj. dejstva odbojnih molekulskih sila, koje su po prirodi električne sile. To znači da je i težina tela $\vec{Q}$ električna sila, za razliku od sile teže $\vec{P} = m\vec{g}$, koja je po prirodi gravitaciona sila jer je to sila kojom Zemlja privlači telo posredstvom svog gravitacionog polja. Osim toga, napadna tačka sile teže $\vec{P}$ nalazi se u centru mase C, tj. težištu tela, a napadna tačka težine tela $\vec{Q}$ je na mestu dodira između tela i podloge. Ovo znači da su težina tela $\vec{Q}$ i sila teže $\vec{P}$ sile različite prirode, da nemaju istu napadnu tačku, pa stoga ne mogu da budu jednake ni pod kakvim uslovima. Jedino se može govoriti o jednakosti intenziteta ovih sila, i to u slučaju kada se podloga ne kreće u vertikalnom pravcu, ili se kreće ravnomerno ($\vec{v}$=const). Naime, tada je $|\vec{Q}| = |\vec{P}|$ odnosno

$$|\vec{Q}| = m|\vec{g}|, \text{ tj. } Q = mg$$

Međutim, ako se podloga kreće naviše ubrzanjem $\vec{a}$, onda je

$$Q = m(g + a)$$

a ako se kreće naniže ubrzanjem $\vec{a}$

$$Q = m(g - a)$$

To znači da je za $a = g$, tj. u slučaju kada telo pada slobodno, težina tela $Q = 0$, što odgovara tzv. bestežinskom stanju tela.

Na osnovu izloženog se može zaključiti da je potrebno definisati stanje kretanja podloge (ili tačke vešanja) na kojoj se telo nalazi u svim slučajevima kada se daje podatak o težini tela $\vec{Q}$. Naime, podatak o težini tela sadrži i podatak o masi tela m, ubrzanju slobodnog padanja $\vec{g}$ na mestu gde se telo nalazi i ubrzanju podloge $\vec{a}$.

190. Prema prethodnom zadatku, to je slučaj samo onda kada se podloga na kojoj se nalazi telo (ili tačka vešanja o koju je ono obešeno) ne kreće u vertikalnom pravcu, ili ako se kreće ravnomerno ($\vec{v}$ = const). Naime, tada je $|\vec{Q}| = |\vec{P}|$, tj. $Q = mg$. Međutim, potrebno je imati u vidu da je u svim slučajevima $\vec{Q} \neq \vec{P}$ s obzirom na različitu prirodu ovih sila i činjenicu da nemaju zajedničku napadnu tačku.

191. a, b) $Q = P = mg = 2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 19{,}62\,\text{N}$.

192. a, b) Intenzitet težine tela $\vec{Q}_0$ na podu lifta koji stoji, ili se kreće ravnomerno, prema definiciji je

$$Q_0 = P = mg = 0{,}5\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4{,}9\,\text{N}$$

c) Ako se telo zajedno sa liftom kreće nagore ubrzanjem $\vec{a}$, onda pod lifta deluje na njega silom $\vec{F}_1$, koja ima suprotan smer od smera sile teže $\vec{P} = m\vec{g}$. Rezultanta ovih dveju antiparalelnih sila saopštava telu ubrzanje $\vec{a}$, pa je prema II Njutnovom zakonu ($\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$)

$$F_1 - P = ma$$

ili

$$F_1 = P + ma = m(g + a)$$

Prema III Njutnovom zakonu, telo će silom ovolikog intenziteta, dakle težinom Q_1, delovati na pod lifta, što znači da je intenzitet tela u liftu koji se kreće nagore

$$Q_1 = m(g + a) = 0{,}5\,\text{kg}\left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 5{,}9\,\text{N}$$

d) Kada se lift kreće nadole, na telo, osim sile teže $\vec{P} = m\vec{g}$, deluje i reakcija podloge $\vec{F}_2$ koja ima suprotan smer od smera sile teže. Rezultanta ovih dveju antiparalelnih sila je usmerena nadole i saopštava telu ubrzanje a, pa je prema II Njutnovom zakonu $\vec{P} + \vec{F}_2 = m\vec{a}$, tj. $P - F_2 = ma$ ili $F_2 = P - ma = m(g - a)$.

Prema zakonu akcije i reakcije, telo će istom tolikom silom, dakle težinom Q_2, delovati na pod lifta, pa je prema tome intenzitet težine tela

$$Q_2 = F = m(g - a) =$$

$$= 0{,}5\,\text{kg}\left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 3{,}4\,\text{N}$$

e) Kada bi lift slobodno padao, tj. kretao se ubrzanjem $a = g$, intenzitet težine tela bio bi

$$Q_3 = m(g - g) = 0$$

što znači da bi se telo nalazilo u bestežinskom stanju.

193. Na telo koje visi, okačeno o oprugu, deluju sila teže $\vec{P} = m\vec{g}$ i elastična sila $\vec{F}_{el}$ opruge, koja ima suprotan smer od smera sile teže. Kada telo miruje, rezultanta ovih dveju sila jednaka je nuli ($\vec{P} + \vec{F}_{el} = 0$) odnosno

$$P - F_{el} = 0, \text{ tj. } F_{el} = P$$

Prema zakonu akcije i reakcije je $F_{el} = Q_0$, gde je Q_0 — intenzitet težine tela, pa je

$$Q_0 = P = mg$$

tj. intenzitet težine tela koje miruje jednak je intenzitetu sile teže.

a) Kada se opruga pomera ubrzanjem a nadole, elastična sila opruge postaje manja od sile teže, pa je

$$P - F_1 = ma$$

a pošto je $F_1 = Q_1 = 2\text{N}$ i $P = Q_0$, onda je

$$a = \frac{Q_0 - Q_1}{m} = \frac{4{,}9\ \text{N} - 2{,}0\ \text{N}}{0{,}5\ \text{kg}} = 5{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Telo će imati težinu $2Q_0$ kada se kreće naviše pod dejstvom sile intenziteta $F_2 = 2Q_0$. Tada je prema II Njutnovom zakonu

$$F_2 - P = ma$$

odnosno

$$a = \frac{2Q_0 - Q_0}{m} = \frac{Q_0}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

Prema tome, telo će imati dva puta veću težinu od težine pri mirovanju kada se kreće nagore ubrzanjem koje je jednako ubrzanju sile teže na mestu gde se telo nalazi.

c) Težina tela biće jednaka nuli kada se ruka pokrene nadole ubrzanjem $\vec{a} = \vec{g}$.

194. Pilot aviona nalazi se u bestežinskom stanju kada se kreće tako da mu je ubrzanje $\vec{a}$ po pravcu, smeru i intenzitetu jednako ubrzanju $\vec{g}$ sile teže. To je slučaj kada se avion kreće vertikalno naniže ubrzanjem $\vec{a} = \vec{g}$ ili kada opisuje kružnu petlju (putanju) u vertikalnoj ravni tako da je $\vec{a}_n = \vec{g}$, tj. tolikom brzinom v da je

$$\frac{v^2}{R} = g$$

gde je R — poluprečnik krivine putanje. Ako je prethodni uslov ispunjen, pilot će u najvišoj tački petlje da bude u bestežinskom stanju.

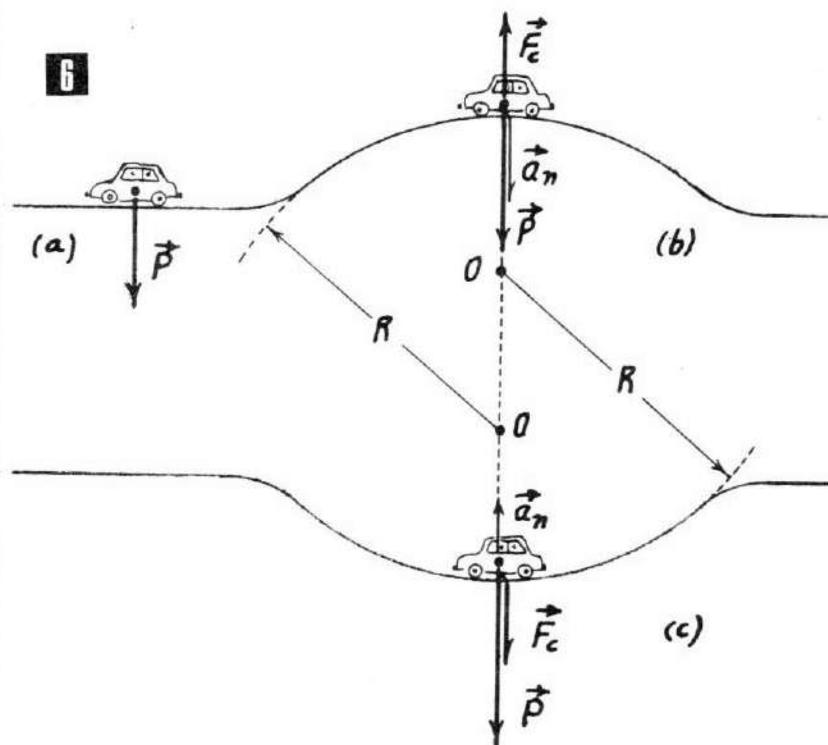
195. Prilikom razmatranja uslova ravnoteže terazija uzimaju se u obzir težine tela i tegova, jer su to sile kojima telo i tegovi deluju na krakove poluge terazija. Ako su terazije nepokretne (ili se kreću ravnomerno), težine tela i tegova su jednake silama teže koje deluju na telo i tegove.

196. Kada se automobil kreće po horizontalnom putu **6** (sl. a), intenzitet težine automobila $\vec{Q}_0$ jednak je intenzitetu sile teže $\vec{P}$. Dakle,

$$Q_0 = P = mg$$

Prilikom kretanja tela po ispupčenom putu (sl. b) za posmatrača u automobilu, osim sile teže $\vec{P}$, na automobil deluje i centrifugalna (inercijalna) sila $\vec{F}_c = -m\vec{a}_n$, gde je a_n — normalno ubrzanje automobila, čiji je intenzitet $a_n = v^2/r$. Rezultanta ovih antiparalelnih sila ima intenzitet $P - F_c = mg - \frac{mv^2}{R}$ i predstavlja silu kojom automobil deluje na podlogu kada se nalazi na najvišoj tački ispupčenja. Kako je po definiciji intenzitet ove sile jednak intenzitetu težine automobila $\vec{Q}_1$, to je

$$Q_1 = P - F_c = mg - \frac{mv^2}{R}$$



U slučaju kada se automobil kreće po udubljenom putu (sl. c), na analogan način se dolazi do zaključka da je težina automobila u najnižoj tački udubljenja

$$Q_2 = P + F_c = mg + \frac{mv^2}{R}$$

Na osnovu izloženog se zaključuje da je $Q_2 > Q_0 > Q_1$, što znači da će automobil imati najveću težinu u trećem slučaju.

197. a) Na telo mase $m = 5$ kg deluje sila teže intenziteta

$$P = mg = 5\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 49\ \text{N}$$

pa će težina ovog tela da bude 100 N, tj. biće veća od 49 N kada se podloga sa telom kreće naviše ubrzanjem $\vec{a}_1$. Tada je (v. zad. 192)

$$Q_1 = m(g + a)$$

pa je

$$a_1=\frac{Q_1-mg}{m}=\frac{Q_1}{m}-g=$$

$$=\frac{100\,\text{N}}{5\,\text{kg}}-9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=10{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

što znači da će težina ovog tela da iznosi 100 N kada se podloga sa telom kreće nagore ubrzanjem $a_1 = 10{,}2\,\text{m/s}^2$.

b) Težina tela biće manja od sile teže kada se podloga sa telom kreće ubrzano naniže. Ako je ubrzanje podloge sa telom $\vec{a}_2$, onda je

$$Q_2 = m(g-a_2)$$

odakle je

$$a_2=\frac{mg-Q_2}{m}=g-\frac{Q_2}{m}=$$

$$=9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}-\frac{10\,\text{N}}{5\,\text{kg}}=7{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Prema tome, težina ovog tela biće 10 N kada se podloga sa telom kreće nadole ubrzanjem $a_2 = 7{,}8\,\text{m/s}^2$.

c) Težina tela

$$Q_3 = m(g-a_3)$$

biće jednaka nuli kada je $a_3 = g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$, tj. kada telo slobodno pada.

198. Brzina koju treba da ima veštački satelit nekog nebeskog tela da bi se kretao oko njega po kružnoj putanji dobija se iz uslova dinamičke ravnoteže gravitacione sile $\vec{F}_g$ i centrifugalne (inercijalne sile) $\vec{F}_c$ koje deluju na satelit. Kako je $F_g = \gamma mM/(R+h)^2$, a $F_c = mv^2/(R+h)$, to je

$$\gamma\frac{mM}{(R+h)^2}=\frac{mv^2}{(R+h)}$$

gde je m — masa satelita, M — masa nebeskog tela, R — njegov poluprečnik, h — visina satelita, γ — gravitaciona konstanta, v — brzina satelita. Iz prethodne jednačine dobija se da je

$$v=\sqrt{\gamma\frac{M}{(R+h)^2}(R+h)}$$

Kod nebeskih tela bez sopstvene rotacije (ili sa rotacijom čiji se efekti mogu zanemariti) može se uzeti da je ubrzanje slobodnog padanja $g = \gamma M/(R+h)^2$, pa je

$$v=\sqrt{g(R+h)}$$

gde je h — visina putanje u odnosu na površinu nebeskog tela. Brzina definisana prethodnim obrascem predstavlja prvu kosmičku brzinu ako je $h = 0$ (za Zemlju to znači granicu atmosfere), pa je

$$v_1=\sqrt{g_0R}$$

Prema tome, prva kosmička brzina za Mesec je

$$v_1=\sqrt{1{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 1739\cdot 10^3\,\text{m}}=$$

$$=1678\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\approx 1{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

199. Druga kosmička brzina je ona brzina koju treba saopštiti telu na nekoj planeti (ili nekom drugom nebeskom telu) da bi ono moglo da napusti zonu dejstva njenog gravitacionog polja. Potrebna kinetička energija tela jednaka je radu koji je potrebno uložiti na savlađivanje gravitacionih sila pri pomeranju tela sa površine planete do beskonačnosti. Dakle,

$$\frac{1}{2}mv_2^2=\gamma mM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\infty}\right)$$

odakle je

$$v_2=\sqrt{2\gamma\frac{M}{R}}=\sqrt{2\gamma\frac{M}{R^2}R}$$

Za nebeska tela bez rotacije (ili sa rotacijom čiji se efekti mogu zanemariti) ubrzanje slobodnog padanja je $g_0 \approx \gamma M/R^2$, pa je druga kosmička brzina

$$v_2=\sqrt{2g_0R}=\sqrt{2}\cdot v_1$$

Prema tome, druga kosmička brzina za Mesec je

$$v_2=\sqrt{2}\cdot 1{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{s}}\approx 2{,}4\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

200. Za posmatrača na Zemlji, centripetalna sila koja deluje na satelit je, u stvari, gravitaciona sila kojom Zemlja deluje na satelit, pa je

$$\gamma\frac{mM}{(R+h)^2}=\frac{mv^2}{(R+h)}$$

odakle je brzina satelita

$$v=\sqrt{\gamma\frac{M}{R+h}}$$

Imajući u vidu da se može uzeti da je ubrzanje slobodnog padanja na površini Zemlje $g_0 \approx \approx \gamma M/R^2$, prethodna relacija se može napisati u obliku

$$v=\sqrt{g_0R\frac{R}{R+h}}=v_1\sqrt{\frac{R}{R+h}}$$

gde je v_1 — prva kosmička brzina, R — poluprečnik Zemlje, h — visina putanje. Prema uslovu zadatka, pošto je za Zemlju $v_1 = 7{,}9\,\text{km/s}$, dobija se da je

$$v=7{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{s}}\sqrt{\frac{6370\cdot 10^3\,\text{m}}{(6370+200)\cdot 10^3\,\text{m}}}=7{,}78\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Period rotacije satelita je

$$T=\frac{2\pi(R+h)}{v}=\frac{2\pi(R+h)}{v_1}\cdot\sqrt{\frac{R+h}{R}}=$$

$$=88 \text{ min } 24''$$

201. a) $h=\sqrt[3]{\frac{g_0R^2T^2}{4\pi^2}}-R=304 \text{ km};$

b) $v=\frac{2\pi(R+h)}{T}=7{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{s}}.$

202. Iz uslova

$$\gamma\frac{m_M m_Z}{d^2}=\frac{m_M v^2}{d}$$

nalazi se da je

$$m_Z=\frac{v^2 d}{\gamma}=\frac{\left(1\cdot 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\cdot 60\cdot 6370\cdot 10^3\ \text{m}}{6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}}=$$

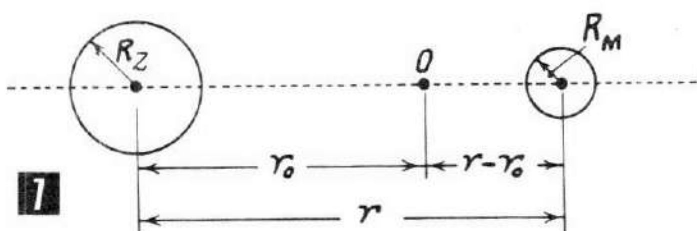
$$=5{,}7\cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

203. Brzina meteorita prilikom pada na Zemlju bila bi jednaka drugoj kosmičkoj brzini. Dakle,

$$v=\sqrt{2g_0R}=\sqrt{2\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6370\cdot 10^3\ \text{m}}=$$

$$=11{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

204. Kosmičkom brodu, da bi stigao na Mesec, potrebno je saopštiti brzinu koja će mu omogućiti da stigne do tačke O **7**, u kojoj je rezultujuća sila Zemljinog i Mesečevog privlačenja jednaka nuli. Prema tome, najmanja



brzina koju je potrebno saopštiti brodu je ona pri kojoj će početna kinetička energija broda

$$E_k=\frac{mv^2}{2}$$

da bude jednaka promeni potencijalne gravitacione energije broda ΔE_p pri prelasku sa Zemlje u tačku O. Kako je

$$\Delta E_p=E_{p2}-E_{p1}=$$

$$=-\gamma\frac{mM_Z}{r_0}-\gamma\frac{mM_M}{r-r_0}-\left(-\gamma\frac{mM_Z}{R_Z}-\gamma\frac{mM_M}{r-R_Z}\right)$$

to je

$$\frac{mv^2}{2}=\gamma m\left(\frac{M_Z}{R_Z}+\frac{M_M}{r-R_Z}-\frac{M_Z}{r_0}-\frac{M_M}{r-r_0}\right)$$

odnosno

$$v=\sqrt{2\gamma\left(\frac{M_Z}{R_Z}+\frac{M_M}{r-R_Z}-\frac{M_Z}{r_0}-\frac{M_M}{r-r_0}\right)}$$

Položaj tačke O dobija se iz uslova da su u toj tački privlačne sile Zemlje i Meseca jednake, pa je

$$\gamma\frac{mM_Z}{r_0^2}=\gamma\frac{mM_Z}{(r-r_0)^2}$$

odakle se nalazi da je

$$r_0=r\frac{-M_Z+\sqrt{M_Z M_M}}{M_M-M_Z}$$

odnosno

$$r_0=r\frac{-M_Z+\sqrt{M_Z\frac{M_Z}{81}}}{\frac{M_Z}{81}-M_Z}=r\frac{-1+\frac{1}{9}}{\frac{1}{81}-1}=$$

$$=60R_Z\cdot\frac{9}{10}=54R_Z$$

Prema tome, korsmički brod će stići do Meseca ako mu se saopšti brzina

$$v=\sqrt{2\gamma\left(\frac{M_Z}{R_Z}+\frac{\frac{1}{81}M_Z}{59R_Z}-\frac{M_Z}{54R_Z}-\frac{\frac{1}{81}M_Z}{6R_Z}\right)}=$$

$$=\sqrt{2\gamma\frac{M_Z}{R_Z}\left(1+\frac{1}{81\cdot 59}-\frac{1}{54}-\frac{1}{81\cdot 6}\right)}=$$

$$=\sqrt{1{,}96\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\cdot\frac{6{,}0\cdot 10^{24}\ \text{kg}}{6{,}4\cdot 10^6\ \text{m}}}=$$

$$=11{,}07\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

205. Da bi se oslobodio Zemljinog privlačenja, brzina kosmičkog broda treba da bude jednaka drugoj kosmičkoj brzini, dakle

$$v=v_2=\sqrt{2g_0R}$$

pa je njegova kinetička energija pri toj brzini

$$E_k=\frac{mv_2^2}{2}=mg_0R=$$

$$=20\cdot 10^3\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6370\cdot 10^3\ \text{m}=$$

$$=1{,}25\ \text{TJ}$$

206. a) $E_k=\frac{mv_1^2}{2}$. Kako je $v_1=\sqrt{g_0R_Z}$, to je

$$E_k=\frac{mg_0R_Z}{2}=$$

$$=\frac{8\cdot10^3\ \text{kg}\cdot9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot6370\cdot10^3\ \text{m}}{2}=0{,}25\ \text{TJ}$$

b) Ako se kosmičkom brodu saopšti kinetička energija E_{k0} prilikom lansiranja, onda je prema zakonu održanja energije

$$E_{k0}-\gamma\frac{mM_Z}{R_Z}=\frac{mv_1^2}{2}-\gamma\frac{mM_Z}{R_Z+h}$$

Kako je $h=0$, to je

$$E_{k0}=\frac{mv_1^2}{2}=\frac{mg_0R_Z}{2}=0{,}25\ \text{TJ}$$

c) Na osnovu zakona održanja energije je

$$A=\Delta E=\left(\frac{mv_2^2}{2}-\gamma\frac{mM_Z}{2R_Z}\right)-\left(\frac{mv_1^2}{2}-\gamma\frac{mM_Z}{R_Z}\right)=$$

$$=\frac{mg_0R_Z}{2}=0{,}25\ \text{TJ}$$

207. $v=v_2=2g_{0m}R_m=2{,}4$ km/s.

208. Da bi napustili Mesec, molekuli treba da imaju brzinu koja je jednaka drugoj kosmičkoj brzini (2,4 km/s). Na Zemlji ova mogućnost je mnogo manje verovatna zato što je druga kosmička brzina za Zemlju veća (11,2 km/s), pa je manja verovatnoća da molekul napusti zonu dejstva gravitacionog polja Zemlje i da ode u kosmički prostor.

6. KRETANJE TELA U GRAVITACIONOM POLJU

209. Pređeni put kod slobodnog padanja je $h=\frac{1}{2}gt^2$, odakle je traženo vreme

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot19{,}62\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}=2\ \text{s}$$

Brzina tela u trenutku pada iznosi

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot19{,}62\ \text{m}}=19{,}62\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kako se menja brzina tela u toku padanja? Nacrtati odgovarajući dijagram brzine.

210. Odnos brzina tela u trenutku pada je

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_2}}=\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}=\frac{8}{5}$$

Pošto je $v_1=gt_1$ i $v_2=gt_2$, vremena padanja su u odnosu

$$\frac{t_1}{t_2}=\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}=\frac{8}{5}$$

211. Prema prethodnom rešenju je

$$\frac{t_1}{t_2}=\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

Odavde se nalazi da je visina h_2 sa koje telo padne za upola kraće vreme $\left(t_2=\frac{1}{2}t_1\right)$ data relacijom

$$h_2=\frac{h_1}{4}$$

što znači da visinu h_1 treba smanjiti za $\Delta h=$ $=h_1-h_2=\frac{3}{4}h_1$, ili za $75\%h_1$.

212. a) Brzina tela na visini h je $v=$ $=\sqrt{v_0^2-2gh}$, odakle je

$$v_0=\sqrt{v^2+2gh}=163\ \text{m/s}$$

b) $h_{\max}=\frac{v_0^2}{2g}=h+\frac{v^2}{2g}=1348$ m.

c) U najvišoj tački putanje brzina tela jednaka je nuli, tj. $v=v_0-gt_0=0$, odakle se dobija vreme kretanja tela do te tačke, $t_0=\frac{v_0}{g}$. Telo će ponovo da padne na zemlju posle vremena

$$t=2t_0=\frac{2v_0}{g}=33{,}3\ \text{s}$$

213. Brzina tela u trenutku pada na Zemlju iznosi

$$v=\sqrt{v_0^2+2gh}=$$

$$=\sqrt{\left(3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2+2\cdot9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot50\ \text{m}}\approx31{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a vreme padanja, na osnovu jednačine $v=$ $=v_0+gt$, iznosi

$$t=\frac{v-v_0}{g}=\frac{31{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}-3\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\approx2{,}9\ \text{s}$$

214. a) Telo će dostići visinu $h_1=\frac{v_0^2}{2g}$ u odnosu na vrh tornja, a u odnosu na Zemlju

$$h=H+h_1=H+\frac{v_0^2}{2g}\approx51{,}2\ \text{m}$$

b) Telo će da padne na zemlju pošto pređe put ABC 1. Put AB do najviše tačke na putanji telo će preći za vreme t_1, koje se dobija iz jednačine $h_1=\frac{1}{2}gt_1^2$, odakle je

$$t_1=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

a put BC za vreme

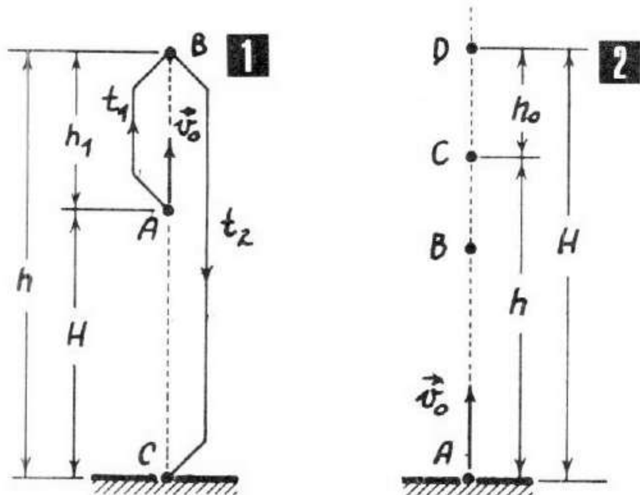
$$t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ukupno vreme kretanja tela je sada

$$t=t_1+t_2=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}+\sqrt{\frac{2h}{g}}\approx 3{,}7\text{ s}$$

c) Brzina tela pri padu na zemlju je

$$v=\sqrt{2gh}\approx 31{,}7\text{ m/s}$$



215. U trenutku kada se prvo telo nalazi u tački D 2, tj. na maksimalnoj visini koju može dostići, drugo telo će se nalaziti u tački B, a za vreme Δt stiglo bi u tačku D, odnosno za vreme $\Delta t/2$ stići će u tačku C. Jasno je da bi ovo telo za vreme $\Delta t/2$ stiglo iz tačke C u D, a to isto vreme potrebno je drugom telu da stigne iz D u C padajući slobodno. (Vreme potrebno da telo bačeno vertikalno naviše dostigne maksimalnu visinu jednako je vremenu za koje telo slobodno padne sa te visine.)

Prema tome, visina tačke C, tj. visina h na kojoj će se tela susresti, može da se odredi ako se od maksimalne visine H, koju dostigne prvo telo, oduzme visina h_0, za koju se prvo telo spustilo iz tačke D za vreme $\Delta t/2$. Dakle,

$$h = H-h_0$$

Kako je

$$H=\frac{v_0^2}{2g},\quad \text{a}\quad h_0=\frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2$$

to je

$$h=\frac{v_0^2}{2g}-\frac{g\Delta t^2}{8}$$

Primedba: Ovaj zadatak može da se reši na osnovu jednačina kretanja prvog i drugog tela, primenjujući uslov da su u tački susreta visine oba tela jednake. Međutim, dato rešenje je neposrednije i njime se ukazuje na neke činjenice do kojih se dolazi iskustvom, što je preporučljivo da se koristi uvek kada je to moguće.

216. a, b) U najvišoj tački putanje brzina tela je $v = 0$, pa je iz jednačine

$$v=v_0-gt_0$$

vreme kretanja tela naviše

$$t_0=\frac{v_0}{g}$$

Isto toliko vremena telo i pada, što znači da će ono da padne na zemlju posle vremena

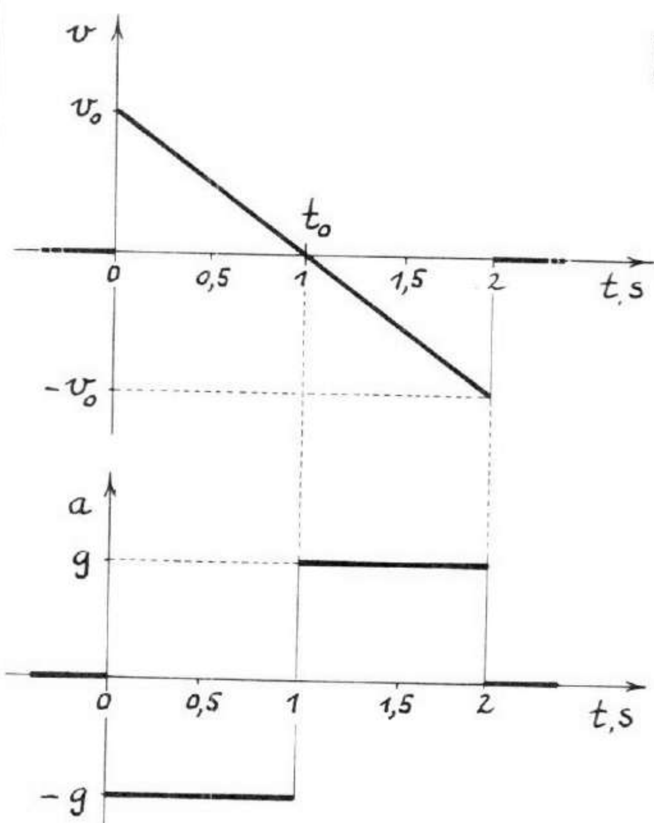
$$t=2t_0=\frac{2v_0}{g}=\frac{2\cdot 10\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}\approx 2\text{s}$$

Telo će dostići visinu

$$h=v_0t_0-\frac{1}{2}gt_0^2=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{\left(10\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}=5{,}1\text{ m}$$

c) Brzina tela pri padu biće

$$v=-v_0=-10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Dijagrami brzine i ubrzanja tela prikazani su na slici 3.

217. Neka je t vreme kretanja tela do trenutka susreta. Pređeni putevi tela za to vreme su **4**

4

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ h_2 &= v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Pošto je $h_1 + h_2 = h$, to je iz prethodnih jednačina

$$h = 2 v_0 t$$

odnosno

$$t = \frac{h}{2 v_0}$$

Kako je h maksimalna visina prvog tela, onda je ona

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Zamenom h sa $v_0^2/2g$ u prethodnoj relaciji dobija se da je

$$t = \frac{v_0}{4g} \quad (2)$$

Na osnovu relacija (1) i (2) dobija se visina tačke A, tj. mesta susreta

$$h_1 = \frac{7}{32} \cdot \frac{v_0^2}{g} \approx 36 \text{ m}$$

dok su brzine tela u tom položaju

$$v_1 = v_0 - gt = \frac{3}{4} v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = v_0 + gt = \frac{5}{4} v_0 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

218. a) Prvo telo do trenutka susreta pređe put

$$H - h = \frac{1}{2} g t^2$$

Za isto vreme drugo telo (pri penjanju) pređe put

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Eliminisanjem vremena t iz ovih jednačina dobija se da je tražena početna brzina

$$v_0 = H \sqrt{\frac{g}{2(H-h)}} = 26{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Maksimalna visina do koje će dospeti drugo telo, pošto mu se saopšti brzina v_0, iznosi

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{H^2}{4(H-h)} = 34{,}7 \text{ m}$$

219. Rastojanje drugog tela **5** od površine zemlje u toku kretanja je

$$y_2 = OA + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

5

gde je $OA = H - h$.

Za vreme

$$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

prvo telo (padajući slobodno) padne na zemlju, ali u istom trenutku na zemlju padne i drugo telo. Znači, tada je $y_2 = 0$, pa je prema relaciji (1)

$$H - h + v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{1}{2} g \frac{2H}{g} = 0$$

odakle je tražena početna brzina drugog tela

$$v_0 = h \sqrt{\frac{g}{2H}} \approx 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

220. Kamen će u ponor da pada slobodno, ubrzanjem g. Ako je t_1 vreme padanja kamena, onda dubina ponora može da se izrazi relacijom $H = \frac{1}{2} g t_1^2$. Odavde je

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Zvuk udara kamena o dno ponora kreće se brzinom c, pa je vreme prostiranja zvuka do ulaza u ponor

$$t_2 = \frac{H}{c}$$

Ukupno vreme t proteklo od trenutka puštanja kamena do trenutka kada se začuje zvuk udara je

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{H}{c}$$

odakle se dobija kvadratna jednačina

$$H^2 - 2H\left(ct + \frac{c^2}{g}\right) + t^2 c^2 = 0$$

čiji realan koren (u fizičkom smislu) $H = 105$ m predstavlja dubinu ponora.

221. Kako su vremena padanja tela sa visine h na Zemlji i Mesecu

$$t_Z = \sqrt{\frac{2h}{g_Z}} \quad \text{i} \quad t_M = \sqrt{\frac{2h}{g_M}}$$

njihov odnos je

$$\frac{t_Z}{t_M}=\sqrt{\frac{g_M}{g_Z}}=\sqrt{\frac{1{,}64\ \frac{m}{s^2}}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}}}=0{,}41$$

222. Da bi telo dostiglo visinu $h = 20$ m, njegova početna brzina treba da bude na:

— Zemlji $v_Z=\sqrt{2g_Zh}=19{,}8$ m/s

— Veneri $v_V=\sqrt{2g_Vh}=18{,}5$ m/s

pa je odnos ovih brzina

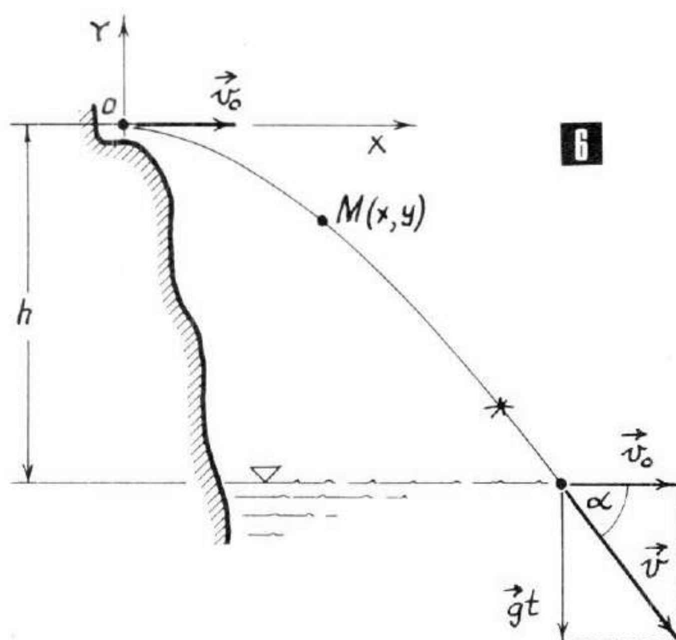
$$\frac{v_Z}{v_V}=\frac{g_Z}{g_V}=1{,}07$$

223. a) Koordinate granate posle vremena t (njen položaj M **6**) jesu:

$$x=v_0t=700\ \frac{m}{s}\cdot 1\ s=700\ m$$

$$y=h-\frac{1}{2}gt^2=$$

$$=50\ m-\frac{1}{2}\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}(1\ s)^2=45{,}1\ m$$



b) Brzina granate u položaju M je

$$v=\sqrt{v_0^2+(gt)^2}=$$

$$=\sqrt{\left(700\frac{m}{s}\right)^2+\left(9{,}81\ \frac{m}{s^2}\cdot 1\ s\right)^2}=$$

$$=700{,}1\ \frac{m}{s}$$

c) Granata će pasti u vodu posle vremena $t_0=\sqrt{2h_0/g}$, pa će njena brzina u tom trenutku da bude

$$v=\sqrt{v_0^2+(gt_0)^2}=$$

$$=\sqrt{v_0^2+2gh_0}=$$

$$=\sqrt{\left(700\frac{m}{s}\right)^2+2\cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}\cdot 50\ m}\approx 700{,}7\ \frac{m}{s}$$

d) Pošto je

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{gt_0}{v_0}=\frac{\sqrt{2gh}}{v_0}=$$

$$=\frac{\sqrt{2\cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}\cdot 50\ m}}{700\ \frac{m}{s}}=0{,}0447$$

nalazi se da je $\alpha = 2°\ 34'$.

e) Vreme tempiranja granate, da bi eksplodirala na visini h_1, treba da bude jednako vremenu t_1 za koje se telo nađe u položaju pri kome je $y = h_0-h_1$, pa je

$$y=h_0-h_1=h_0-\frac{1}{2}gt_1^2$$

odnosno

$$t_1=\sqrt{\frac{2(h_0-h_1)}{g}}=\sqrt{\frac{2(50\ m-10\ m)}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}}}=2{,}86\ s$$

224. Dok se nalazi u avionu bomba se u odnosu na Zemlju kreće brzinom koja je jednaka brzini aviona v_0. Kada se bomba ispusti iz aviona, njena brzina u horizontalnom pravcu neće se promeniti, tj. bomba će se kretati u ovom pravcu ravnomerno brzinom $v_x = v_0$. Njeno kretanje u vertikalnom pravcu biće slobodni pad, pa je $v_y = gt$; $y=\frac{1}{2}gt^2$. Prema tome, kretanje bombe spuštene iz aviona je horizontalni hitac (v. zad. 223).

a) Bomba će pasti na Zemlju posle vremena

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 5500\ m}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}}}=33{,}5\ s$$

b) Vreme tempiranja bombe treba da bude

$$t_1=\sqrt{\frac{2(h-h_1)}{g}}=$$

$$=\sqrt{\frac{2(5500\ m-100\ m)}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}}}=33{,}3\ s$$

c) Brzina bombe u trenutku pada biće

$$v=\sqrt{v_0^2+2gh}=$$

$$=\sqrt{\left(250\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2+2\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5500\ \text{m}}=412{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

jer je $v = 900$ km/h $= 250$ m/s.

d) Ako je avion nastavio da se kreće u horizontalnom pravcu, brzinom $\vec{v}_0$, on će stalno da se nalazi iznad bombe jer se i ona u tom pravcu kreće istom brzinom $\vec{v}_0$.

225. a) Kretanje tela bačenog vertikalno naniže je ravnomerno ubrzano kretanje sa početnom brzinom $\vec{v}_0$ i ubrzanjem $\vec{a} = \vec{g}$, pa će telo put h preći za vreme t, koje je određeno relacijom

$$h=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

odnosno

$$gt^2+2v_0t-2h=0$$

odakle je

$$t_{1/2}=\frac{-v_0\pm\sqrt{v_0^2+2gh}}{g}$$

a pošto vreme ne može da bude negativno, to je vreme padanja tela

$$t_1=\frac{-v_0+\sqrt{v_0^2+2gh}}{g}=3{,}6\ \text{s}$$

Vreme padanja tela bačenog u horizontalnom pravcu je

$$t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}=4{,}5\ \text{s}$$

b) Brzine ovih tela u trenutku pada na tle jesu

$$v_1=v_0t_1+\frac{1}{2}gt_1^2=99{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

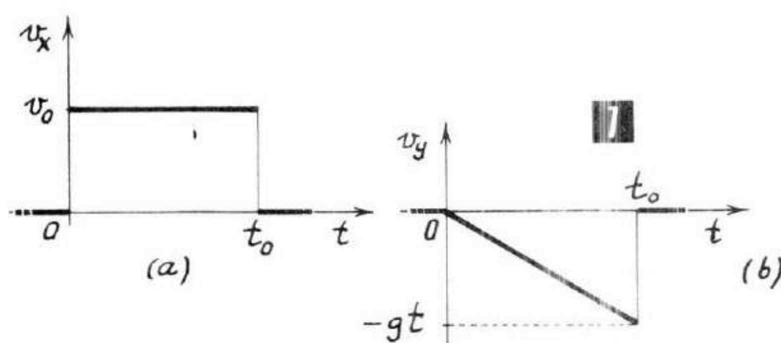
$$v_2=\sqrt{v_0^2+g^2t_2^2}=45{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Rastojanje mesta pada tela jednako je dometu tela bačenog u horizontalnom pravcu, naime

$$d = x_m = v_0t_2 = 45{,}2\ \text{m}$$

226. $h=\frac{1}{2}gt^2=4{,}89$ km.

227. Horizontalna komponenta brzine tela bačenog u horizontalnom pravcu jednaka je početnoj brzini tela v_0 i ne menja se u toku vremena, pa je $v_x(t) = v_0$ **7** (sl. *a*), dok se brzina u vertikalnom pravcu menja tokom vremena kao pri slobodnom padanju, dakle $v_y(t) = -gt$ (sl. *b*.)



228. Pošto je

$$\text{tg}\,\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{gt}{v_0}$$

to je

$$v_0=\frac{gt}{\text{tg}\,\alpha}=\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3\ \text{s}}{\text{tg}\,45^\circ}=29{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

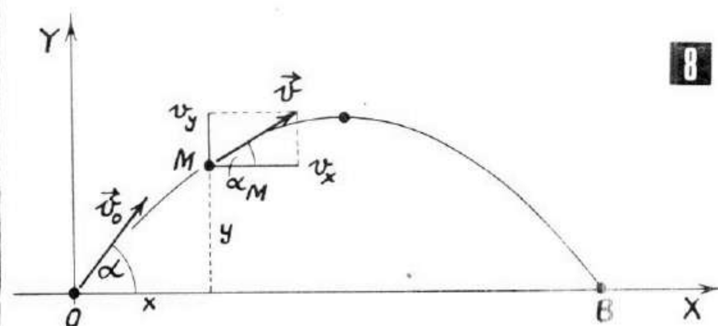
229. a) Koordinate tela (položaja tela M **8**) posle vremena t jesu

$$x=v_0t\cos\alpha=200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2\ \text{s}\cdot\cos 60^\circ=200\ \text{m}$$

$$y=v_0t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2=$$

$$=200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2\ \text{s}\cdot\sin 60^\circ-\frac{1}{2}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(2\ \text{s})^2\approx$$

$$\approx 327\ \text{m}$$



b) Komponente brzine tela su

$$v_x=v_0\cos\alpha=200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\cos 60^\circ=100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_y=v_0\sin\alpha-gt=$$

$$=200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\sin 60^\circ-9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2\ \text{s}=153{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a rezultujuća brzina

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2+\left(153{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}=$$

$$=183{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

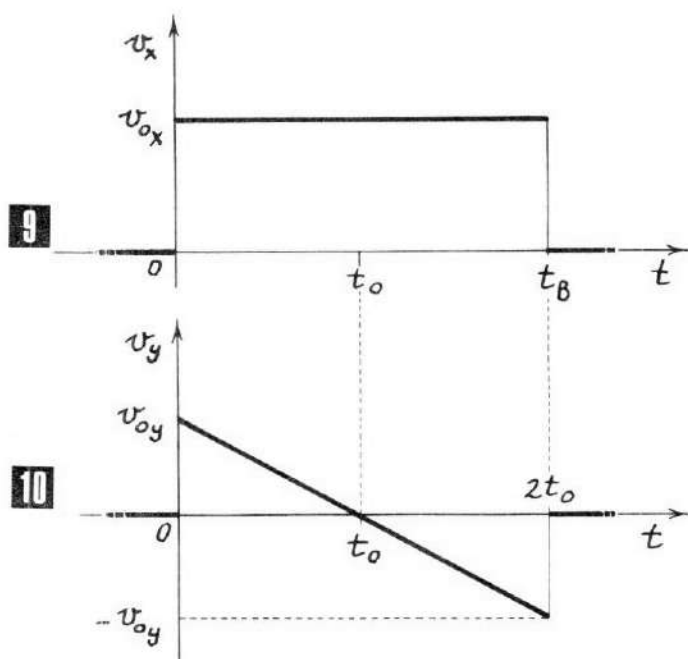
c) Iz relacije

$$\operatorname{tg} \alpha_M = \frac{v_y}{v_x} = \frac{153{,}6 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}{100 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}536$$

nalazi se da je $\alpha_M = 56° \, 56'$.

230. Horizontalna komponenta brzine $v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 100$ m stalna je u toku kretanja tela, pa je njen dijagram kao na slici 9. Vertikalna komponenta brzine 10

$$v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt$$



linearno opada srazmerno vremenu do trenutka

$$t_0 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{200 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 60°}{9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 17{,}7 \text{ s}$$

kada postaje jednaka nuli (u najvišoj tački putanje). Od tog trenutka pa do trenutka $t_B = 2t_0$, kada telo padne na horizontalnu ravan sa koje je izbačeno, brzina (po apsolutnoj vrednosti) linearno raste srazmerno vremenu i u trenutku t_B ona iznosi

$$v_{yB} = v_0 \sin\alpha - g t_B =$$

$$= v_0 \sin\alpha - g \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} =$$

$$= -v_0 \sin\alpha = -200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 60° = -173{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

što znači da je jednaka vertikalnoj komponenti početne brzine ($v_{y0} = v_0 \sin\alpha$) samo ima suprotan smer.

231. Iz relacije za domet

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

nalazi se da je

$$\sin 2\alpha = \frac{g x_{max}}{v_0^2} = \frac{9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3200 \text{ m}}{\left(500 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 0{,}126$$

odakle je $\alpha = 3° \, 36'$.

232. Brzina granate je

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

gde je

$$v_x = v_0 \cos\alpha$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

Pošto se komponenta brzine v_x ne menja tokom kretanja granate, to znači da će brzina v biti najmanja u trenutku t_0 kada je $v_y = 0$, tj. kada je $v_0 \sin\alpha - g t_0 = 0$, odakle je vreme kretanja granate do ovog položaja $t_0 = v_0 \sin\alpha / g$. Tada je brzina granate

$$v = \sqrt{v_x^2 + 0} = v_x = v_0 \cos\alpha$$

Prema uslovu zadatka

$$v \geqslant 0{,}8 v_0, \quad \text{tj.} \quad v_0 \cos\alpha \geqslant 0{,}8 v_0$$

nalazi se da je $\cos\alpha \geqslant 0{,}8$, što znači da elevacioni ugao treba da bude $\alpha \leqslant 36° \, 52'$.

233. Iz uslova $x_{max} = y_{max}$, tj.

$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

nalazi se da je

$$\sin^2\alpha = 2 \sin 2\alpha, \text{ ili } \sin^2\alpha = 4 \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

odakle je $\operatorname{tg}\alpha = 4$, tj. $\alpha \approx 76°$.

234. Iz relacije za domet

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

početna brzina je

$$v_0 = \sqrt{\frac{g x_{max}}{\sin 2\alpha}}$$

i ona će imati najmanju vrednost kada $\sin 2\alpha$ ima najveću vrednost, tj. kada je $\sin 2\alpha = 1$, odnosno kada je $\alpha = 45°$. Tada je

$$v_0 = \sqrt{g x_{max}} = \sqrt{9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ m}} \approx 700 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

235. Domet kosog hica

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

biće optimalan kada je $\sin 2\alpha = 1$, tj. kada je $\alpha = 45°$. Tada je

$$x_{opt} = \frac{v_0^2}{g}$$

Maksimalna visina kosog hica

$$y_{max}=\frac{v_0^2 \sin^2\alpha'}{2g}$$

biće optimalna kada je $\sin\alpha' = 1$, tj. kada je $\alpha' = 90°$. Tada je

$$y_{opt}=\frac{v_0^2}{2g}$$

Odgovarajuća vremena kretanja tela u ovim slučajevima su

$$t_1=\frac{2v_0 \sin\alpha'}{g} \quad \text{i} \quad t_2=\frac{2v_0 \sin\alpha'}{g}$$

pa je njihov odnos

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'}=\frac{\sin 45°}{\sin 90°}=0{,}707$$

236. a) $x_{max}=\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}=$

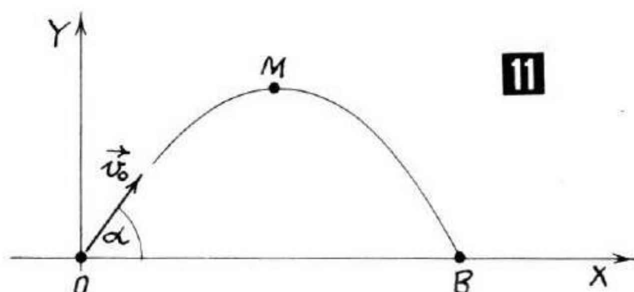
$$=\frac{\left(100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\cdot\sin 60°}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=882{,}7\text{ m}$$

$$y_{max}=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}=$$

$$=\frac{\left(100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\sin^2 30°}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=254{,}8\text{ m}$$

b) **11** $t_{OM}=t_{MB}=\dfrac{v_0\sin\alpha}{g}=$

$$=\frac{100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\sin 30°}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=5{,}1\text{ s};$$



c) $v_B=v_0=100$ m/s;

d) $v_{min}=v_M=v_0\cos\alpha=$

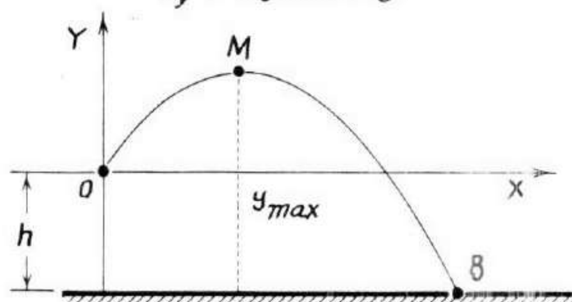
$$=100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\cos 30°=86{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

237. a) Jednačine kretanja ovog tela su **12**

$$\left.\begin{aligned}x&=v_0 t\cos\alpha\\ y&=h+v_0 t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

dok su komponente brzine

$$v_x = v_0\cos\alpha$$
$$v_y = v_0\sin\alpha-gt$$



Za najvišu tačku putanje M je $v_y = 0$, tj. $v_0\sin\alpha-gt_0 = 0$, odakle je vreme kretanja tela do ovog položaja $t_0 = v_0\sin\alpha/g$, pa je prema relaciji (1) najveća visina tela (tačka M)

$$y_{max}=h+\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}=15{,}1\text{ m}$$

b) Vreme kretanja tela na silaznom delu putanje MB jednako je vremenu za koje bi telo slobodno palo sa visine y_{max}, tj.

$$t_0'=\sqrt{\frac{2y_{max}}{g}}=\frac{1}{g}\sqrt{2gh+v_0^2\sin^2\alpha}$$

pa je vreme kretanja tela do pada na zemlju (tačka B)

$$t_B=t_0+t_0'=\frac{1}{g}\left(v_0\sin\alpha+\sqrt{2gh+v_0^2\sin^2\alpha}\right)$$

a horizontalna udaljenost tog mesta je

$$x_B=v_0\cos\alpha\, t_B=$$

$$=\frac{v_0\cos\alpha}{g}\left(v_0\sin\alpha+\sqrt{2gh+v_0^2\sin^2\alpha}\right)=$$

$$=48{,}1\text{ m}$$

238. a) $t = 2v_2/g$.

b) Telo će da padne na isto mesto na brodu sa koga je bačeno.

239. $S=\pi x_{opt}^2=\pi\left(\dfrac{v_0^2}{g}\right)^2=1{,}74$ ha.

240. $\dfrac{(x_{max})_M}{(x_{max})_Z}=\dfrac{g_Z}{g_M}=\dfrac{9{,}81\text{ m/s}^2}{1{,}62\text{ m/s}^2}\approx 6.$

241. $(x_{max})_S=(x_{max})_Z\cdot\dfrac{g_Z}{g_S}\approx 3{,}6$ m.

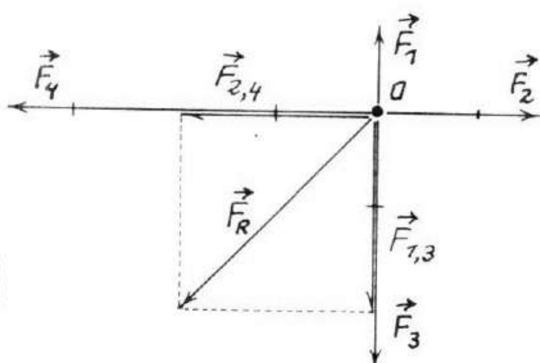
7. RAVNOTEŽA SILA. RAVNOTEŽA MOMENATA

242. Intenzitet rezultante sila $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_3$ je

$$F_{1,3}=F_3-F_1=30\text{ N}-10\text{ N}=20\text{ N}$$

dok je intenzitet rezultante sila $\vec{F}_2$ i $\vec{F}_4$

$$F_{2,4}=F_4-F_2=40\text{ N}-20\text{ N}=20\text{ N}$$



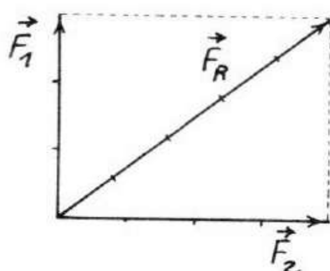
Vektorski zbir rezultanti $\vec{F}_{1,3}$ i $\vec{F}_{2,4}$ predstavlja rezultantu date četiri sile **1** Intenzitet ove rezultante je

$$F_R=\sqrt{F_{1,3}^2+F_{2,4}^2}=$$

$$=\sqrt{(20\text{ N})^2+(20\text{ N})^2}=28{,}3\text{ N}$$

243. Intenzitet rezultante $\vec{F}_R$ ovih sila jednak je dijagonali paralelograma čije su stranice sile $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ **2** Naime,

$$F_R=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{(6\text{ N})^2+(8\text{ N})^2}=10\text{ N}$$



dok je traženo ubrzanje tela

$$a=\frac{F_R}{m}=\frac{10\text{ N}}{1\text{ kg}}=10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ako je telo bilo u mirovanju pre početka dejstva sila, ono će se kretati u pravcu i smeru dejstva rezultante $\vec{F}_R$ povećavajući svoju brzinu po zakonu

$$v(t)=at$$

244. Primenom pravila za slaganje sila dobija se da je intenzitet rezultante ovih sila

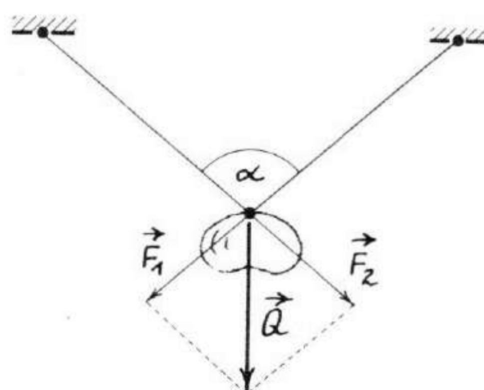
$$F_R=60\text{ N}$$

i da ona deluje u pravcu i smeru dejstva sile $\vec{F}_5$. Intenzitet ubrzanja tela je, prema tome,

$$a=\frac{F_R}{m}=\frac{60\text{ N}}{4\text{ kg}}=15\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

a pravac i smer ubrzanja $\vec{a}$ su isti kao i sile $\vec{F}_R$, tj. $\vec{F}_5$.

245. Žice opterećuje težina tela $\vec{Q}$ **3**, čija je napadna tačka u tački vešanja tela (spoja žica), dok je intenzitet težine $\vec{Q}$ jednak intenzitetu sile teže $\vec{P}=m\vec{g}$ (dakle $Q=mg$) ukoliko je sistem u mirovanju ili ravnomernom kretanju.



Žice istežu sile $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$, koje su jednake po intenzitetu (dakle, $F_1=F_2=F$). Pošto je ugao $\alpha=90°$, to je

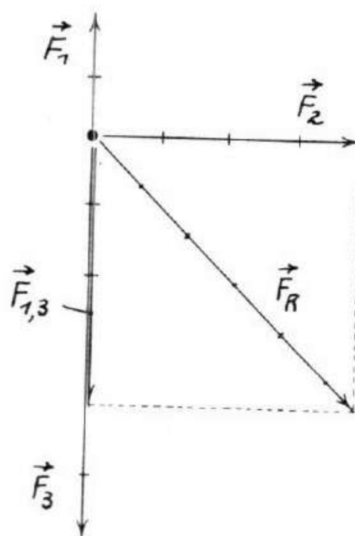
$$F=\frac{Q}{\sqrt{2}}=\frac{mg}{\sqrt{2}}=\frac{141\text{ kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1{,}41}=981\text{ N}$$

Kada bi se jedna žica prekinula, druga žica bi bila opterećena celokupnom težinom tela Q, pa bi tada sila zatezanja žice bila

$$F=Q=mg=141\text{ kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\approx 1383\text{ N}$$

246. Pošto su sile $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_3$ istog pravca a suprotnog smera **4** intenzitet njihove rezultante je

$$F_{1,3}=F_3-F_1=60\text{ N}-20\text{ N}=40\text{ N}$$



Vektorski zbir sile $\vec{F}_{1,3}$ i sile $\vec{F}_2$ daje traženu rezultujuću silu F_R. Njen intenzitet je

$$F_R=\sqrt{F_{1,3}^2+F_2^2}=$$

$$=\sqrt{(40\ \mathrm{N})^2+(40\ \mathrm{N})^2}=56{,}6\ \mathrm{N}$$

Ako je telo pre početka dejstva sila bilo u mirovanju, onda će se ono kretati u pravcu i smeru rezultujuće sile $\vec{F}_R$. Brzina tela bila bi

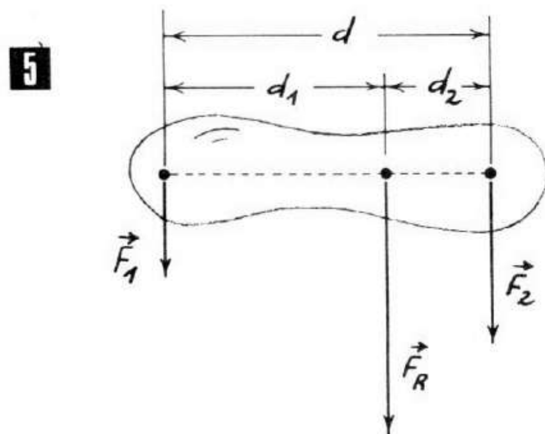
$$v=at=\frac{F_R}{m}t=$$

$$=\frac{56{,}6\ \mathrm{N}}{0{,}1\ \mathrm{kg}}\cdot 1\ \mathrm{s}=566\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

247. Rezultanta dveju paralelnih sila, $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$, istog smera paralelna je datim silama i ima isti smer, dok je njen intenzitet jednak zbiru intenziteta ovih sila **5**. Dakle,

$$F_R=F_1+F_2=100\ \mathrm{N}+200\ \mathrm{N}=300\ \mathrm{N}$$

5



Normalna rastojanja napadne linije rezultujuće sile do napadnih linija datih sila obrnuto su srazmerna intenzitetima tih sila. Naime,

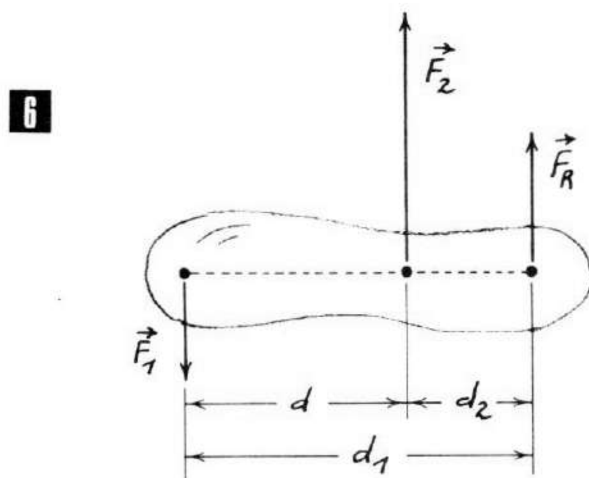
$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{F_2}{F_1}$$

gde je $d_1+d_2=d$, pa se iz ovih dveju jednačina dobija da je

$$d_1=\frac{d\cdot F_2}{F_1+F_2}=\frac{2\ \mathrm{m}\cdot 200\ \mathrm{N}}{300\ \mathrm{N}}=1{,}33\ \mathrm{m}$$

248. Rezultanta dveju paralelnih sila suprotnog smera (antiparalelnih sila) paralelna je njima i ima smer veće sile, a njena napadna

6



linija je na spoljašnjoj strani, do veće sile **6**. Intenzitet ove rezultante je

$$F_R=F_2-F_1=40\ \mathrm{N}-20\ \mathrm{N}=20\ \mathrm{N}$$

Normalna rastojanja napadne linije rezultujuće sile do napadnih linija datih sila obrnuto su srazmerna intenzitetima tih sila. Naime,

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{F_2}{F_1}$$

Pošto je $d_1-d_2=d$, onda je

$$d_1=\frac{d\cdot F_2}{F_2-F_1}=\frac{1\ \mathrm{m}\cdot 40\ \mathrm{N}}{20\ \mathrm{N}}=2\ \mathrm{m}$$

$$d_2=d_1-d=2\ \mathrm{m}-1\ \mathrm{m}=1\ \mathrm{m}$$

Dakle, napadna linija rezultujuće sile $\vec{F}_R$ udaljena je 1 m od napadne linije sile većeg intenziteta.

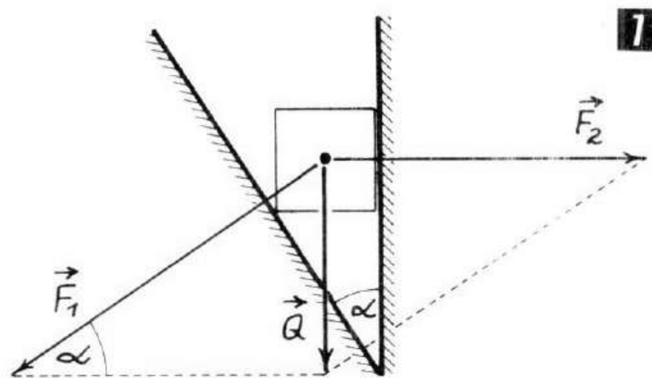
249. Sile kojima telo deluje na ravni jednake su komponentama sile teže duž pravaca normalnih na te ravni **7**. Sa slike se vidi da je $F_1 \sin\alpha = mg$, odakle je

$$F_1=\frac{mg}{\sin\alpha}$$

dok je

$$F_2=mg\ \mathrm{ctg}\ \alpha$$

7



Pošto je $m=100$ kg, $g=9{,}81$ m/s², $\alpha=30°$, zamenom se dobija da je $F_1=1{,}96$ kN i $F_2=$ $=1{,}70$ kN.

250. $F_1=\dfrac{mg}{\cos\alpha}=1{,}13$ kN;

$$F_2=mg\ \mathrm{tg}\ \alpha=0{,}57\ \mathrm{kN}.$$

251. Pošto na kocku B **8** deluje sila teže $\vec{P}_B=m_B\vec{g}$, reakcija podloge $\vec{R}_B$ i reakcija druge kocke F_{BA}, ona će da bude u ravnoteži ako je rezultanta ovih sila jednaka nuli, tj. kada je

$$\vec{F}=\vec{P}_B+\vec{R}_B+\vec{F}_{BA}=0$$

Pošto ove sile leže na istoj ravni, prethodni uslov biće ispunjen ako je zbir projekcija tih sila u pravcu X-ose i Y-ose jednak nuli, tj.

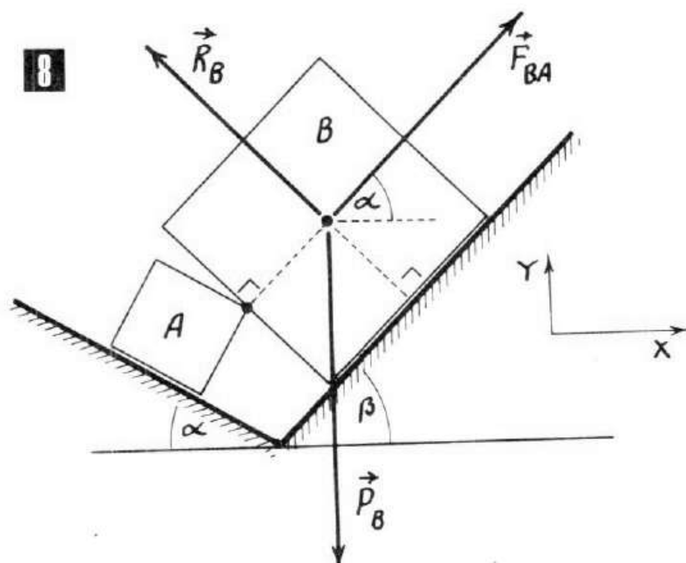
$$\Sigma\vec{F}_x=0 \quad \mathrm{i} \quad \Sigma\vec{F}_y=0$$

Prema tome, potrebno je da bude ostvaren uslov

$$F_{BA}\cos\beta + R_B\cos(90^\circ+\beta) = 0$$

$$F_{BA}\sin\beta + R_B\sin(90^\circ+\beta) + P_B\sin 270^\circ = 0$$

8



odnosno

$$F_{BA}\cos\beta - R_B\sin\beta = 0$$

$$F_{BA}\sin\beta + F_{AB}\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\cdot\cos\beta = P_B$$

odakle je

$$F_{BA} = P_B\sin\beta = m_B g\sin\alpha =$$

$$= 30\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\sin 45^\circ \approx 208\ \text{N}$$

$$R_B = P_B\cos\beta = m_B\, g\cos\beta =$$

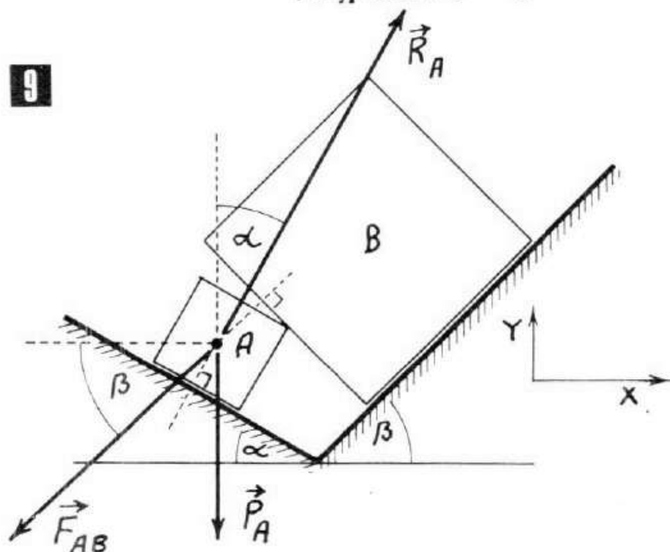
$$= 30\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\cos 45^\circ \approx 208\ \text{N}$$

Na kocku A **9** deluje kocka B silom $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} = -\vec{P}_B\sin\beta$, reakcija podloge $\vec{R}_A$ i sila teže $\vec{P}_A = m_A\vec{g}$, pa je analogni uslov njene ravnoteže

$$R_A\cos(90^\circ-\alpha) + F_{AB}\cos(180^\circ+\beta) = 0$$

$$R_A\sin(90^\circ-\alpha) + F_{AB}\sin(180^\circ+\beta) + P_A\sin 270^\circ = 0$$

9



odnosno

$$R_A\sin\alpha - F_{AB}\cos\beta = 0$$

$$R_A\cos\alpha - F_{AB}\sin\beta = P_A$$

odakle je

$$R_A = F_{AB}\frac{\cos\beta}{\sin\alpha} = P_B\sin\beta\,\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}$$

a pošto je $\sin\beta\cdot\cos\beta = \frac{\sin 2\beta}{2}$ i $P_B = m_B g$, to je

$$R_A = m_B g\,\frac{\sin 2\beta}{2\sin\alpha} =$$

$$= 30\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{\sin 90}{2\sin 30} = 294\ \text{N}$$

Masa manje kocke je

$$m_A = \frac{R_A\cos\alpha - F_{AB}\sin\beta}{g} =$$

$$= m_B\left(\frac{\sin 2\beta}{2\sin\alpha}\cdot\cos\alpha - \sin\beta\cdot\sin\alpha\right) =$$

$$= m_B\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cos(\alpha+\beta) =$$

$$= 30\ \text{kg}\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\cos 75^\circ \approx 11\ \text{kg}$$

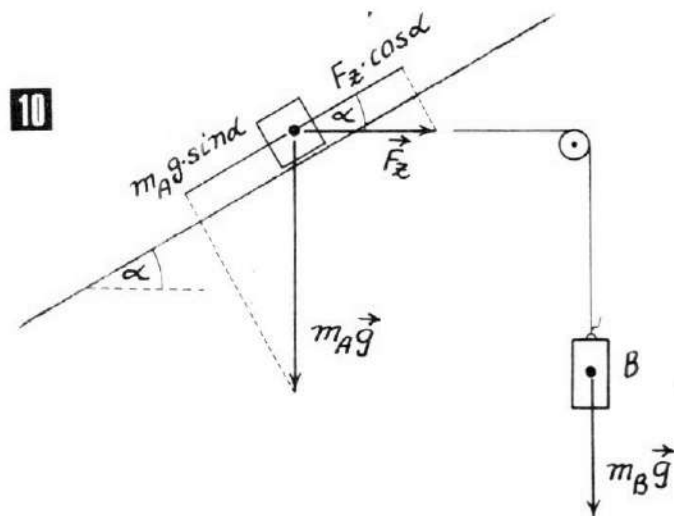
Prema tome:

a) masa manje kocke je 11 kg;

b) sile kojima kocke deluju na podlogu jednake su silama kojima podloga deluje na kocke (III Njutnov zakon), pa je $F_A = R_A = 294$ N i $F_B = R_B = 208$ N.

c) Kocke međusobno deluju silom $F_{AB} = F_{BA} = 208$ N.

10



252. Telo će da miruje na strmoj ravni **10** ako su jednake po intenzitetu komponenta sile teže $m_A g\sin\alpha$ i komponenta sile zatezanja užeta $F_z\cos\alpha$ u pravcu strme ravni. Naime,

$$m_A g\sin\alpha = F_z\cos\alpha$$

a pošto je $F_z = m_B g$, onda je

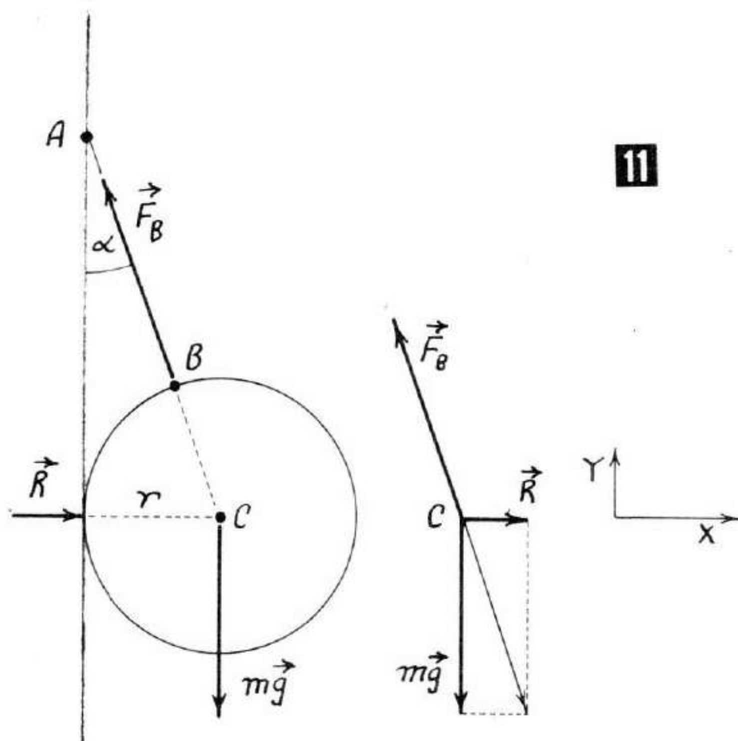
$$m_A g\sin\alpha = m_B g\cos\alpha$$

odakle je

$$m_B = m_A \operatorname{tg}\alpha = 20\ \text{kg}\cdot\operatorname{tg} 30^\circ = 11{,}5\ \text{kg}.$$

253. $F_{min} = mg\sin\alpha = 245$ N.

254. Na kuglu **11** deluje sila teže $\vec{P} = m\vec{g}$, reakcija zida $\vec{R}$ i reakcija užeta $\vec{F_B}$ (u tački B).



Iz uslova ravnoteže ovih sila $\Sigma \vec{F_x} = 0$ i $\Sigma \vec{F_y} = 0$ nalazi se da je

$$F_B \cos\alpha - mg = 0$$

$$R - F_B \sin\alpha = 0$$

odakle je

$$F_B = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

a pošto je

$$\sin\alpha = \frac{r}{l+r} = \frac{r}{2r+r} = \frac{1}{3} \quad \text{i} \quad m = \rho v = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

to je

$$F_B = \frac{4}{3}\frac{\pi r^3 \rho g}{\sqrt{1-\frac{1}{9}}} = \sqrt{2}\pi\rho g r^3$$

Sila zatezanja užeta $\vec{F_z}$ jednaka je po intenzitetu sili $\vec{F_B}$.

255. Pokazivanja dinamometra kada je uže vezano u tački A i u tački B jednaka su i iznose $F = mg = 980$ N.

256. Najveći intenzitet momenta sile kojom čovek deluje na mesto ukleštenja balkona biće kada se on nalazi na ivici balkona. Tada je

$$\mathcal{M} = l\cdot Q = l\cdot mg = 1\ \text{m}\cdot 80\ \text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 785\ \text{m}\cdot\text{N}$$

257. Pošto je $\mathcal{M} = l\cdot F$, krak sile je

$$l = \frac{\mathcal{M}}{F} = \frac{300\ \text{m}\cdot\text{N}}{150\ \text{N}} = 2\ \text{m}$$

258. $F = \dfrac{\mathcal{M}}{l} = \dfrac{60\ \text{m}\cdot\text{N}}{0{,}30\ \text{m}} = 200$ N.

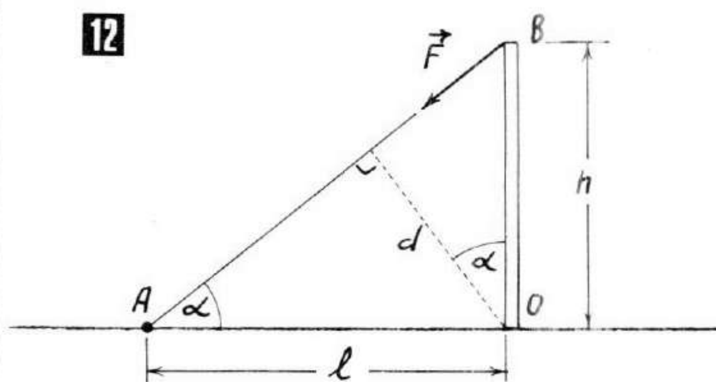
259. $\mathcal{M} = D\cdot F = 0{,}25\ \text{m}\cdot 100\ \text{N} = 25\ \text{m}\cdot\text{N}$.

260. Ako na vrh stuba **12** deluje sila intenziteta $F = 600$ N, onda je krak te sile u odnosu na podnožje stuba O

$$d = h\cos\alpha$$

a njen moment je

$$\mathcal{M} = d\cdot F = h\cos\alpha\cdot F$$



Iz pravouglog trougla AOB čija je hipotenuza

$$AB = \sqrt{h^2 + l^2}$$

dobija se da je

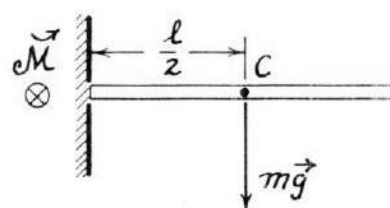
$$\cos\alpha = \frac{l}{\sqrt{h^2+l^2}}$$

pa je

$$\mathcal{M} = \frac{F\cdot l^2}{\sqrt{h^2+l^2}} \approx 4{,}7\cdot 10^3\ \text{m}\cdot\text{N}$$

jer je $F = 600$ N, $h = 8$ m, $l = 10$ m.

261. Pošto se težište grede **13** nalazi na polovini njene dužine, intenzitet momenta



13

sile teže kojim ona opterećuje zid biće

$$\mathcal{M} = \frac{l}{2}\cdot mg = 1\ \text{m}\cdot 30\ \text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 294\ \text{m}\cdot\text{N}$$

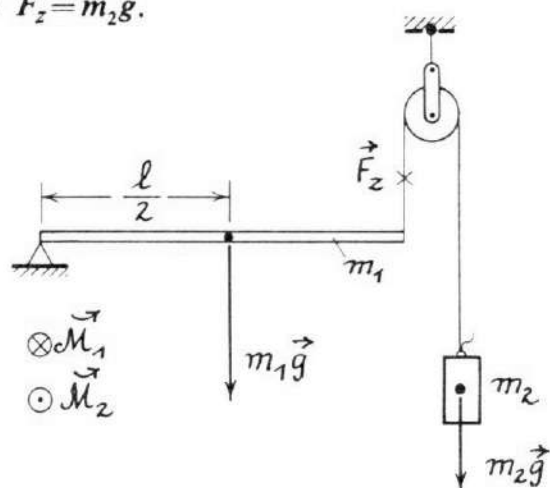
262. Na gredu **14** deluje moment sile teže $m_1\vec{g}$, čiji je intenzitet

$$\mathcal{M}_1 = \frac{l}{2}\cdot m_1 g$$

i moment sile zatezanja užeta $\vec{F_z}$, čiji je intenzitet

$$\mathcal{M}_2 = l \cdot m_2 g$$

jer je $F_z = m_2 g$.



Pošto su momenti $\vec{\mathcal{M}}_1$ i $\vec{\mathcal{M}}_2$ istih pravaca a suprotnih smerova, to je intenzitet rezultujućeg momenta

$$\mathcal{M}_R = \mathcal{M}_2 - \mathcal{M}_1 = l \cdot m_2 g - \frac{l}{2} \cdot m_1 g =$$

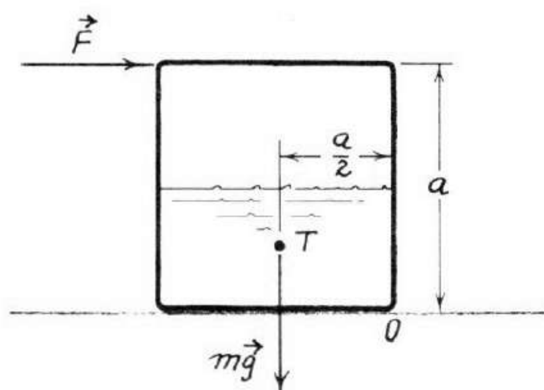
$$= gl\left(m_2 - \frac{m_1}{2}\right) = 274{,}7 \text{ m} \cdot \text{N}$$

jer je $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$, $l = 2$ m, $m_2 = 20$ kg i $m_1 = 12$ kg.

Smer momenta $\vec{\mathcal{M}}_R$ je isti kao i momenta $\vec{\mathcal{M}}_2$.

263. Da bi se kocka **15** prevrnula oko ose O, potrebno je da intenzitet momenta sile $\vec{F}$ u odnosu na osu O bude veći ili, u krajnjem slučaju, jednak intenzitetu momenta sile teže $\vec{P} = m\vec{g}$ u odnosu na istu osu. Dakle, potrebno je da se ostvari uslov $\mathcal{M}_F \geqslant \mathcal{M}_Q$, tj.

$$a \cdot F \geqslant \frac{a}{2} \cdot mg$$

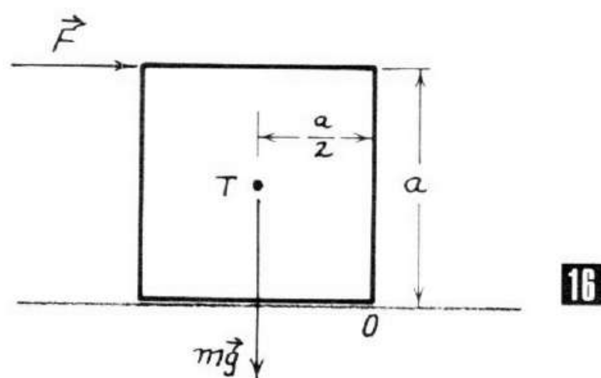


Minimalna vrednost intenziteta sile $\vec{F}$ odgovara znaku jednakosti u prethodnom izrazu, iz koga se nalazi da je

$$F_{\min} = \frac{mg}{2} = \frac{100 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} = 490{,}5 \text{ N}$$

Lako se može zaključiti da je na kocku u daljim fazama obrtanja potrebno delovati sve manjom i manjom silom, a u krajnjem slučaju, kada se težište kocke T nađe iznad ose obrtanja, ta sila je jednaka nuli. Kocka će dalje sama da se obrće pod dejstvom momenta $\vec{\mathcal{M}}_Q$.

264. Pošto se napadna tačka sile teže **16** nalazi u središtu dela kocke koji je ispunjen vodom, minimalna vrednost intenziteta sile $\vec{F}$,



kojom se ova kocka može obrnuti oko ose O, nalazi se iz relacije (videti prethodni zadatak)

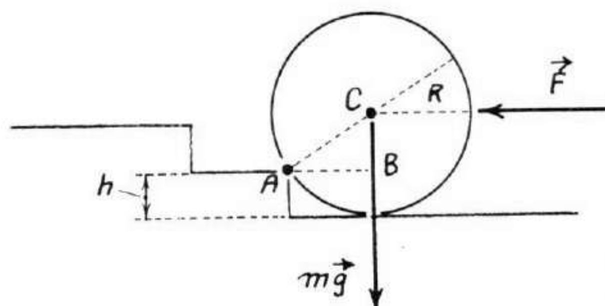
$$F_{\min} = \frac{mg}{2}$$

gde je $m = \rho V = \rho a^3/2$. Ako se uzme da je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, onda je

$$F = \frac{\rho g a^3}{4} = \frac{1000 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ m})^3}{4} =$$

$$= 2\,453 \text{ N}$$

265. Da bi se telo podiglo na stepenik **17**, potrebno je da intenzitet momenta sile $\vec{F}$ u odnosu na osu A bude veći ili, u graničnom



slučaju, jednak intenzitetu momenta sile teže $m\vec{g}$ tela u odnosu na istu osu. Dakle, potrebno je da bude ostvaren uslov

$$\mathcal{M}_F \geqslant \mathcal{M}_{mg}$$

Kako je $\mathcal{M}_F = F \cdot CB$, a $\mathcal{M}_{mg} = mg \cdot BA$, u graničnom slučaju je

$$F \cdot CB = mg \cdot BA$$

Pošto je $F = mg$, to je $CB = BA$, odnosno (prema slici)

$$R - h = \sqrt{R^2 - (R-h)^2}$$

odakle se nalazi da je

$$h = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} R$$

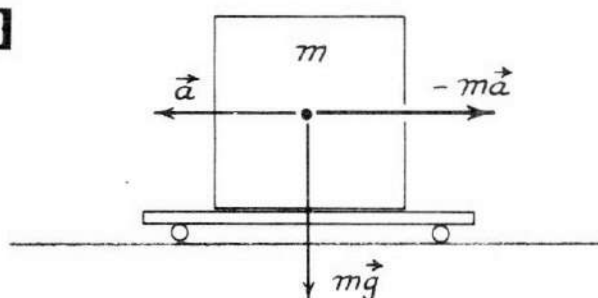
11*

U datom slučaju $h<R$, pa je realan koren prethodne jednačine (u fizičkom smislu)

$$h=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)R\approx 0{,}29\,R$$

266. Kocka će se prevrnuti (i dalje prevrtati) oko svoje zadnje ivice koja prolazi kroz tačku O ako je intenzitet momenta inercijalne sile $-m\vec{a}$ veći (u graničnom slučaju jednak) od intenziteta momenta sile teže kocke $m\vec{g}$ **18**

18



Dakle, za prevrtanje kocke potrebno je da bude

$$\mathcal{M}_{ma}\geqslant \mathcal{M}_{mg}$$

Kako su u odnosu na osu O intenziteti ovih momenata

$$\mathcal{M}_{ma}=\frac{b}{2}\cdot ma, \quad \text{a} \quad \mathcal{M}_{mg}=\frac{b}{2}\cdot mg$$

to je

$$\frac{b}{2}\cdot ma\geqslant \frac{b}{2}\cdot mg$$

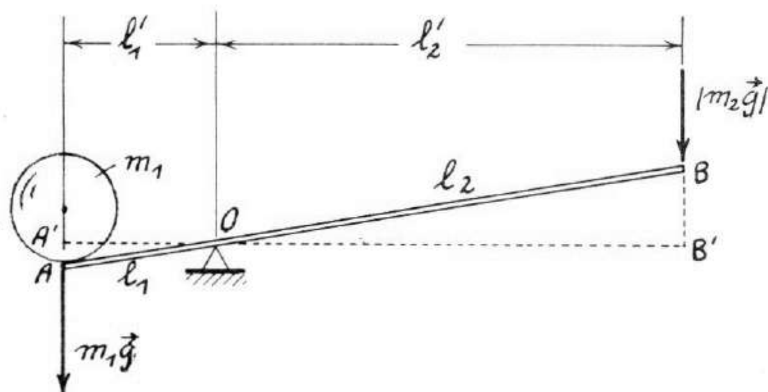
odakle se dobija da je potrebno ubrzanje

$$a\geqslant g=9{,}81\ \text{m/s}^2$$

267. Uslov ravnoteže poluge AB **19** je

$$\mathcal{M}_{m_1g}=\mathcal{M}_{m_2g}, \quad \text{tj.} \quad l_1'\cdot m_1g=l_2'\cdot m_2g$$

19



Iz sličnosti trouglova OA'A i OB'B nalazi se da je

$$\frac{l_1}{l_1'}=\frac{l_2}{l_2'}$$

pa se prethodni uslov može napisati u obliku

$$l_1\cdot m_1g=l_2\cdot m_2g$$

Pošto je $l=l_1+l_2$, iz prethodne relacije nalazi se da je

$$l_2=l\,\frac{m_1}{m_1+m_2}=1{,}4\,\text{m}\cdot\frac{200\ \text{kg}}{200\ \text{kg}+80\ \text{kg}}=1\ \text{m}$$

Rezultat ukazuje da polugu treba postaviti na oslonac na udaljenosti $l_1=0{,}4$ m od napadne tačke tereta Q_1.

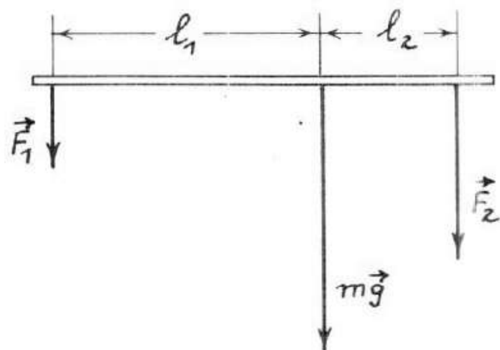
268. Prema prethodnom zadatku, intenzitet sile kojom poluga deluje je

$$F_2=F_1\cdot\frac{l_1}{l_2}$$

gde je F_1 — intenzitet sile kojom se na polugu deluje, a l_1/l_2 odnos krakova ovih sila. Kako je prema uslovu zadatka $\frac{l_1}{l_2}=3$, odnosno 4, odnosno 5, nalazi se da je $F_2=3F_1$, odnosno $4F_1$, odnosno $5F_1$. Mehanička prednost poluge u ovim slučajevima je $\mathcal{T}=3$, 4 i 5.

269. Sile $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ kojima teret deluje na ramena radnika predstavljaju komponente težine tereta $\vec{Q}$ **20**. Sila $\vec{Q}$ može da se shvati kao rezultanta tih komponenti, što znači da intenziteti komponenata $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ moraju da zadovoljavaju uslov

$$Q=F_1+F_2 \tag{1}$$



20

Osim toga, u ovom slučaju postoji i ravnoteža momenata sila $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ u odnosu na napadnu tačku rezultante $\vec{Q}$.

Ako se sa l_1 i l_2 obeleže rastojanja napadnih linija komponenata od napadne linije rezultante $\vec{Q}_1$, onda se za jednu tačku na ovoj napadnoj liniji može napisati da je

$$l_1\cdot F_1=l_2\cdot F_2 \tag{2}$$

Iz jednačina (1) i (2) nalazi se da je

$$F_1=Q\,\frac{l_2}{l_1+l_2}$$

Ukoliko teret nema ubrzanje u vertikalnom pravcu, tada je $Q=mg$, pa je

$$F_1=mg\,\frac{l_2}{l_1+l_2}=$$

$$=100\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{0{,}4\ \text{m}}{0{,}6\ \text{m}+0{,}4\ \text{m}}\approx 0{,}39\ \text{kN}$$

i $F_2 \approx 0{,}59$ kN. Prema tome, prvi radnik trpi silu intenziteta 0,39 kN, a drugi silu intenziteta 0,59 kN.

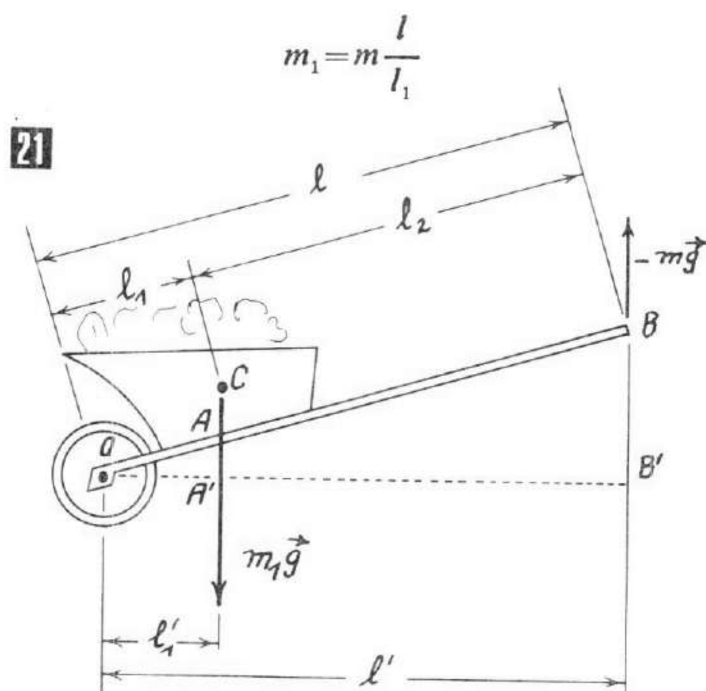
270. Pošto momenti spregova koji deluju na točak imaju isti pravac a suprotan smer, to je intenzitet rezultujućeg momenta

$$\mathcal{M}_R = \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2 = d_1 \cdot F_1 - d_2 \cdot F_2 =$$
$$= 1\ \text{m} \cdot 25\ \text{N} - 0{,}3\ \text{m} \cdot 40\ \text{N} =$$
$$= 13\ \text{m} \cdot \text{N}$$

271. Na sličan način kao u zadatku 267, iz uslova ravnoteže poluge i sličnosti trouglova AOA′ i BOB′ **21** dobija se da je masa tereta koji radnik može da nosi

$$m_1 = m\frac{l}{l_1}$$

21



Kako je $m = 50$ kg, $l = l_1 + l_2 = 90\ \text{cm} + 30\ \text{cm} = 120\ \text{cm}$ i $l_1 = 30$ cm, zamenom se dobija da je $m_1 = 200$ kg.

272. a) Kofa napunjena vodom izložena je dejstvu sile teže $m\vec{g}$ i sile $\vec{F'}$ zatezanja konopca. Ako se kofa podiže ravnomerno (stalnom brzinom), onda je potrebna sila najmanja.

Na vratilo deluje sila zatezanja konopca $\vec{F'}(F' = mg)$ i sila $\vec{F}$ kojom se deluje na ručicu. Kofa će se kretati ravnomerno naviše ako su momenti ovih sila u ravnoteži. Ovaj uslov (u odnosu na osovinu vratila) može se napisati u obliku

$$R \cdot F = r \cdot mg$$

odakle je

$$F = mg \cdot \frac{r}{R} = 24{,}5\ \text{N} \qquad (1)$$

b) Izvršeni rad pri izvlačenju mase vode od $m_1 = 10$ kg na visinu h ekvivalentan je promeni potencijalne energije ove količine vode, tj.

$$A_1 = m_1 g h = 9{,}81\ \text{kJ} \qquad (2)$$

c) Izvršeni rad pri izvlačenju jedne kofe vode je

$$A = mg \cdot h$$

Ovaj rad je, s druge strane, jednak radu sile $\vec{F}$ na putu $\vec{s}$ koji pređe njena napadna tačka. Dakle,

$$A = Fs \qquad (3)$$

Iz relacija (1), (2) i (3) dobija se da je

$$s = \frac{R}{r}h = 40\ \text{m}$$

pri čemu ručica načini

$$N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{h}{2\pi r} = 10{,}6\ \text{obrtaja}$$

d) Ako se iz bunara izvuče količina vode, čija je masa $m_2 = 10^3$ kg za vreme $t = 1$ h, razvije se srednja snaga

$$P = \frac{A_2}{t} = \frac{m_2 g h}{t} = 27{,}2\ \text{W}$$

273. Razlika rezultata pri ovim merenjima je posledica nejednakosti krakova poluge terazija. Ako se krakovi označe sa l_1 i l_2, onda su uslovi ravnoteže poluge za ova dva merenja

$$l_1 \cdot mg = l_2 \cdot m_1 g$$
$$l_1 \cdot m_2 g = l_2 \cdot mg$$

gde je m — masa tela, m_1 i m_2 — mase tegova kojima se uspostavlja ravnoteža. Deljenjem ovih dveju jednakosti dobija se da je

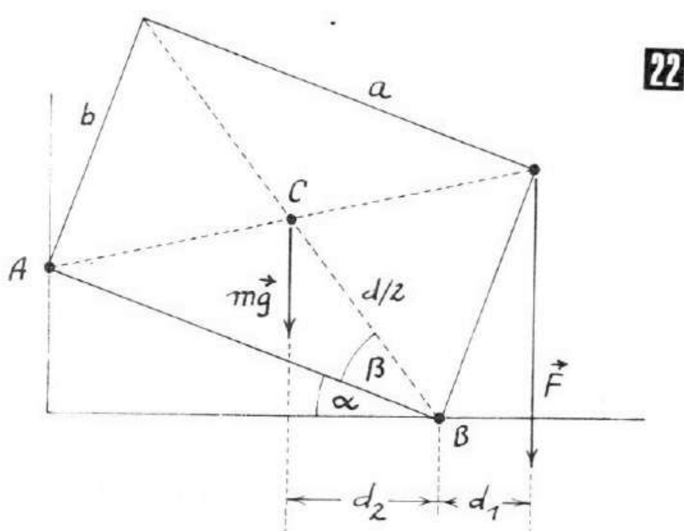
$$\frac{m}{m_2} = \frac{m_1}{m}, \text{ odakle je } m = \sqrt{m_1 m_2}$$

Ako se mase m_1 i m_2 malo razlikuju, onda se može uzeti da je

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2} = \frac{(30{,}2 + 30{,}4)\ \text{g}}{2} = 30{,}3\ \text{g}$$

274. a) Kvadar **22** neće da pritiskuje vertikalni zid u osloncu A kada je moment sile $\vec{F}$

22



u odnosu na osu B jednak momentu sile $\vec{P} = m\vec{g}$ u odnosu na istu osu. Dakle,

$$d_1 \cdot F = d_2 \cdot mg \qquad (1)$$

gde su d_1 i d_2 — kraci sila koje deluju na kvadar. Sa slike se vidi da je

$$d_1 = b \cdot \sin\alpha \qquad (2)$$

dok je

$$d_2 = \frac{d}{2}\cos(\alpha+\beta) = $$

$$= \frac{d}{2}(\cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta)$$

a pošto je

$$\cos\beta = \frac{a}{d} \quad \text{i} \quad \sin\beta = \frac{b}{d}$$

onda je

$$d_2 = \frac{1}{2}(a\cos\alpha - b\sin\alpha) \qquad (3)$$

Iz jednačina (1), (2) i (3), uzimajući u obzir da je $m = \rho V = \rho abc$, nalazi se da je

$$F = mg\frac{d_2}{d_1} = \rho abcg\frac{d_2}{d_1} =$$

$$= \frac{\rho abcg \frac{1}{2}(a\cos\alpha - b\sin\alpha)}{b\sin\alpha} \approx 4{,}9 \text{ kN}$$

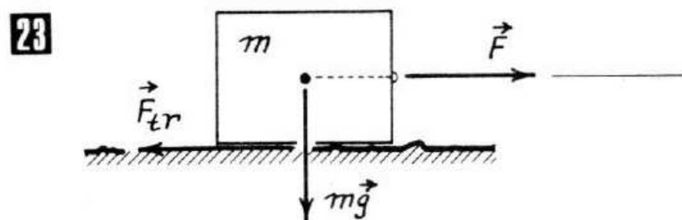
pošto je $\rho = 3200 \text{ kg/m}^3$; $a = 0{,}8$ m; $b = 0{,}6$ m; $c = 0{,}5$ m; $\alpha = 30°$.

b) Intenzitet sile kojom kvadar deluje na horizontalnu ravan je

$$F_R = mg + F = 12{,}4 \text{ kN}$$

275. Intenzitet najmanje sile $\vec{F}$ **23** koja treba da deluje na telo da bi se ono pokrenulo mora da bude jednak intenzitetu sile trenja, tj. $F = F_{tr}$. Intenzitet sile trenja jednak je proizvodu

23



koeficijenta trenja μ i intenziteta sile $\vec{N}$ kojom telo deluje normalno na podlogu. U ovom slučaju je $N = mg$, pa je

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg$$

Intenzitet sile $\vec{F}$ koja vrši kretanje tela na horizontalnoj podlozi je $F = m_1 g$, pa je u slučaju njegovog pokretanja $m_1 g = \mu mg$, odakle je

$$\mu = \frac{m_1}{m} = \frac{5 \text{ kg}}{50 \text{ kg}} = 0{,}1$$

Da bi se ovaj sistem tela kretao ubrzano, potrebno je da intenzitet sile teže koja deluje na tegove mase $m_1 + \Delta m_1$ bude veći od sile trenja μmg. Prema II Njutnovom zakonu ($F = ma$) je

$$(m_1 + \Delta m_1)g - \mu mg = (m + m_1 + \Delta m_1)a$$

odakle se dobija da je

$$\Delta m_1 = m\frac{a + \mu g}{g - a} - m_1 \approx 38 \text{ kg}$$

Prema tome, da bi se sistem kretao ubrzanjem $a = 4 \text{ m/s}^2$, potrebno je da se masa tegova koji izazivaju kretanje sistema poveća približno za 38 kg.

276. Da bi se telo pokrenulo, na njega je potrebno delovati silom intenziteta

$$F = F_{tr} = \mu mg = 0{,}2 \cdot 50 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 98{,}1 \text{ N}$$

277. Na osnovu II Njutnovog zakona dobija se da je $F - F_{tr} = ma$, gde je

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg$$

pa je $F - \mu mg = ma$, odakle je

$$a = \frac{F - \mu mg}{m} \approx 6{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

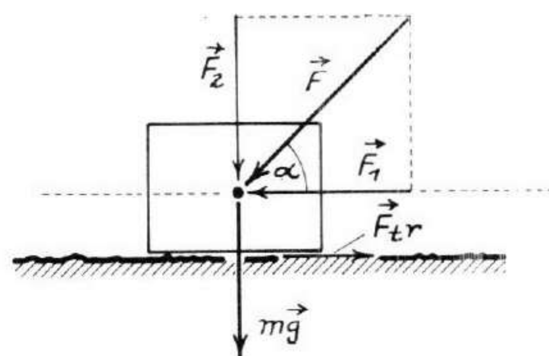
pošto je

$F = 300$ N, $\mu = 0{,}1$, $m = 40$ kg, $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$.

278. $F = F_{tr} + mg = \mu mg + mg = (\mu + 1)mg$.

279. Ako se data sila razloži na vertikalnu i horizontalnu komponentu **24** onda kretanje

24



tela vrši horizontalna komponenta $\vec{F}_1$, čiji intenzitet mora da bude veći ili, u graničnom slučaju, jednak intenzitetu sile trenja

$$F_{tr} = \mu N = \mu(mg + F_2)$$

pa je

$$F_1 = \mu(mg + F_2)$$

Pošto je $\alpha = 45°$, onda je $F_1 = F_2 = F/\sqrt{2}$, pa je

$$\frac{F}{\sqrt{2}} = \mu\left(mg + \frac{F}{\sqrt{2}}\right)$$

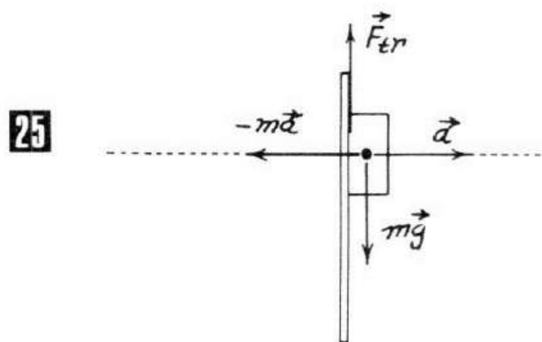
odakle je $F_{\min} = \dfrac{\sqrt{2}\mu mg}{1 - \mu} = 46{,}2$ N.

280. Telo neće da sklizne sve dok je intenzitet sile trenja $\vec{F}_{tr} = \mu N$ veći od intenziteta sile teže $m\vec{g}$ **25** tj. sve dok je ispunjen uslov

$$\mu N > mg$$

gde je $N=ma$ — intenzitet inercijalne sile, pa je

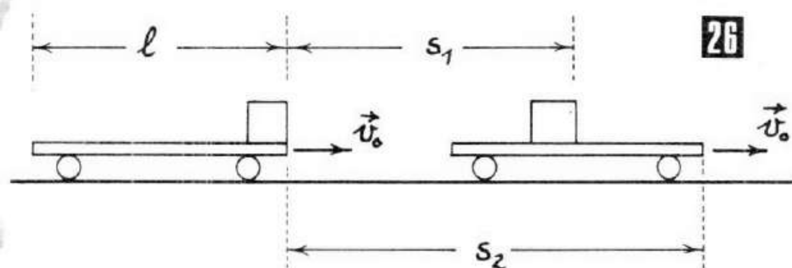
$$\mu ma > mg$$



odakle je traženo ubrzanje

$$a > \frac{g}{\mu} = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}3} = 32{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

281. Kada ne bi bilo trenja, telo spušteno na kolica mirovalo bi u odnosu na Zemlju (nepokretan sistem referencije), a klizilo bi u odnosu na kolica ne utičući na njihovo kretanje 26. Relativna brzina u odnosu na kolica je v_0, pa bi telo posle vremena $t=l/v_0$ spalo sa kolica.



Pošto na telo deluje sila trenja, intenziteta $F_{tr}=\mu mg$, telo će se u odnosu na Zemlju kretati ubrzano (jer je njegova brzina u odnosu na Zemlju u početku bila jednaka nuli), a u odnosu na kolica usporeno. Relativna brzina u odnosu na kolica smanjivaće se od v_0 do nule, kada će telo da se zaustavi na kolicima. Međutim, kolica će (zajedno sa telom) imati neku manju brzinu v, što znači da su se i kolica, u fazi kretanja tela po njima, kretala usporeno.

Ako je t vreme kretanja tela po kolicima, onda će telo za ovo vreme preći put $s_1=v^2/2a$, dok će kolica preći put s_2, pri čemu, prema uslovu zadatka, treba da je

$$s_2 - s_1 \leqslant l \qquad (1)$$

da telo ne bi spalo sa kolica.

Ubrzanje telu saopštava sila trenja, pa je $a=\frac{F_{tr}}{m}=\mu g$, a pređeni put

$$s_1 = \frac{v^2}{2\mu g}$$

Prema zakonu održanja impulsa za izolovani sistem kolica-telo je $m_1 v_0=(m_1+m_2)v$, odakle je brzina kolica posle zaustavljanja tela na njima

$$v = v_0 \frac{m_1}{m_1+m_2} \qquad (2)$$

a prema tome i pređeni put tela

$$s_1 = \frac{v_0^2}{2\mu g}\cdot\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2} \qquad (3)$$

dok je pređeni put kolica

$$s_2 = \frac{v_0+v}{2}t$$

gde je $t=\frac{v}{a}=\frac{v}{\mu g}=\frac{v_0}{\mu g}\cdot\frac{m_1}{m_1+m_2}$, pa je prema relaciji (2)

$$s_2 = \frac{v_0^2}{2\mu g}\cdot\frac{m_1(m_2+2m_1)}{(m_1+m_2)^2}$$

odnosno prema relacijama (1) i (3) dužina kolica pri kojoj telo neće da spadne sa njih je

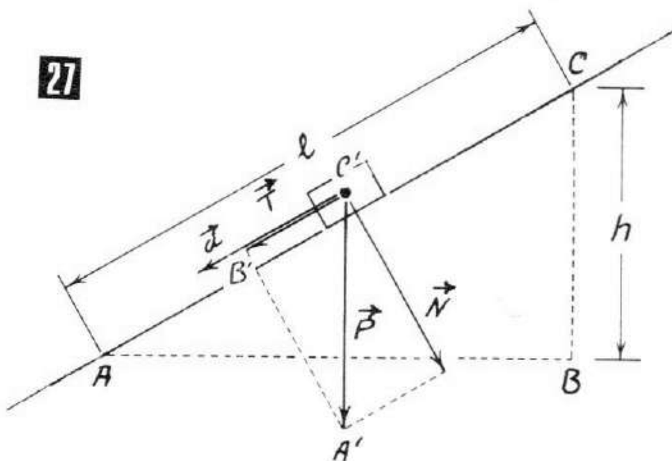
$$l \geqslant s_2 - s_1 = \frac{v_0^2}{2\mu g}\cdot\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

282. Telo će da se kreće pod dejstvom tangencijalne komponente $\vec{T}$ sile teže $\vec{P}=m\vec{g}$, čiji je intenzitet

$$T = mg\frac{h}{l}$$

što neposredno sledi iz sličnosti trouglova ABC i A'B'C' 27. Na osnovu ovoga, traženo ubrzanje biće

$$a = \frac{T}{m} = mg\,\frac{h}{l}\cdot\frac{1}{m} = g\frac{h}{l} = 4{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



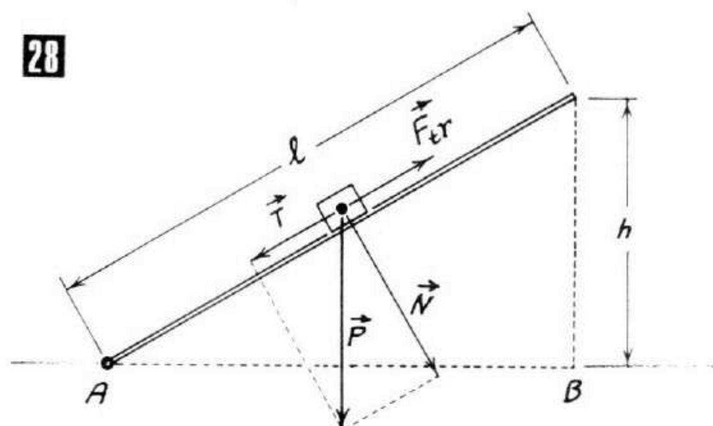
283. Telo će početi da klizi kada tangencijalna komponenta $T=P\frac{h}{l}$ sile teže $\vec{P}=m\vec{g}$ postane po intenzitetu jednaka sili trenja $F_{tr}=\mu N$, gde je $N=\sqrt{P^2-T^2}$ 28. Naime,

$$P\frac{h}{l} = \mu\sqrt{P^2 - P^2\frac{h^2}{l^2}} = \frac{\mu P}{l}\sqrt{l^2-h^2}$$

odakle je

$$\mu=\frac{h}{\sqrt{l^2-h^2}}=0,13$$

28



284. Da se telo ne bi kretalo niz strmu ravan, na njega je potrebno delovati silom najmanjeg intenziteta **29**

$$F_{\min}=T-F_{tr}$$

gde je

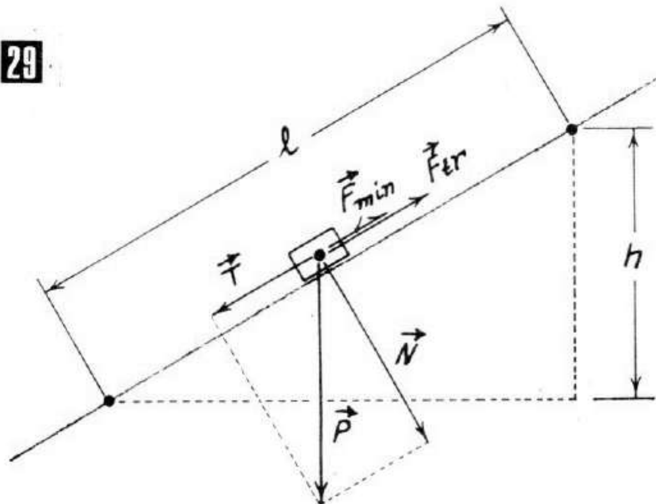
$$T=mg\frac{h}{l},\quad F_{tr}=\mu N=\mu\sqrt{(mg)^2-T^2}$$

pa je

$$F_{\min}=mg\frac{h}{l}-\frac{\mu mg}{l}\sqrt{l^2-h^2}=$$

$$=\frac{mg}{l}(h-\mu\sqrt{l^2-h^2})$$

29



Pošto je $m=4$ kg, $g=9,81$ m/s², $l=10$ m, $h=6$ m, $\mu=0,1$, zamenom se dobija da je

$$F_{\min}=20,4\text{ N}$$

P r i m e d b a : Kolika bi bila ova sila kad bi delovala normalno na strmu ravan?

285. $\mu=\dfrac{h}{\sqrt{l^2-h^2}}=0,204$, $a=0$ (v. zad. 283).

286. Minimalna snaga motora jednaka je snazi koju avion razvije u trenutku odvajanja od piste, tj.

$$P=Fv$$

gde je F — intenzitet vučne sile aviona, koja u toku uzletanja ostaje nepromenjena.

Prema II Njutnovom zakonu, intenzitet rezultujuće sile $F-F_{tr}$ **30**, koja vrši kretanje, jednak je proizvodu mase m aviona i njegovog ubrzanja a, tj.

$$F-\mu mg=ma \qquad (1)$$



30

Kako je vučna sila $\vec{F}$ konstantna, to je i ubrzanje aviona $\vec{a}$ konstantno. Ovo znači da se on kreće ravnomerno ubrzano, sa ubrzanjem

$$a=\frac{v^2}{2s}=\text{const}$$

pa je prema relaciji (1) intenzitet vučne sile

$$F=\mu mg+\frac{mv^2}{2s}$$

a minimalna snaga aviona

$$P=\mu mgv+\frac{mv^3}{2s}=983\text{ kW}$$

pošto je $\mu=0,2$, $m=1000$ kg, $g=9,81$ m/s², $v=80$ km/h$=22,2$ m/s, $s=100$ m.

287. a) Rad sile trenja jednak je kinetičkoj energiji vagona u početku kretanja. Dakle,

$$A_{tr}=\frac{mv_0^2}{2}=2,25\text{ MJ}$$

jer je $m=20\cdot 10^3$ kg i $v_0=54$ km/h$=15$ m/s.

b) Na zaustavnom putu s celokupna kinetička energija vagona utroši se na savlađivanje sile trenja, pa je

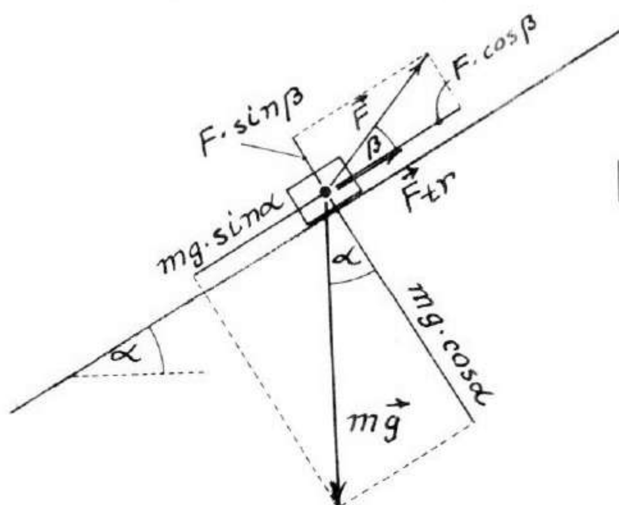
$$\frac{mv_0^2}{2}=F_{tr}\cdot s$$

odakle je

$$s=\frac{mv_0^2}{2F_{tr}}=375\text{ m}$$

288. Minimalna vrednost sile kojom je potrebno delovati na telo da se ne bi kretalo niz strmu ravan dobija se iz uslova ravnoteže **31**

$$mg\sin\alpha=F\cos\beta+F_{tr} \qquad (1)$$



31

gde je

$$F_{tr}=\mu N=\mu\,(mg\cos\alpha-F\sin\beta) \qquad (2)$$

Na osnovu relacija (1) i (2) nalazi se da je

$$F=mg\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\cos\beta-\mu\sin\beta}\approx 179\ \mathrm{N}$$

pošto je $m=40\,\mathrm{kg}$, $g=9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $\alpha=30^\circ$, $\mu=0{,}1$, $\beta=20^\circ$.

289. $p_1=2{,}5\ \mathrm{kPa}=2{,}5\cdot 10^3\ \mathrm{Pa}=2500\ \mathrm{Pa}$;

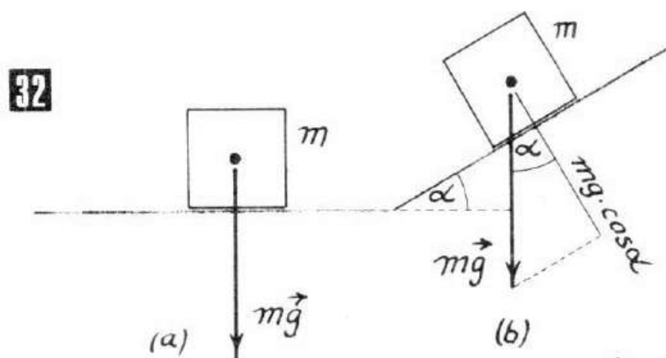
$p_2=6\ \mu\mathrm{Pa}=6\cdot 10^{-6}\ \mathrm{Pa}=0{,}000\,006\ \mathrm{Pa}$;

$p_3=21\ \mathrm{MPa}=21\cdot 10^6\ \mathrm{Pa}=21\,000\,000\ \mathrm{Pa}$.

290. a) Pošto je pritisak jednak količniku normalne sile i površine na koju ta sila deluje, onda je pritisak kocke kada se nalazi na horizontalnoj podlozi **32** (sl. *a*)

$$p_1=\frac{Q}{S}=\frac{mg}{a^2} \qquad (1)$$

32



Masa kocke jednaka je proizvodu njene gustine ρ i zapremine $V=a^3$, tj. $m=\rho V=\rho a^3$, pa je ivica kocke

$$a=\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$$

Prema tome, pritisak prema relaciji (1) je

$$p_1=\rho g a=g\sqrt[3]{m\rho^2}=9{,}9\ \mathrm{kP}$$

jer je $\rho=3200\ \mathrm{kg/m^3}$, $g=9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $m=100\,\mathrm{kg}$.

b) Kada se kocka nalazi na strmoj ravni (sl. *b*), onda je normalna komponenta sile teže $P_n=mg\cos\alpha$, pa je pritisak

$$p_2=\frac{P_n}{S}=\frac{mg\cos\alpha}{a_2}=$$

$$=p_1\cos\alpha=8{,}6\ \mathrm{kPa}$$

291. Pri vrhu štapa napon iznosi

$$\sigma_1=\frac{mg}{S}=\frac{\rho S l g}{S}=\rho g l=8600\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\ 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\cdot 2\,\mathrm{m}=$$

$$=168{,}6\ \mathrm{kPa}$$

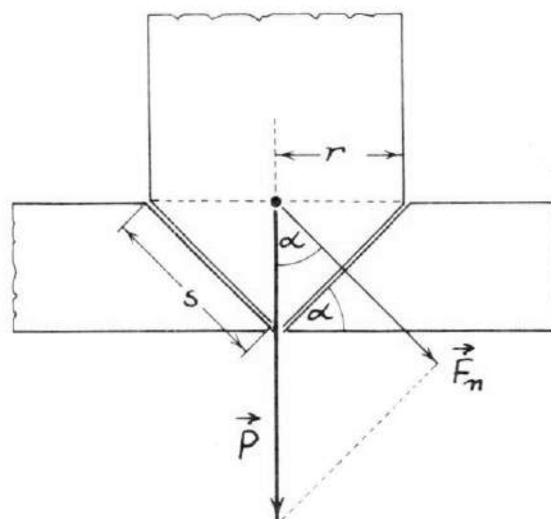
a na sredini

$$\sigma_2=\frac{(m/2)\,g}{S}=\frac{\sigma_1}{2}=84{,}3\ \mathrm{kPa}$$

292. Normalna komponenta sile teže $P_n=mg\cos\alpha$ deluje po površini ležišta koja je jednaka površini omotača kupe $S=\pi rs$ **33**, pa je pritisak

$$P=\frac{P_n}{S}=\frac{mg\cos\alpha}{\pi rs}$$

33



Pošto je

$$s=\frac{r}{\cos\alpha}$$

to je

$$p=\frac{P\cos^2\alpha}{\pi r^2}=\frac{mg\cos^2\alpha}{S_0}=0{,}49\ \mathrm{MPa}$$

jer je $m=2\cdot 10^3\ \mathrm{kg}$, $g=9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $\alpha=45^\circ$, $S_0=200\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$.

293. $$p_1=\frac{F+mg}{S}=$$

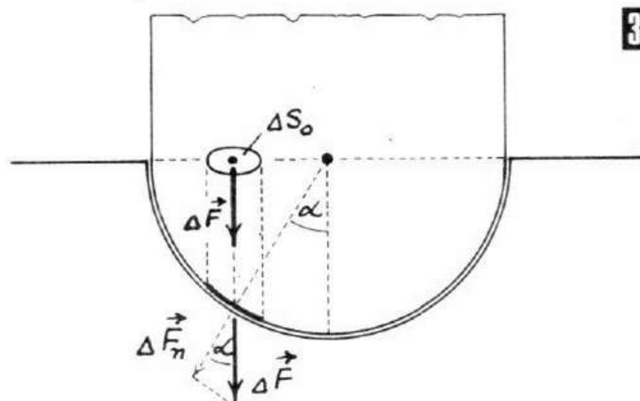
$$=\frac{2\cdot 10^3\ \mathrm{N}+100\ \mathrm{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}}{50\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}}=596\ \mathrm{kPa};$$

$$p_2=\frac{F+(mg/2)}{S}=498\ \mathrm{kPa}.$$

294. Ako normalno na površinu oslonca ΔS_0 **34** deluje sila $\Delta\vec{F}$, onda na toj površini vlada pritisak

$$p_0=\frac{\Delta F}{\Delta S_0}$$

34



Normalna komponenta sile $\Delta\vec{F}$ na površinu ΔS je $\Delta\vec{F}_n \cos\alpha$, pa je pritisak na toj površini

$$p=\frac{\Delta F_n}{\Delta S}=\frac{\Delta F\cos\alpha}{\Delta S}$$

a pošto je $\Delta S_0=\Delta S\cos\alpha$, to je

$$p=\frac{\Delta F\cos^2\alpha}{\Delta S_0}=p_0\cos^2\alpha$$

što znači da pritisak opada srazmerno povećanju ugla α i da za $\alpha=90°$ postaje jednak nuli.

295. Automobil stvara veći pritisak na podlogu kada su gume pod višim pritiskom, jer je tada dodirna površina između guma i podloge manja.

296. $\sigma_k=\frac{F}{S}=\frac{4F}{\pi d^2}=764$ MPa.

297. a) $p_1=\frac{(m_1+m_2)g}{S}=36$ kPa;

b) $p_2=\frac{m_1g+F}{S}=39{,}5$ kPa.

8. DINAMIKA ROTACIONOG KRETANJA

298. $F_c=mr\omega^2=2\ \text{kg}\cdot 1\ \text{m}\cdot\left(10\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2=200\ \text{N}.$

299. Iz uslova $F=F_c=mr\omega^2$ nalazi se da je

$$\omega=\sqrt{\frac{F_c}{mr}}=\sqrt{\frac{100\ \text{N}}{5\ \text{kg}\cdot 0{,}5\ \text{m}}}=6{,}3\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

300. a) Uže zateže centrifugalna sila čiji je intenzitet $F_c=ml\omega^2$.

b) U slučaju da se uže prekine, telo bi usled inercije nastavilo da se kreće u pravcu tangente na kružnu putanju.

301. $F_c=ml\omega^2=$

$$=2\ \text{kg}\cdot 0{,}3\ \text{m}\left(\frac{6{,}28\cdot 600}{60}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2\approx$$

$\approx 2{,}4$ kN.

302. $$F_c=\frac{mv^2}{r}=\frac{80\ \text{kg}\left(15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{20\ \text{m}}=900\ \text{N}.$$

303. Kada telo rotira u horizontalnoj ravni, uže zateže samo centrifugalna sila čiji je intenzitet $F_c=mr\omega^2$. Kako prema uslovu zadatka treba da je $F_c=F_{max}$, to je

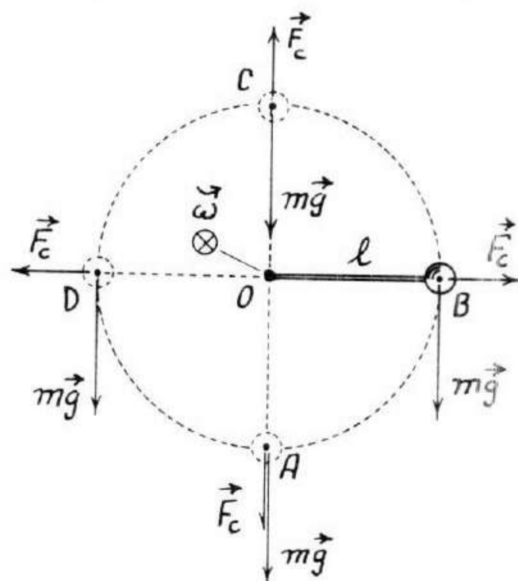
$$\omega_{max}=\sqrt{\frac{F_{max}}{mr}}\approx 7{,}6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

304. a) U položaju tela A **1** štap zateže sila (težina tela) intenziteta

$$F_A=mg+F_c=$$

$$=m(g+l\omega^2)=$$

$$=1\ \text{kg}\left[9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}+1\ \text{m}\left(6{,}28\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2\right]=49{,}2\ \text{N}$$



U položaju tela C intenzitet sile zatezanja je

$$F_C=F_c-mg=m(l\omega^2-g)=29{,}6\ \text{N}$$

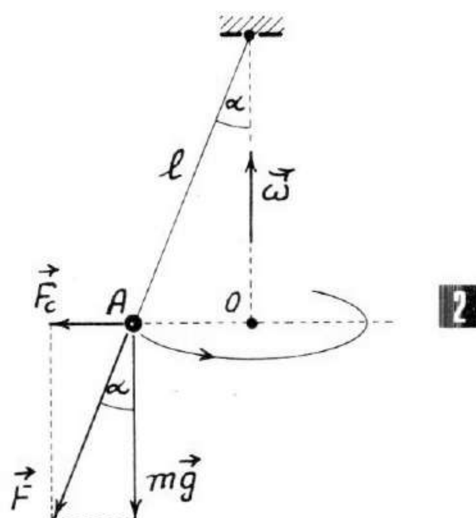
Napomena: Da li sila $\vec{F}_c$ može da bude negativna? Kada je to slučaj?

b) U položajima tela B i D štap zateže samo centrifugalna sila $\vec{F}_c$, pa je

$$F_B=F_D=F_C=ml\omega^2=39{,}4\ \text{N}$$

305. Sa slike **2** se vidi da je

$$\text{tg}\,\alpha=\frac{F_c}{mg}=\frac{m\cdot OA\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}{mg}$$



Kako je $OA=l\sin\alpha$, to je iz relacije

$$\cos\alpha=\frac{g}{l}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2=0{,}932$$

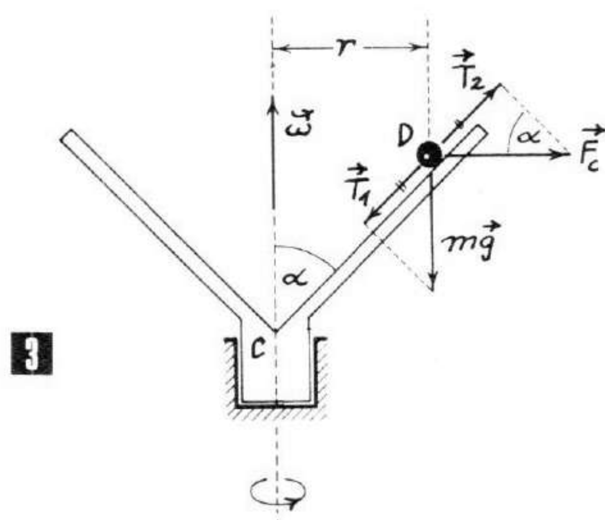
traženi ugao $\alpha=21°8'$.

306. Na kuglicu deluje sila teže $\vec{mg}$ i centrifugalna sila $\vec{F_c}$, čiji je intenzitet $mr\omega^2$. Kada su tangencijalne komponente ovih sila $\vec{T_1}$ i $\vec{T_2}$ **3** jednake po intenzitetu, kuglica će da bude u ravnoteži, odnosno neće se kretati. Kako je

$$T_1 = mg\cos\alpha \quad \text{i} \quad T_2 = mr\omega^2 \sin\alpha$$

to je $mg\cos\alpha = mr\omega^2 \sin\alpha$, tj.

$$g = r\omega^2 \operatorname{tg}\alpha$$



3

Kako je $r = CD\sin\alpha$, to je

$$g = CD\cdot \omega^2 \sin\alpha\cdot \operatorname{tg}\alpha$$

odakle je

$$CD = \frac{g}{\omega^2 \sin\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha} \approx 1{,}4\ \text{m}$$

307. *Poluga rotira u horizontalnoj ravni.*

a) Prsten će da spadne sa poluge ako je $F_c \geqslant F_{min}$ ili, u graničnom slučaju, ako je

$$m_1 r\omega^2 = F_{min}$$

odakle je ugaona brzina pri kojoj će da spadne prvi prsten

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{F_{min}}{m_1 r}} = 20\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

dok će drugi da spadne kad je ugaona brzina

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{F_{min}}{m_2 r}} \approx 14\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

što znači da će prvo spasti drugi prsten, odnosno prsten veće mase.

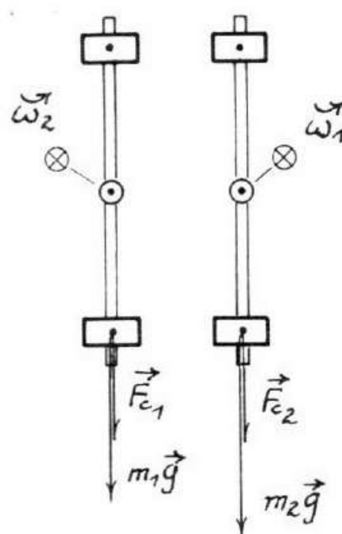
b) $v_1 = r\omega_1 = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i $v_2 = r\omega_2 = 3{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) Putanja prstenova je tangenta na krug u mestu odvajanja.

Poluga rotira u vertikalnoj ravni **4**.

a) U ovom slučaju treba uzeti u obzir dejstvo sile teže $\vec{P}$ (intenziteta $m_1 g$ i $m_2 g$), kao i dejstvo centrifugalne sile $\vec{F_c}$ (intenziteta $m_1 r\omega_1^2$ i $m_2 r\omega_2^2$).

Prstenovi će spasti u najnižoj tački putanje u kojoj sile $\vec{P}$ i $\vec{F_c}$ imaju isti pravac i smer.



4

Naime, prvi prsten će spasti ako je

$$m_1 g + m_1 r\omega_1^2 \geqslant F_{min}$$

odakle se nalazi da je minimalna ugaona brzina određena relacijom $m_1 g + m_1 r\omega_1^2 = F_{min}$, odakle je

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{F_{min} - m_1 g}{m_1 r}} = 19\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

i analogno

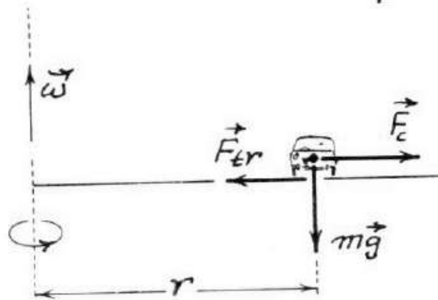
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{F_{min} - m_2 g}{m_2 r}} = 12{,}6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Dakle, i pri ovoj rotaciji će najpre spasti prsten veće mase.

b) $v_1 = r\omega_1 = 4{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_2 = r\omega_2 = 3{,}15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) U oba slučaja će prstenovi spasti u najnižoj tački putanje, pa će posle toga početi kretanje u horizontalnom pravcu (horizontalni hitac).

308. Automobil neće da klizi ako je intenzitet centrifugalne sile $F_c = \frac{mv^2}{r}$ manji ili, u



5

graničnom slučaju, jednak intenzitetu sile trenja $\mu N = \mu mg$ (koja je u ovom slučaju centripetalna sila **5**), tj. kada je

$$\frac{mv^2}{r} \leqslant \mu mg$$

Kako se traži najmanji koeficijent trenja, to je

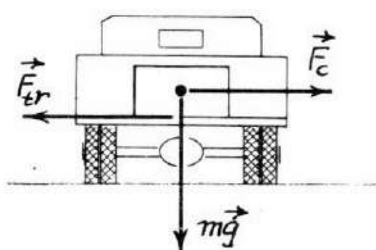
$$\frac{mv^2}{r}=\mu_{\min}mg$$

odakle je

$$\mu_{\min}=\frac{v^2}{gr}=\frac{\left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 35\ \text{m}}=1{,}16$$

309. a) Sanduk će da klizi po platformi ako je intenzitet centrifugalne sile koja deluje na njega veći ili, u graničnom slučaju, jednak intenzitetu sile trenja između sanduka i platforme **6**. Dakle, ako je

$$F_c \geqslant F_{tr}$$



6

Kako je

$$F_c=\frac{mv^2}{r},\ \text{a}\ F_{tr}=\mu N=\mu mg,$$

to je

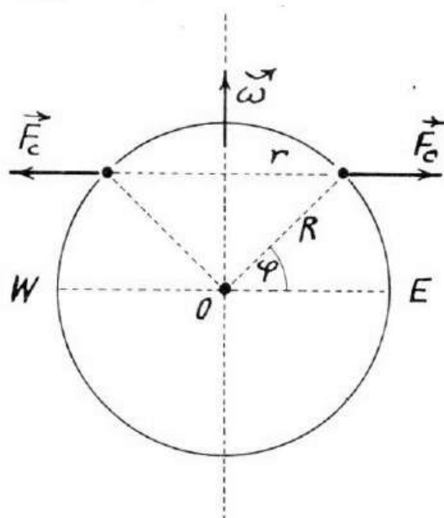
$$\frac{mv^2}{r}\geqslant \mu mg$$

S obzirom na to da se traži najmanja brzina, onda je $\frac{mv^2_{\min}}{r}=\mu mg$, odakle je

$$v_{\min}=\sqrt{\mu gr}=4{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}=15{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Kako brzina $v_{\min}$ ne zavisi od težine (mase) sanduka, to će svi sanduci pri istoj brzini početi da klize po platformi.

310. Poluprečnik kruga po kome rotira tačka čija je geografska širina $\varphi=45°$ (što približno odgovara Beogradu) je $r=R\cos\varphi=R/\sqrt{2}$ **7**, pa je intenzitet centrifugalne sile



7

koja deluje na telo

$$F_c=mr\omega^2=mR\cos\varphi\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=$$

$$=1\ \text{kg}\cdot 6{,}37\cdot 10^6\ \text{m}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{6{,}28}{24\cdot 3600\ \text{s}}\right)^2=$$

$$=0{,}024\ \text{N}$$

Kako je intenzitet sile teže koja deluje na telo $P=mg=1\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}=9{,}81\ \text{N}$, odnos ovih sila je

$$\frac{P}{F_c}=\frac{0{,}023\ \text{N}}{9{,}81\ \text{N}}=2{,}4\cdot 10^{-3}$$

311. Geografska širina polova je $\varphi=\pm 90°$, a poluprečnik rotacije nula, pa je i centrifugalna sila jednaka nuli.

312. Masa Zemlje je $m=\rho V=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$, pa je intenzitet centrifugalne sile

$$F_c=md\omega^2=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\cdot d\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\approx 3{,}6\cdot 10^{22}\ \text{N}$$

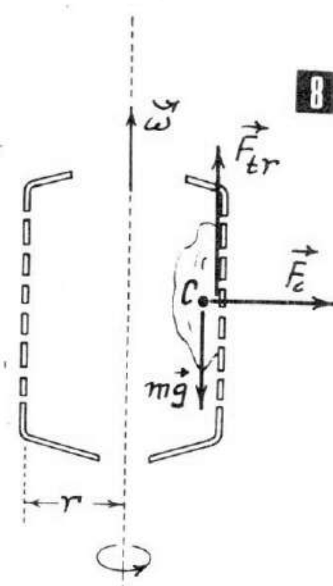
pošto je $\rho=5500\ \text{kg/m}^3$, $R=6{,}37\cdot 10^6$ m, $d=1{,}5\cdot 10^{11}$ m, $T=365$ dana $=365\cdot 24\cdot 60\cdot 60$ s.

313. a) $F=mr\omega^2=$

$$=10^{-4}\ \text{kg}\cdot 0{,}3\ \text{m}\left(\frac{6{,}28\cdot 500}{60}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2=82\ \text{mN}$$

b) Rublje će skliznuti niz zid doboša **8** ako je intenzitet sile teže veći od intenziteta sile trenja

$$F_{tr}=\mu N$$



8

gde je N — intenzitet normalne sile na podlogu (zid doboša). U ovom slučaju je normalna sila, u stvari, centrifugalna sila čiji je intenzitet $F_c=mr\omega^2$. Najmanja ugaona brzina se dobija iz uslova $mg=F_{tr}$, odnosno $mg=\mu N=$

$=\mu mr\omega_{imn}^2$, odakle je

$$\omega_{min}=\sqrt{\frac{g}{\mu r}}=\sqrt{\frac{9{,}81\ \frac{m}{s^2}}{0{,}05\cdot 0{,}3\ m}}=25{,}6\ \frac{rad}{s}$$

ili 245 ob/min.

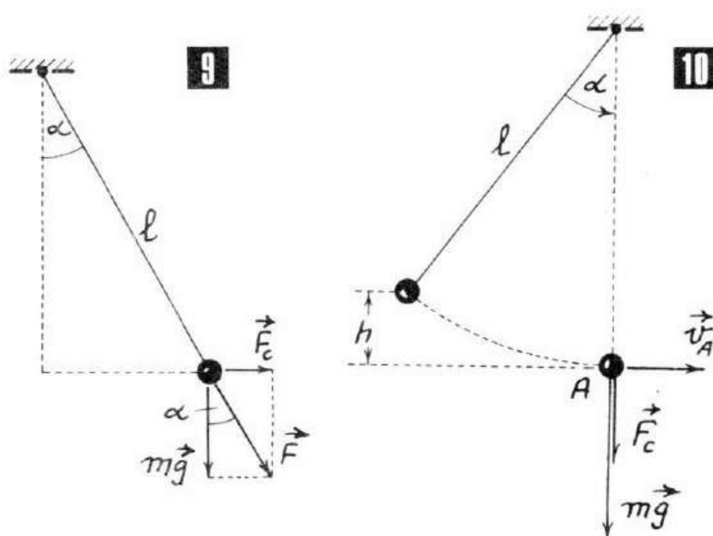
314. Konac zauzima pravac rezultante sila koje deluju na kuglicu (centrifugalne sile intenziteta mv^2/r i sile teže intenziteta mg). Sa slike 9 se vidi da je

$$\text{tg}\,\alpha=\frac{F_c}{mg}=\frac{\frac{mv^2}{r}}{mg}=\frac{v^2}{gr}=0{,}27$$

odakle je $\alpha\approx 15°$.

Zavisnost ugla α od brzine vozila v je

$$\alpha(v)=\text{arc tg}\left(\frac{v^2}{gr}\right)$$



315. Uže neće da se prekine u ravnotežnom položaju A 10 ako je

$$F_{max}\geqslant mg+F_c=mg+\frac{mv_A^2}{l}$$

Kako je $v_A=\sqrt{2gh}$, to je

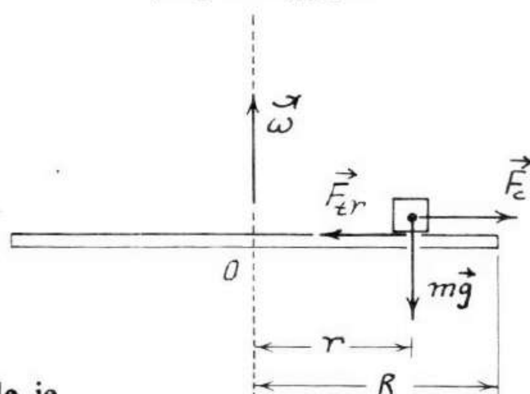
$$F_{max}\geqslant mg+2mg\frac{h}{l}$$

odakle je

$$h\leqslant\frac{l}{2}\left(\frac{F_{max}}{mg}-1\right)=6\ \text{cm}$$

316. Na telo postavljeno na udaljenosti r od ose rotacije platforme 11 deluje centrifugalna sila intenziteta $mr\omega^2$, koja prisiljava telo da klizi po platformi u radijalnom pravcu, povećavajući poluprečnik putanje. Njoj se suprotstavlja sila trenja čiji je intenzitet $\mu N=\mu mg$, i sve dok je ona veća od centrifugalne sile telo neće da klizi. Najveći poluprečnik r_{max} kružne zone oko ose rotacije u kojoj može da se postavi telo bez opasnosti da klizi dobija se iz uslova jednakosti intenziteta ovih sila. Dakle,

$$\mu mg=mr_{max}\,\omega^2$$



odakle je

$$r_{max}=\frac{\mu g}{\omega^2}=44{,}8\ \text{cm}$$

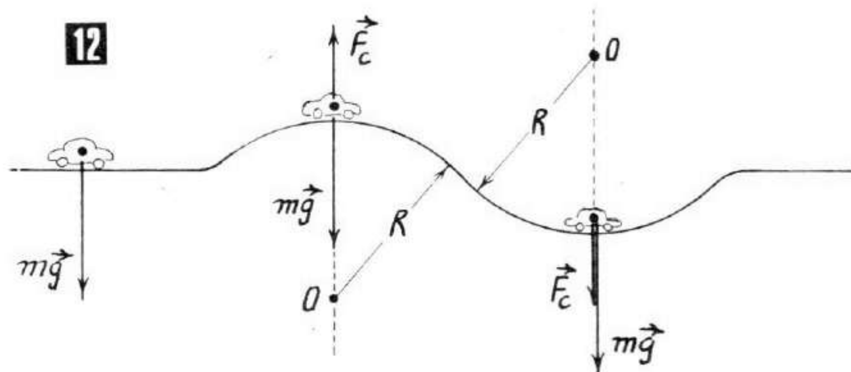
317. 12 a) $F_1=mg=900\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}=8829\ \text{N}.$

b) $F_2=mg-F_c=mg-\frac{mv^2}{R}=$

$=8829\ \text{N}-1200\ \text{N}=7629\ \text{N}.$

c) $F_3=mg+F_c=mg+\frac{mv^2}{R}=$

$=8829\ \text{N}+1200\ \text{N}=10\,029\ \text{N}.$



318. Iz tablice 12 (na kraju knjige) nalazi se da je moment inercije štapa za ovu osu

$$I=\frac{ml^2}{12}=\frac{4\ \text{kg}\cdot(1\ \text{m})^2}{12}=0{,}33\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

319. Iz tablice 12 nalazi se da je moment inercije lopte u odnosu na osu koja prolazi kroz njen centar mase

$$I=\frac{2}{5}mr^2$$

gde je $m=\rho V=\rho\frac{4}{3}\pi r^3$, pa je

$$I=\frac{8}{15}\pi\rho r^5=\frac{8}{15}\cdot 3{,}14\cdot 8300\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot(0{,}3\ \text{m})^5=$$

$$=34\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

320. Imajući u vidu da se može uzeti da je intenzitet sile teže mg jednak intenzitetu gravitacione sile kojom Zemlja deluje na telo $\gamma\frac{mM}{R^2}$ (ako se zanemare efekti rotacije Zemlje), tj. da je

$$mg=\gamma\frac{mM}{R^2}$$

gde je R—poluprečnik Zemlje, M—njena masa, nalazi se da je ona $M=\frac{gR^2}{\gamma}$, pa je moment inercije Zemlje kao lopte

$$I=\frac{2}{5}MR^2=\frac{2}{5}\frac{gR^4}{\gamma}\approx 9{,}7\cdot 10^{37}\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

pošto je $g=9{,}81\ \text{m/s}^2$, $R=6{,}37\cdot 10^6\ \text{m}$ i $\gamma=6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

321. Iz tablice 12 nalazi se da je moment inercije valjka za ovu osu

$$I=\frac{mR^2}{2}$$

gde je $m=\rho V=\rho Sl=\rho\pi R^2 l$, pa je

$$I=\frac{1}{2}\pi\rho l R^4=$$

$$=\frac{1}{2}\,3{,}14\cdot 7600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 0{,}25\ \text{m}\,(0{,}1\ \text{m})^4=$$

$$=0{,}30\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

322. Iz tablice 12 nalazi se da su momenti inercije štapova u odnosu na osu O-O′

$$I_1=\frac{m_1 l^2}{3}\quad\text{i}\quad I_2=\frac{m_2 l^2}{3}$$

pa je ukupni moment inercije za ovu osu

$$I=I_1+I_2=\frac{l^2}{3}(m_1+m_2)=0{,}25\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Lako se može naći da je isto toliki i moment inercije ovog sistema za osu O_1-O_1'.

323. Ove loptice se mogu smatrati materijalnim tačkama, pa je ukupni moment inercije za jednu od osa

$$I=\sum_{i=1}^{5}m_i r_i^2$$

Lako se nalazi da je

$$I_{01}=I_{05}=md^2+m(2d)^2+m(3d)^2+m(4d)^2=$$
$$=30md^2$$

$$I_{02}=I_{04}=md^2+md^2+m(2d)^2+m(3d)^2=$$
$$=15md^2$$

$$I_{03}=2[md^2+m(2d)^2]=10md^2$$

gde je

$$md^2=0{,}02\ \text{kg}\cdot(0{,}3\ \text{m})^2=0{,}0018\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

324. a) Moment sile, intenziteta $\mathcal{M}=r\cdot F$, uslovljava rotaciju materijalne tačke po krugu poluprečnika r. Prema II Njutnovom zakonu za rotaciju, ovaj moment je

$$\mathcal{M}=I\alpha$$

gde je $I=mr^2$ — moment inercije materijalne tačke u odnosu na osu rotacije O, pa je

$$r\cdot F=mr^2\cdot\alpha$$

Odavde je potrebni intenzitet sile

$$F=mr\alpha=0{,}01\ \text{kg}\cdot 0{,}5\ \text{m}\cdot 0{,}2\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}=0{,}001\ \text{N}$$

b) Pod dejstvom stalnog momenta $\vec{\mathcal{M}}$ sile $\vec{F}$ materijalna tačka ima stalno ugaono ubrzanje $\vec{\alpha}$ a ugaona brzina tačke se ravnomerno povećava, po zakonu

$$\omega=\alpha t$$

Posle vremena t_1 ova ugaona brzina iznosi

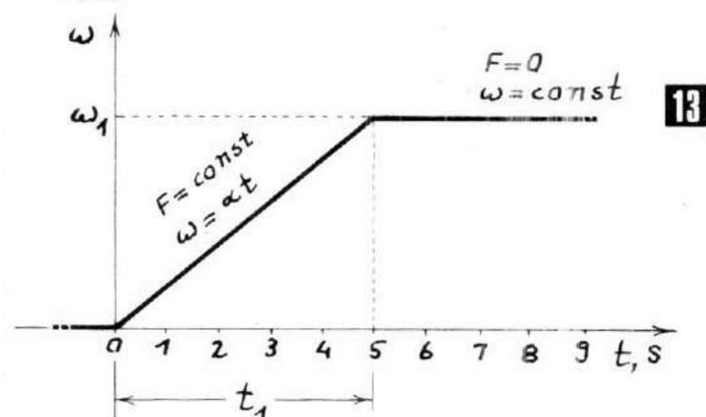
$$\omega_1=\alpha t_1=0{,}2\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\cdot 5\ \text{s}=1\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

a linijska brzina tačke

$$v_1=r\omega_1=0{,}5\ \text{m}\cdot 1\frac{\text{rad}}{\text{s}}=0{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Posle prestanka dejstva momenta sile materijalna tačka se kreće po inerciji, zadržavajući stečenu ugaonu brzinu.

c) **13**.



325. a) Pod dejstvom stalnog momenta sile, intenziteta $\mathcal{M}=r\cdot F$, valjak rotira ravnomerno ubrzano. Na osnovu II Njutnovog zakona za rotaciju je

$$\mathcal{M}=I\alpha,\quad\text{tj.}\quad r\cdot F=\frac{mr^2}{2}\cdot\alpha$$

gde je $I=\frac{mr^2}{2}$ — moment inercije valjka za njegovu geometrijsku osu.

Iz prethodne relacije se nalazi da je ugaono ubrzanje valjka

$$\alpha=\frac{2F}{mr}=\frac{2\cdot 2\ \text{N}}{40\ \text{kg}\cdot 0{,}2\ \text{m}}=0{,}5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) $\omega=\omega_0+\alpha t$. Kako je $\omega_0=0$, to je

$$\omega=\alpha t_1=0{,}5\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\cdot 10\ \text{s}=5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

c) $\theta=\frac{1}{2}\alpha t^2$. Za $\theta=10\cdot 2\pi$ rad je

$$20\,\pi=\frac{1}{2}\alpha t_x^2$$

odakle je

$$t_x=\sqrt{\frac{40\,\pi}{\alpha}}=15{,}8\ \text{s}$$

326. Pod dejstvom stalnog momenta sprega sila, intenziteta $\mathcal{M}=2R\cdot F$, valjak rotira stalnim ugaonim ubrzanjem

$$\alpha=\frac{\omega}{t}=\frac{5\pi}{3}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}=5{,}23\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Prema II Njutnovom zakonu za rotaciju $\mathcal{M}=I\alpha$, dobija se da je

$$2R\cdot F=\frac{mR^2}{2}\cdot\alpha$$

odakle je intenzitet sile

$$F=\frac{1}{4}\,mR\alpha=\frac{1}{4}\,200\ \text{kg}\cdot 0{,}4\ \text{m}\cdot 5{,}23\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}=$$

$$=105\ \text{N}$$

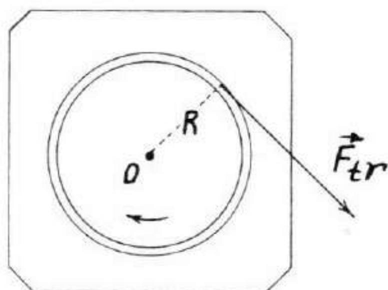
Posle prestanka dejstva sile valjak će se kretati stalnom ugaonom brzinom, i to onom koju je stekao za vreme dejstva momenta sprega sila. Ova ugaona brzina iznosi

$$\omega=\alpha t_1=5{,}23\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\cdot 2\ \text{s}=10{,}5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

327. Posle isključenja motora zamajac **14** se kreće ravnomerno usporeno jer na njega deluje stalni moment sile trenja, intenziteta

$$\mathcal{M}=2\mathcal{M}_1=2RF_{tr}$$

14



gde je $\mathcal{M}_1$ — intenzitet momenta sile trenja u jednom ležištu.

Kočeći moment $\mathcal{M}$ stvara ugaono usporenje

$$\alpha=\frac{\omega}{t}=\frac{\dfrac{2\pi\cdot 3000}{60}\ \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}}{72\ \text{s}}=4{,}36\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Primenjujući II Njutnov zakon za rotaciju $\mathcal{M}=I\alpha$, dobija se da je

$$2RF_{tr}=I\alpha$$

odakle je intenzitet sile trenja u jednom ležištu

$$F_{tr}=\frac{I\alpha}{2R}=\frac{0{,}5\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot 4{,}36\ \dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}}{2\cdot 0{,}02\ \text{m}}=54{,}5\ \text{N}$$

328. a) U ovom slučaju valjak se okreće pod dejstvom momenta sile kojom na njega deluje teg mase m_2 u toku padanja. Intenzitet ove sile iznosi

$$F=m_2a=m_2(g-\alpha r)$$

pa se prema II Njutnovom zakonu za rotaciju ($\mathcal{M}=I\alpha$) dobija da je

$$r\cdot m_2(g-\alpha r)=\frac{m_1r^2}{2}\,\alpha$$

odakle je ugaono ubrzanje valjka

$$\alpha=\frac{g}{r}\cdot\frac{2m_2}{2m_2+m_1}=\frac{9{,}81\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}3\ \text{m}}\cdot\frac{2\cdot 5\ \text{kg}}{2\cdot 5\ \text{kg}+50\ \text{kg}}=$$

$$=5{,}45\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

pa je tangencijalno ubrzanje užeta pri padanju tela

$$a=\alpha r=1{,}64\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Iz relacije $s=\frac{1}{2}at^2$ za ravnomerno ubrzano kretanje nalazi se da je vreme padanja tega

$$t=\sqrt{\frac{2h}{a}}=2{,}5\ \text{s}$$

c) Brzina tega pri odmotavanju užeta, posle vremena t_1, iznosi

$$v_t=at=r\alpha t_1=1{,}64\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) Do trenutka otkidanja užeta valjak i teg se kreću ravnomerno ubrzano **15**, stalnim ugaonim ubrzanjem $\alpha=5{,}45\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Kada se posle $N=10$ obrtaja valjka uže otkine, valjak ima ugaonu brzinu

$$\omega_2=\alpha t_2$$

a teg brzinu $v_2 = r\omega_2$ **16**, gde je t_2 — vreme za koje valjak učini $N = 10$ obrtaja, tj. valjak opiše ugao $\theta_2 = 10 \cdot 2\pi$ rad. Kako je $\theta = \frac{1}{2}\alpha t_2^2$, traženo vreme je

$$t_2 = \sqrt{\frac{2\theta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{40\pi}{\alpha}} = 4{,}8\ \text{s}$$

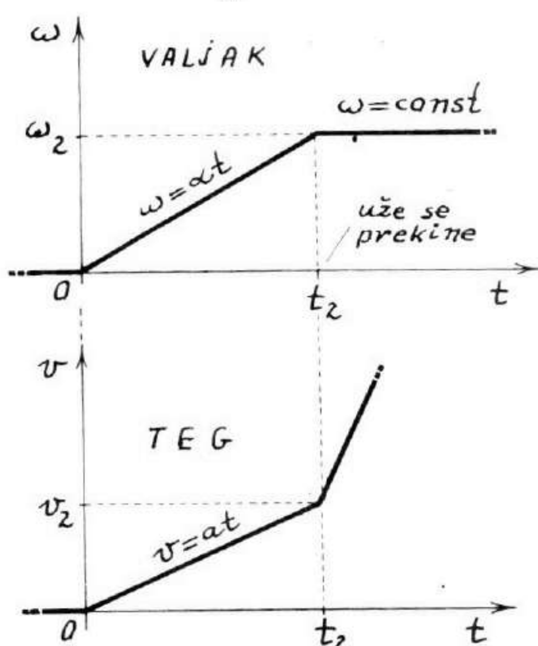
odnosno

$$\omega_2 = \alpha\sqrt{\frac{40\pi}{\alpha}} = \sqrt{40\pi\alpha} = 26\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_2 = r\omega_2 = 7{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

15

16



Posle otkidanja užeta valjak će nastaviti da se okreće stalnom ugaonom brzinom ω_2, a teg ubrzanjem g.

329. Ovaj sistem rotira pod dejstvom momenta koji deluje na valjak sa prstenovima. Ovaj moment stvara sila koja zateže uže u toku njegovog odmotavanja. Prema II Njutnovom zakonu, intenzitet te sile je $F = m_3\alpha = m_3(g - a_2)$, gde je a_2 — tangencijalno ubrzanje tačaka na periferiji valjka. Kako je ono $a_2 = R\alpha$, to je $F = m_3(g - \alpha R)$. Sa druge strane, moment inercije sistema koji rotira je

$$I = \frac{mR^2}{2} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

pa se na osnovu II Njutnovog zakona za rotaciju ($\mathcal{M} = I\alpha$) dobija da je $RF = I\alpha$, tj.

$$Rm_3(g - \alpha R) = \left(\frac{mR^2}{2} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2\right)\alpha$$

odakle je ugaono ubrzanje valjka

$$\alpha = \frac{m_3 g R}{\frac{mR^2}{2} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 R^2} \approx 36\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

a ubrzanje tega pri padanju

$$a = R\alpha = 7{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

330. Rad pri rotacionom kretanju tela oko stalne ose, pod dejstvom stalnog momenta $\mathcal{M}$ jednak je proizvodu intenziteta tog momenta i ugla rotacije θ tela pod dejstvom ovog momenta, tj.

$$A = \mathcal{M}\theta$$

a pošto je $\theta = 2\pi N$, onda je

$$A = \mathcal{M} \cdot 2\pi N = 50\ \text{m} \cdot \text{N} \cdot 10\pi\ \text{rad} = 1{,}57\ \text{kJ}$$

331. a) Pošto je stepen korisnog dejstva motora jednak odnosu dobijene mehaničke energije E_{meh} i utrošene električne energije E_e, tj.

$$\eta = \frac{E_{meh}}{E_e}$$

onda je

$$E_e = \frac{E_{meh}}{\eta} = \frac{\mathcal{M}\theta}{\eta} = \frac{40\ \text{m} \cdot \text{N} \cdot 2\pi\ \text{rad}}{0{,}95} = 264{,}6\ \text{J}$$

b) Korisna snaga motora je

$$P_k = \mathcal{M}\omega = 40\ \text{m} \cdot \text{N}\ \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6000\ \text{rad}}{60\ \text{s}} = 25{,}1\ \text{kW}$$

c) Uložena snaga je

$$P_u = \frac{P_k}{\eta} = \frac{25{,}1\ \text{kW}}{0{,}95} = 26{,}4\ \text{kW}$$

d) Pošto je ugaona brzina $\omega = \frac{2\pi \cdot 6000\ \text{rad}}{60\ \text{s}} = 628\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, kinetička energija rotora je

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{12\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \left(628\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 2{,}37\ \text{MJ}$$

332. Pošto je $P_k = \eta P$ i $P_k = \mathcal{M}\omega$, gde je

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 3000\ \text{rad}}{60\ \text{s}} = 314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

onda je

$$\mathcal{M} = \frac{\eta P}{\omega} = \frac{0{,}98 \cdot 25 \cdot 10^3\ \text{W}}{314\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 78\ \text{m} \cdot \text{N}$$

333. Za sečenje drveta potrebno je da pokretački motor testere ostvari moment čiji je intenzitet

$$\mathcal{M} = rF$$

a pošto se pri tome motor obrće ugaonom brzinom $\omega = 100\pi$ rad/s, onda je potrebna korisna snaga motora

$$P = \mathcal{M}\omega = rF\omega = 0{,}3\ \text{m} \cdot 15\ \text{N} \cdot 100\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1{,}4\ \text{kW}$$

334. Ako je intenzitet momenta sprega na pokretačkom točku $\mathcal{M}$, kada se ovaj obrće

ugaonom brzinom $\omega = v/r$, razvijena snaga je

$$P_1 = \mathcal{M}\omega = \mathcal{M}\frac{v}{r}$$

a pošto automobil ima dva pokretačka točka, onda je potrebna snaga motora

$$P = 2P_1 = 2\mathcal{M}\frac{v}{r}$$

odakle je

$$\mathcal{M} = \frac{rP}{2v} = \frac{0,35\ \mathrm{m}\cdot 25\cdot 10^3\ \mathrm{W}}{2\cdot 20\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 220\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

jer je $v = 72\ \mathrm{km/h} = 20\ \mathrm{m/s}$.

335. a) Kada rotor dostigne nominalnu ugaonu brzinu, njegova kinetička energija je

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

pa je uložena energija

$$E_u = \frac{E_k}{\eta} = \frac{I\omega^2}{2\eta} = \frac{20\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2\left(100\ \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\cdot 0,95} = 105,3\ \mathrm{kJ}$$

b) Do trenutka dostizanja nominalne brzine rotor ima ugaono ubrzanje

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - 0}{\Delta t} = \frac{\omega}{\Delta t} = \frac{100\ \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}{2\ \mathrm{s}} = 50\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$$

pa je intenzitet momenta sprega inercijalnih sila

$$\mathcal{M} = I\alpha = 20\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2\cdot 50\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2} = 10^3\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

c) Ako je t_1 vreme trajanja prvog obrtaja rotora, onda je odgovarajući ugao rotacije $\theta_1 = 2\pi\ \mathrm{rad}$, pa je

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2$$

odakle je

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\theta_1}{\alpha}} = 2\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} = 2\sqrt{\frac{3,14\ \mathrm{rad}}{50\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}}} = 0,50\ \mathrm{s}$$

336. a) Moment inercije valjka je $I = mr^2/2$, pa je njegova kinetička energija

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{4} =$$

$$= \frac{20\ \mathrm{kg}\ (0,1\ \mathrm{m})^2\left(100\ \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right)^2}{4} = 500\ \mathrm{J}$$

b) Moment sile trenja saopštava valjku usporenje

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - 0}{\Delta t} = \frac{100\ \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}{25\ \mathrm{s}} = 4\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$$

pa je

$$\mathcal{M} = I\alpha = \frac{mr^2}{2}\alpha =$$

$$= \frac{20\ \mathrm{kg}\ (0,1\ \mathrm{m})^2}{2}\cdot 4\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2} = 0,4\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

što znači da će moment sile trenja u svakom ležištu da bude

$$\mathcal{M}_1 = \frac{\mathcal{M}}{2} = 0,2\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

337. a) Kinetička energija kugle koja se kotrlja jednaka je zbiru kinetičke energije translatornog kretanja njenog centra mase $mv^2/2$ i kinetičke energije njenog rotacionog kretanja $I\omega^2/2$ oko trenutne ose rotacije koja prolazi kroz centar mase. Dakle,

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

a kako je $\omega = v/r$ i $I = (2/5)\,mr^2$, onda je

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{\dfrac{2}{5}mr^2\left(\dfrac{v}{r}\right)^2}{2} =$$

$$= \frac{7}{10}mv^2 = 4,48\ \mathrm{J}$$

pošto je $m = 40\ \mathrm{kg}$, $v = 0,4\ \mathrm{m/s}$.

b) Ako se kugla zaustavi na putu s, onda je rad sile trenja $(F_{tr}\cdot s)$ na ovom putu jednak kinetičkoj energiji $\frac{7}{10}mv^2$, kojom kugla raspolaže na početku puta s. Dakle,

$$F_{tr}\cdot s = E_k$$

odakle je

$$F_{tr} = \frac{E_k}{s} = \frac{4,48\ \mathrm{J}}{10\ \mathrm{m}} = 0,448\ \mathrm{N}$$

338. Ako na telo deluje moment sile $\mathcal{M} = 10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$ tokom vremena $\Delta t = 2\ \mathrm{s}$, onda je odgovarajući intenzitet impulsa momenta sile

$$i_{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\cdot\Delta t = 10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}\cdot 2\ \mathrm{s} = 20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$$

339. a) Ako materijalna tačka rotira ugaonom brzinom ω po krugu poluprečnika r, njena linijska brzina je $v = \omega r$, pa je njen impuls

$$p = mv = m\omega r = 0,010\ \mathrm{kg}\cdot 5\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\cdot 0,5\ \mathrm{m} =$$

$$= 0,025\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) Intenzitet momenta impulsa materijalne tačke je

$$L=rp=0{,}5\ \text{m}\cdot 0{,}025\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}=1{,}25\cdot 10^{-2}\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}$$

340. Intenziteti impulsa momenata spregova su:

a) $i_{\mathcal{M}}=\mathcal{M}\cdot\Delta t=2\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot 6\,\text{s}=12\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot\text{s};$

b) $i_{\mathcal{M}}=\langle\mathcal{M}\rangle\cdot\Delta t=\frac{5}{2}\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot 5\,\text{s}=$

$=12{,}5\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot\text{s};$

c) $i_{\mathcal{M}}=\sum i_{\mathcal{M}}=\mathcal{M}_1\cdot\Delta t_1+\mathcal{M}_2\cdot\Delta t_2=$

$=10\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot 2{,}5\,\text{s}-10\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot 2{,}5\,\text{s}=0.$

341. Kako na telo deluje moment sprega stalnog intenziteta $\mathcal{M}=2$ m·N, tokom vremenskog intervala od $t_1=2$ s do $t_2=8$ s, telo će tokom ovog vremena da ima stalno ugaono ubrzanje određeno II Njutnovim zakonom za rotaciju ($\mathcal{M}=I\alpha$), prema kome je

$$\alpha=\frac{\mathcal{M}}{I}=\frac{2\,\text{m}\cdot\text{N}}{100\,\text{kg}\cdot\text{m}^2}=0{,}02\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Prema tome, telo će se od trenutka $t_1=2$ s obrtati ravnomerno ubrzano, ugaonim ubrzanjem $\alpha=0{,}02$ rad/s^2, sve do trenutka $t_2=8$ s. Od ovog trenutka kretanje tela biće ravnomerno, ugaonom brzinom

$$\omega=\alpha\cdot\Delta t=0{,}02\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\cdot 6\,\text{s}=0{,}12\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

koju je telo steklo tokom dejstva momenta sprega na njega.

342. a) $L=I\omega=\frac{mr^2}{2}\omega=$

$$=\frac{10\,\text{kg}(0{,}25\,\text{m})^2}{2}\cdot 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}=3{,}1\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}};$$

b) $E_k=\frac{I\omega^2}{2}=\frac{mr^2\omega^2}{4}=$

$$=\frac{10\,\text{kg}(0{,}25\,\text{m})^2\left(10\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{4}=15{,}6\ \text{J};$$

c) $\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{10\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{4\,\text{s}}=2{,}5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2};$

$\mathcal{M}=I\alpha=\frac{mr^2}{2}\alpha=$

$$=\frac{10\,\text{kg}(0{,}25\,\text{m})^2}{2}\cdot 2{,}5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}=0{,}78\ \text{m}\cdot\text{N}.$$

343. a) Ako zamajac, koji je bio u mirovanju, za vreme Δt dostigne ugaonu brzinu ω, onda je njegovo ubrzanje

$$\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\omega-0}{\Delta t}=\frac{\omega}{\Delta t}$$

gde je

$$\omega=\frac{2\pi\cdot 3000\,\text{rad}}{60\,\text{s}}=100\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

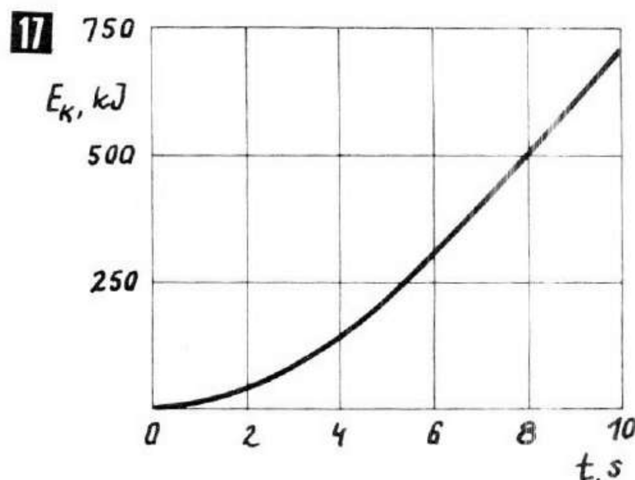
pa je intenzitet momenta sprega koji treba da ostvari pokretački motor

$$\mathcal{M}=I\alpha=\frac{I\omega}{\Delta t}=\frac{15\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot 100\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{10\,\text{s}}=471\,\text{m}\cdot\text{N}$$

b) U toku ubrzavanja zamajca njegova ugaona brzina raste linearno sa vremenom ($\omega=\alpha t$), pa je

$$E_k=\frac{I\omega^2}{2}=\frac{I\alpha^2t^2}{2}=kt^2$$

gde je $k=I\alpha^2/2=7402$ J/s^2 — konstanta, što znači da je kinetička energija zamajca srazmerna kvadratu proteklog vremena. Ta zavisnost je prikazana na slici **17**. U početnom trenutku $t=0$ kinetička energija zamajca jednaka je nuli ($E_k=0$), a posle vremena $t=10$ s kinetička energija je $E_k=740$ kJ (što se dobija primenom prethodne relacije).



344. Ako je T_1 — period rotacije Zemlje na početku posmatranja, a T_2 — period koji će ona imati posle godinu dana, onda je relativna promena perioda

$$\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{T_2-T_1}{T_1}=\frac{T_2}{T_1}-1$$

Odgovarajuće ugaone brzine Zemlje su $\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}$ i $\omega_2=\frac{2\pi}{T_2}$, pa je

$$\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{\omega_1}{\omega_2}-1 \qquad (1)$$

Zemlja i kosmička prašina čine izolovan sistem, pa na njih može da se primeni zakon

održanja momenta impulsa, prema kome je

$$I_1\omega_1=I_2\omega_2$$

pa je

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{I_2}{I_1}$$

Pošto je promena poluprečnika Zemlje zbog kosmičke prašine koja na nju napada zanemarljiva, onda je

$$I_1=\frac{2}{5}m_Z R^2 \quad \text{i} \quad I_2=\frac{2}{5}(m_Z+m_p)R^2$$

gde je m_Z — masa Zemlje, m_p — masa kosmičke prašine, R — poluprečnik Zemlje.

Prema tome, relativna promena perioda rotacije Zemlje, prema relaciji (1), biće

$$\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{I_2}{I_1}-1=\frac{\frac{2}{5}(m_Z+m_p)R^2}{\frac{2}{5}m_Z R^2}-1=$$

$$=\frac{m_p}{m_Z}=\frac{10^6\,\text{kg}}{6\cdot 10^{24}\,\text{kg}}=1{,}7\cdot 10^{-19}$$

što je, praktično, zanemarljivo.

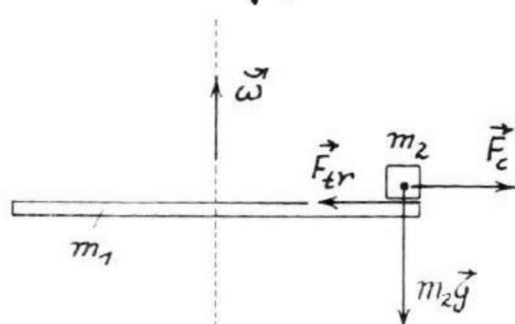
345. a) U sistemu referencije koji rotira zajedno sa diskom, na telo, duž pravca koji je paralelan ravni diska, deluju sila trenja $\vec{F}_{tr}$ i centrifugalna sila $\vec{F}_c$ **18**. Telo će da sklizne sa diska kada centrifugalna sila postane jednaka maksimalnoj sili trenja, tj. kada je

$$m_2 r\omega_0^2=\mu m_2 g$$

odakle je odgovarajuća ugaona brzina diska

$$\omega_0=\sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

18



Pošto je moment inercije diska zajedno sa telom

$$I=\frac{1}{2}m_1r^2+m_2r^2=\frac{(m_1+2m_2)\,r^2}{2}$$

onda su ugaono ubrzanje i ugaona brzina

$$\alpha=\frac{\mathcal{M}}{I}=\frac{2\mathcal{M}}{(m_1+2m_2)\,r^2}$$

$$\omega=\alpha t=\frac{2\mathcal{M}t}{(m_1+2m_2)\,r^2}$$

pa je vreme za koje disk zajedno sa telom dostigne ugaonu brzinu ω_0 i potom sklizne sa diska

$$t_0=\frac{\omega_0}{\alpha}=\frac{(m_1+2m_2)\,r^2}{2\mathcal{M}}\sqrt{\frac{\mu g}{r}}=5{,}05\,\text{s}$$

pošto je $m_1=40$ kg, $m_2=0{,}4$ kg, $r=0{,}5$ m, $\mu=0{,}2$, $g=9{,}81$ m/s², $\mathcal{M}=2$ m·N.

b) Do trenutka t_0 disk će da načini $N=\theta/2\alpha$ obrtaja, gde je $\theta=\frac{1}{2}\alpha t_0^2$ — ugao za koji se disk obrne za vreme t_0, pa je

$$N=\frac{\alpha t_0^2}{2\pi}=\frac{\mathcal{M}t_0^2}{\pi(m_1+2m_2)r^2}=$$

$$=\frac{2\,\text{m}\cdot\text{N}\cdot(5{,}05\,\text{s})^2}{3{,}14\,(40\,\text{kg}+2\cdot 0{,}4\,\text{kg})\,(0{,}5\,\text{m})^2}=$$

$$=1{,}6\ \text{obrtaja}$$

što znači da će do skliznuća tela doći u toku 2. obrtaja diska.

c) U trenutku skliznuća brzina tela je

$$v=\omega_0 r=r\sqrt{\frac{\mu g}{r}}=\sqrt{\mu g r}$$

pa je njegova kinetička energija

$$E_k=\frac{m_2v^2}{2}=\frac{\mu m_2 g r}{2}=$$

$$=\frac{0{,}2\cdot 0{,}4\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}5\,\text{m}}{2}=0{,}2\,\text{J}$$

346. Sistem metak-džak **19** može da se smatra izolovanim sistemom, pa za njega važi zakon održanja momenta impulsa.

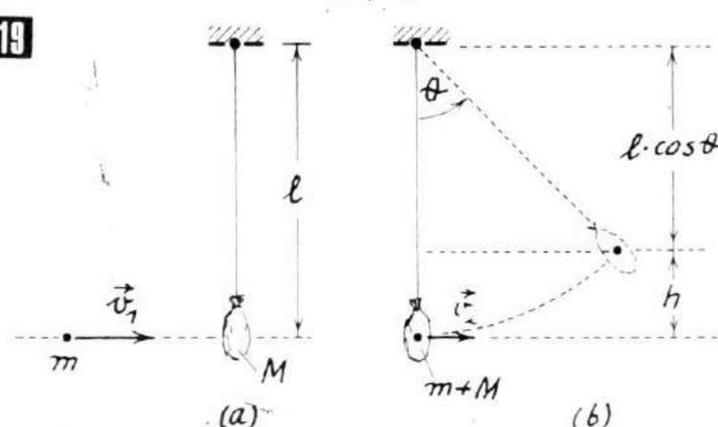
Moment impulsa sistema u odnosu na osu rotacije O neposredno pre udara metka o džak (sl. *a*) je mv_1l (pošto se samo metak kreće), a posle udara $(m+M)v_2l$ (sl. *b*). Prema zakonu održanja momenta impulsa ovog sistema tela dobija se da je

$$mv_1l=(m+M)v_2l$$

odakle je brzina džaka sa metkom u njemu

$$v_2=v_1\frac{m}{m+M} \tag{1}$$

19



Neposredno posle sudara, džak sa metkom raspolaže kinetičkom energijom $E_k = \frac{(m+M)v_2^2}{2}$ i ona se u toku otklanjanja klatna do ugla θ potpuno pretvori u gravitacionu potencijalnu energiju klatna

$$E_p = (m+M)gh = (m+M)gl(1-\cos\theta)$$

pa je prema zakonu održanja energjie

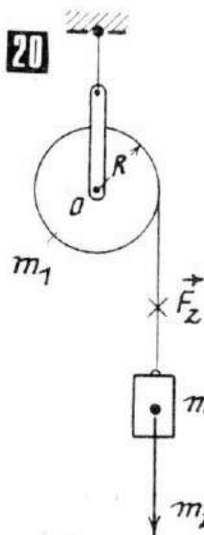
$$\frac{(m+M)v_2^2}{2} = (m+M)gl(1-\cos\theta) \qquad (2)$$

Prema relacijama (1) i (2) nalazi se da je brzina metka pre udara o džak

$$v_1 = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gl(1-\cos\theta)} = 2480\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pošto je $m = 8\cdot 10^{3-}$ kg, $M = 5$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2, $l = 1{,}6$ m, $\theta = 60^\circ$.

347. a) Na teg deluje sila teže $m_2\vec{g}$, a u suprotnom smeru sila zatezanja užeta $\vec{F_z}$ **20**, pa je prema II Njutnovom zakonu za translaciju



$$m_2a = m_2g - F_z \qquad (1)$$

gde je a — ubrzanje tega.

Valjak, čiji je poluprečnik r, rotira pod dejstvom momenta sile zatezanja užeta $r\cdot F_z$, pa je prema II Njutnovom zakonu za rotaciju ($\mathcal{M} = I\alpha$)

$$r\cdot R_z = I\alpha \qquad (2)$$

gde je I — moment inercije valjka za osu rotacije O, a α — ugaono ubrzanje valjka.

Pošto je tangencijalno ubrzanje tačaka na periferiji valjka $r\alpha$ jednako ubrzanju a tega, to je $a = r\alpha$, pa je prema relaciji (2)

$$r\cdot F_z = I\frac{a}{r}, \text{ odakle je } F_z = \frac{Ia}{r^2}$$

a prema relaciji (1)

$$m_2a = m_2g - \frac{Ia}{r^2}$$

odakle je ubrzanje tega

$$a = \frac{m_2g}{m_2 + \frac{I}{r^2}}$$

Kako je moment inercije valjka $I = m_1r^2/2$, to je

$$a = \frac{m_2g}{m_2 + \frac{m_1}{2}} = \frac{0{,}5\ \text{kg}\cdot 9{,}80\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}5\ \text{kg} + \frac{10\ \text{kg}}{2}} = 0{,}89\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad (3)$$

b) Posle pređenog puta h brzina tega biće

$$v^2 = 2ah$$

a kinetička energija

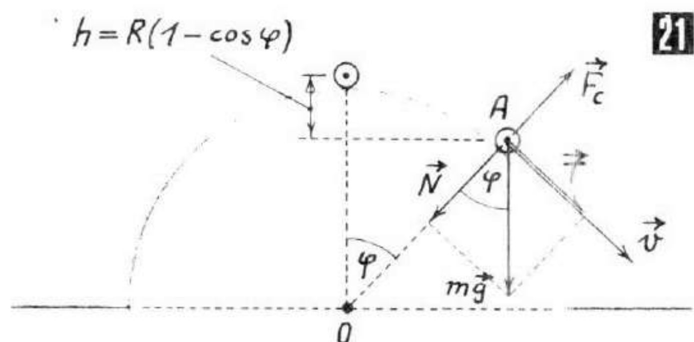
$$E_k = \frac{m_2v^2}{2} = m_2ah = 0{,}5\ \text{kg}\cdot 0{,}89\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2\,\text{m} = 0{,}89\ \text{J}$$

c) Iz relacije (3) za $a = g/2$ nalazi se da je

$$\frac{g}{2} = \frac{2m_2g}{2m_2 + m_1}$$

odakle je traženi odnos $m_1/m_2 = 2$.

348. Telo se kreće niz sfernu površinu pod dejstvom tangencijalne komponente $\vec{T}$ **21** sile



teže $m\vec{g}$, čiji je intenzitet $T = mg\sin\alpha$. Posmatrano iz referentnog sistema vezanog za telo, telo će se odvojiti od podloge u trenutku kada centrifugalna sila $\vec{F_c}$ postane po intenzitetu jednaka normalnoj komponenti $\vec{N}$. Kako je $F_c = mv^2/R$, a $N = mg\cos\varphi$, to je

$$\frac{mv^2}{R} = mg\cos\varphi \qquad (1)$$

gde je v — brzina tela u trenutku odvajanja od podloge, a φ — odgovarajući ugao.

Prema zakonu održanja energije je

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \qquad (2)$$

gde je $h = R(1-\cos\varphi)$.

Na osnovu relacija (1) i (2) nalazi se da je

$$\cos\varphi = \frac{2}{3},\ \text{tj. } \varphi \approx 48^\circ$$

pa je

$$h = R(1-\cos\varphi) = \frac{R}{3}$$

tj. $h = 30$ cm.

9. SVOJSTVA TEČNOSTI I ČVRSTIH SUPSTANCIJA

349. Rad koji je potrebno uložiti da bi se od jedne kapi obrazovale dve manje kapi žive jednak je razlici slobodnih energija površinskih

slojeva tečnosti. Ako se sa r_0 označi poluprečnik velike kapi a sa r poluprečnik manjih kapi, onda je

$$A=2E-E_0=2\alpha S-\alpha S_0=\alpha(2S-S_0)$$

a pošto je $S_0=4\pi r_0^2$ i $S=4\pi r^2$, to je

$$A=4\pi\alpha(2r^2-r_0^2)$$

Poluprečnik r manjih kapi dobija se iz uslova da je zapremina velike kapi jednaka dvostrukoj zapremini male kapi, tj.

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3=2\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$$

odakle je

$$r=\frac{r_0}{\sqrt[3]{2}}$$

Prema tome, uloženi rad je

$$A=4\pi\alpha\frac{2r_0^2}{(\sqrt[3]{2})^2}-r_0^2=4\pi r_0^2\alpha\left(\frac{2}{\sqrt[3]{4}}-1\right)=$$

$$=1{,}53\ \mu\text{J}$$

pošto je $r_0=10^{-3}$ m i $\alpha=0{,}47$ J/m^2.

350. $A=\alpha(2S-S)=$

$$=\alpha S=0{,}073\frac{\text{J}}{\text{m}^2}\cdot 10\cdot 10^{-4}\,\text{m}^2=73\ \mu\text{J}.$$

351. Prilikom spajanja N manjih kapi u veću kap dolazi do smanjenja slobodne površine tečnosti, koje iznosi

$$\Delta S=N\cdot 4\pi r_0^2-4\pi r^2=4\pi(Nr_0^2-r^2)$$

gde je r_0 — poluprečnik manjih kapi, a r — poluprečnik kapi nastale njihovim spajanjem. Zbog ovog smanjenja oslobađa se energija

$$\Delta E=\alpha\Delta S=4\pi\alpha(Nr_0^2-r^2)$$

Pošto je zapremina N malih kapi jednaka zapremini velike kapi, to je

$$N\cdot\frac{4}{3}\pi r_0^3=\frac{4}{3}\pi r^3$$

pa je

$$N=\left(\frac{r}{r_0}\right)^3$$

Zamenom ovog izraza u relaciji za ΔE dobija se da je

$$\Delta E=4\pi\alpha\left(\frac{r^3}{r_0^3}\cdot r_0^2-r^2\right)$$

odnosno

$$\Delta E=4\pi\alpha r^2\left(\frac{r}{r_0}-1\right)$$

odakle je

$$\frac{r}{r_0}=\frac{\Delta E}{4\pi\alpha r^2}+1$$

pa je

$$r_0=\frac{4\pi\alpha r^3}{\Delta E+4\pi\alpha r^2}=5{,}7\ \mu\text{m}$$

pošto je $\alpha=0{,}073$ J/m^2, $r=5\cdot 10^{-3}$ m i $\Delta E=$ $=20\cdot 10^{-3}$ J.

352. Za obrazovanje mehura od sapunice potrebno je utrošiti energiju

$$E=\alpha S$$

gde je $S=2\cdot 4\pi r^2$ — zbir spoljašnje i unutrašnje površine mehura. Prema tome

$$E=8\pi r^2\alpha=8\cdot 3{,}14\cdot(2\cdot 10^{-2}\,\text{m})^2\cdot 0{,}04\frac{\text{J}}{\text{m}^2}=$$

$$=0{,}4\ \text{mJ}$$

353. a) Na pokretnu stranu rama, vertikalno naviše, deluje sila površinskog napona koja potiče od obe slobodne površine, pa je $F=2\alpha l$, a u suprotnom smeru deluje sila teže intenziteta $P=mg$. Pokretni deo rama biće u ravnoteži kada su intenziteti ove dve sile jednaki, tj. kada je

$$2\alpha l=mg$$

Pošto je zapremina pokretnog dela rama $V=\pi d^2/4$, onda je njegova masa

$$m=\frac{\rho\pi d^2}{4}$$

pa je uslov ravnoteže sila $\vec{F}$ i $\vec{P}$

$$2\alpha l=\frac{\rho\pi d^2}{4}g$$

odakle je traženi prečnik rama

$$d=2\sqrt{\frac{2\alpha l}{\pi\rho g}}=$$

$$=2\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}04\frac{\text{J}}{\text{m}^2}\cdot 0{,}10\ \text{m}}{3{,}14\cdot 8900\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}=0{,}34\,\text{mm}$$

b) Za pomeranje pokretne strane nadole za x potrebno je izvršiti rad

$$A=Fx=2\alpha lx=$$

$$=2\cdot 0{,}04\frac{\text{J}}{\text{m}^2}\cdot 0{,}10\ \text{m}\cdot 0{,}02\ \text{m}=0{,}16\ \text{mJ}$$

354. U vertikalnom pravcu, sa smerom nadole, na kocku deluje sila teže intenziteta $P=mg$ i duž obima kocke sila površinskog napona intenziteta $F=4a\alpha$, dok u vertikalnom pravcu, sa smerom naviše, deluje Arhimedova sila intenziteta $F_A=\rho_0 gxa^2$, gde je x — dubina na kojoj se nalazi donja strana kocke.

Pošto je kocka u ravnoteži, to je

$$F+P=F_A$$

odnosno

$$4a\alpha+mg=\rho_0 gxa^2$$

odakle je

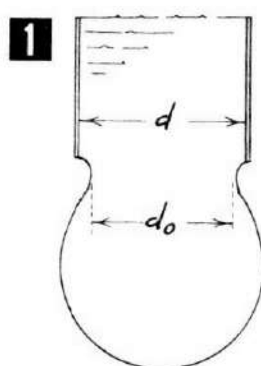
$$x=\frac{mg\alpha+4a\alpha}{\rho_0 ga^2}=$$

$$=\frac{15\cdot10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}+4\cdot2{,}5\cdot10^{-2}\mathrm{m}\cdot0{,}073\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2}}{10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,(2{,}5\cdot10^{-2}\,\mathrm{m})^2}$$

$=2{,}3$ cm

355. Do odvajanja kapi dolazi na suženju koje se obrazuje ispod donjeg kraja pipete **1** kada intenzitet težine kapi $\vec{Q}$ postane jednak intenzitetu sile površinskog napona $\vec{F_p}$, koja deluje po obimu ovog suženja. Ako je sistem u mirovanju, intenzitet težine kapi jednak je intenzitetu sile teže $m\vec{g}$, dok je $F_p=\alpha\pi d_0$, pa je

1



$$mg=\alpha\pi d_0$$

Prečnik ovog suženja d_0 je neznatno manji od prečnika pipete d, pa se može uzeti da je $d_0\approx d$. Prema tome

$$mg=\alpha\pi d$$

odakle je

$$\alpha=\frac{mg}{\pi d}=$$

$$=\frac{0{,}005\cdot10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{3{,}14\cdot0{,}6\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}}=0{,}026\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

356. Iz relacije za visinu stuba tečnosti u kapilari

$$h=\frac{2\alpha}{\rho gr}$$

nalazi se koeficijent površinskog napona

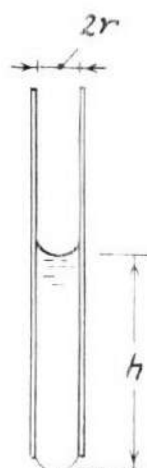
$$\alpha=\frac{\rho grh}{2}=$$

$$=\frac{720\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot9{,}806\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot0{,}40\cdot10^{-3}\mathrm{m}\cdot15{,}5\cdot10^{-3}\mathrm{m}}{2}=$$

$$=21{,}9\cdot10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

357. Stub vode koja zaostane u kapilari ima visinu h **2** pri kojoj je intenzitet njegove težine $\vec{Q}$ jednak zbiru intenziteta sila površinskog napona koje deluju duž graničnih linija gornjeg i donjeg meniskusa, tj. $F=2\pi r\alpha+2\pi r\alpha=4\pi r\alpha$, pa je

2



$$mg=4\pi r\alpha$$

odakle je

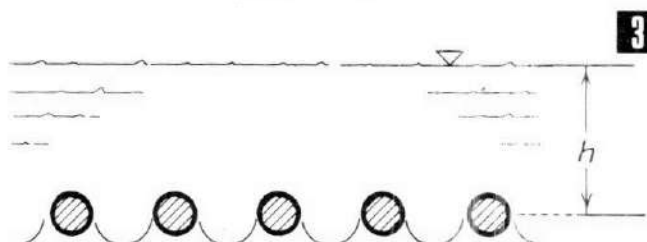
$$m=\frac{4\pi r\alpha}{g}=$$

$$=\frac{4\cdot3{,}14\cdot0{,}072\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\cdot0{,}35\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}=0{,}032\ \mathrm{g}$$

358. Voda neće da ističe iz sita kada ne kvasi njegove niti, usled čega se sa donje strane sita obrazuju kapi **3**. Maksimalna visina h nivoa vode u situ dobija se iz uslova da je težina stuba vode iznad jednog otvora sita jednaka intenzitetu sile površinskog napona koja deluje duž granične linije između slobodne površine tečnosti i žice kojom je ograničen taj otvor. Pošto je težina stuba tečnosti koja se nalazi iznad jednog kvadratnog otvora jednaka intenzitetu sile teže (ako sistem miruje), tj. $Q=\rho gV_0=$ $=\rho gha^2$ i pošto je intenzitet sile površinskog napona koja deluje duž obima jednog otvora $F=4a\alpha$, to je

$$\rho gha^2=4a\alpha$$

3



odakle je

$$h=\frac{4\alpha}{\rho ag}$$

Prema tome, zapremina vode koja može da se zadrži u situ je

$$V=hS=\frac{4\alpha S}{\rho ag}=$$

$$=\frac{4\cdot0{,}072\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\cdot0{,}2\,\mathrm{m}^2}{10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}=5{,}9\ \mathrm{dm}^3$$

359. $E=192\pi r^2\alpha=1{,}13$ mJ.

360. $A=2\pi\alpha(d_2{}^2-d_1{}^2)=2{,}0$ mJ.

361. Pri pomeranju pokretne strane rama silom čiji je intenzitet jednak intenzitetu sile površinskog napona $F=2\alpha l$ izvrši se rad

$$A=Fs=2\alpha ls$$

odakle je koeficijent površinskog napona tečnosti

$$\alpha=\frac{A}{2ls}=\frac{128\cdot 10^{-6}\,\mathrm{J}}{2\cdot 0{,}08\,\mathrm{m}\cdot 0{,}02\,\mathrm{m}}=0{,}04\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2}$$

362. Do odvajanja kapi od pipete dolazi kada je težina kapi Q jednaka intenzitetu sile površinskog napona, za koju se može smatrati da deluje duž obima otvora pipete, pa je $F=\alpha\pi d$. Ukoliko se sistem nalazi u mirovanju (ili ravnomernom kretanju), težina kapi jednaka je intenzitetu sile teže $m_0 g$ koja deluje na kap, pa je

$$m_0 g=\alpha\pi d$$

odakle je

$$\alpha=\frac{m_0 g}{\pi d}$$

Pošto je masa N kapi jednaka m, onda je masa jedne kapi $m_0=m/N$, pa je

$$\alpha=\frac{mg}{\pi dN}=\frac{2{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{3{,}14\cdot 0{,}7\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot 160}\approx 0{,}070\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

363. $m=\dfrac{\pi\alpha d}{g}=7{,}7\,\mathrm{mg}.$

364. Pošto su mase tečnosti koje isteknu iz pipete jednake, onda je

$$m_a N_a=m_v N_v$$

gde su m_a, m_v — masa jedne kapi alkohola odnosno vode, a N_a, N_v — njihov broj. Mase jedne kapi alkohola i vode su

$$m_a=\frac{\alpha_a\pi d}{g}\quad \text{i}\quad m_v=\frac{\alpha_v\pi d}{g}$$

pa je

$$\frac{N_v}{N_a}=\frac{m_a}{m_v}=\frac{\alpha_a}{\alpha_v}=\frac{0{,}070\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{0{,}020\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}=3{,}5$$

365. Ako se vreme računa od trenutka odvajanja prve kapi, onda je vreme za odvajanje N kapi

$$t=(N-1)\Delta t$$

Pošto do odvajanja kapi od pipete dolazi kada je

$$m_0 g=\alpha\pi d$$

onda je zapremina kapi

$$V_0=\frac{m_0}{\rho}=\frac{\alpha\pi d}{\rho g}$$

pa je broj kapi u zapremini V

$$N=\frac{V}{V_0}=\frac{\rho g V}{\alpha\pi d}$$

Prema tome, vreme za koje istekne količina alkohola zapremine V je

$$t=\left(\frac{\rho g V}{\alpha\pi d}-1\right)\Delta t=1417{,}6\,\mathrm{s}=23{,}6\,\mathrm{min}$$

jer je

$\rho=800\,\mathrm{kg/m^3}$, $g=9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, $V=25\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3}$, $\alpha=0{,}022\,\mathrm{N/m}$, $d=2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$

366. $m=\dfrac{2\pi r\alpha}{g}=3{,}8\,\mathrm{mg}.$

367. Visine stubova alkohola u kapilarama su

$$h_1=\frac{2\alpha}{\rho g r_1}\quad \text{i}\quad h_2=\frac{2\alpha}{\rho g r_2}$$

pa je odgovarajuća razlika nivoa

$$\Delta h=h_1-h_2=\frac{2\alpha}{\rho g}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

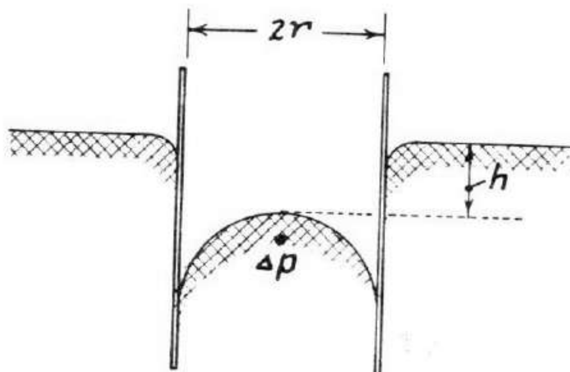
a pošto je $r_1=d_1/2$ i $r_2=d_2/2$, to je

$$\Delta h=\frac{4\alpha}{\rho g}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)=$$

$$=\frac{4\cdot 0{,}022\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\left(\frac{1}{0{,}2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}-\frac{1}{2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}\right)=$$

$$=5{,}05\,\mathrm{cm}$$

368. $\rho_a=\rho_v\dfrac{\alpha_a h_v}{\alpha_v h_a}=800\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.$



369. Pošto je tečnost u kapilarnoj cevi u ravnoteži, onda je pritisak Δp neposredno ispod slobodne površine tečnosti jednak pritisku koji vlada izvan kapilare na tom istom nivou. Izvan kapilare na nivou meniskusa vlada hidrostatički pritisak ρgh, pa je

$$\Delta p=\rho gh$$

a pošto je visina za koju se nivo žive spusti

u kapilarnoj cevi

$$h=\frac{2\alpha}{\rho g r}$$

onda pritisak koji vlada ispod meniskusa žive iznosi

$$\Delta p=\rho g\frac{2\alpha}{\rho g r}=\frac{2\alpha}{r}=4{,}7\ \text{kPa}$$

pošto je $\alpha=0{,}47$ N/m i $r=0{,}2\cdot 10^{-3}$ m.

370. $\Delta p=-\frac{2\alpha}{r}=-730$ Pa (pritisak je jednak kao i na Zemlji, jer je površinski napon uslovljen molekulskim a ne gravitacionim silama).

371. a) Normalni napon kojim je opterećeno uže je

$$\sigma=\frac{F}{S}=\frac{mg}{S}=\frac{0{,}5\cdot 10^{3}\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{100\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2}=49\ \text{MPa}$$

b) Prema Hukovom zakonu, relativno istezanje $\delta=\Delta l/l$ je

$$\delta=\frac{\sigma}{E_y}=\frac{49\cdot 10^{6}\ \text{Pa}}{205\cdot 10^{9}\ \text{Pa}}=0{,}24\cdot 10^{-3}=0{,}024\%$$

c) Elastična potencijalna energija istegnutog užeta je

$$E_p=\frac{k(\Delta l)^2}{2}$$

gde je k—koeficijent koji je brojno jednak elastičnoj sili po jediničnom izduženju, tj. $k=F/\Delta l$, pa je

$$E_p=\frac{F}{2}\Delta l$$

Pošto je $\Delta l=\delta l$ i $F=mg$, to je

$$E_p=\frac{1}{2}mg\delta l=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 10^{3}\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}24\cdot 10^{-3}\cdot 10\,\text{m}=$$

$$=5{,}88\ \text{J}$$

372. Iz Hukovog zakona $\frac{\Delta l}{l}=\frac{1}{E_y}\frac{F}{S}$, uzimajući u obzir da je $S=\pi d^2/4$, dobija se da je najveći intenzitet sile

$$F=\frac{E_y\pi d^2}{4}\cdot\frac{\Delta l}{l}=$$

$$=\frac{125\cdot 10^{9}\ \text{Pa}\cdot 3{,}14\cdot(2\cdot 10^{-3}\ \text{m})^2}{4}\cdot 0{,}015=$$

$$=5{,}9\ \text{kN}$$

jer je $\Delta l/l=\delta=0{,}015$.

373. Normalni napon kojim je opterećen početak sajle jednak je odnosu težine sajle Q i površine njenog poprečnog preseka S. Ako je sajla u mirovanju (ili ravnomernom kretanju), njena težina je $Q=mg=\rho Vg=\rho Slg$, pa je

$$\sigma=\frac{Q}{S}=\frac{\rho Slg}{S}=\rho gl$$

Najveća dužina sajle koja se može spustiti u vodu je ona pri kojoj je njen gornji kraj opterećen naponom koji je jednak naponu kidanja, tj.

$$\sigma_k=\rho gl$$

odakle je

$$l=\frac{\sigma_k}{\rho g}=\frac{550\cdot 10^{6}\ \text{Pa}}{7800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=7{,}2\ \text{km}$$

374. Najveći intenzitet sile kojom se sme delovati na žicu je $F=\sigma_k S$. Pod dejstvom ove sile i njoj suprotne sile trenja $F_{tr}=\mu mg$ telo će se kretati ubrzanjem, koje je prema II Njutnovom zakonu

$$a=\frac{F-F_{tr}}{m}$$

odnosno

$$a=\frac{\sigma_k S-\mu mg}{m}=$$

$$=\frac{450\cdot 10^{6}\ \text{Pa}\cdot 1{,}5\cdot 10^{-6}\ \text{m}^2-0{,}1\cdot 50\ \text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{50\ \text{kg}}$$

$$=12{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

375. Kada se žice opterete tegom, čija je masa m, onda se pod dejstvom njegove težine Q (koja je u ovom slučaju jednaka intenzitetu sile teže $m\vec{g}$) svaka žica izduži se Δl, pa tačka vešanja tega pređe iz položaja A u položaj A' **5**. Tada je

$$x=l\sin\frac{\alpha}{2}$$

a pošto je $x=l_0\sin(\alpha_0/2)$, onda je

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{l_0}{l}\sin\frac{\alpha_0}{2}\qquad(1)$$

Komponente težine $m\vec{g}$ u pravcu žica imaju jednak intenzitet F, pa je prema kosinusnoj teoremi

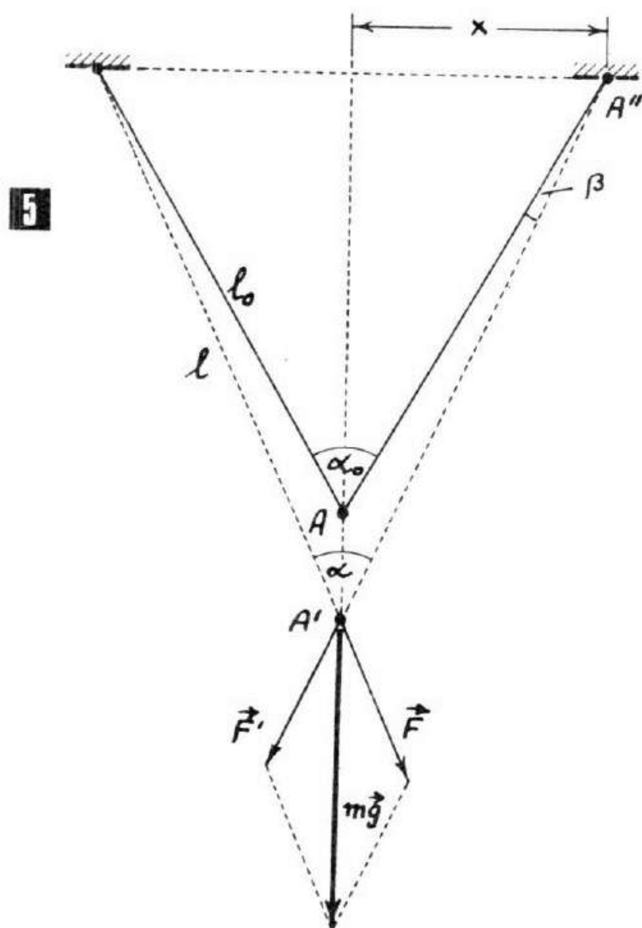
$$2F\cos\frac{\alpha}{2}=mg$$

odakle je

$$F=\frac{mg}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \qquad (2)$$

Pod dejstvom ovih sila svaka žica se izduži za $\Delta l = l - l_0$, pa je prema Hukovom zakonu

$$\frac{l-l_0}{l_0}=\frac{1}{E_y}\frac{F}{S} \qquad (3)$$



Kombinovanjem jednačina (1), (2) i (3) dobija se da je

$$\cos\frac{\alpha}{2}\left(\frac{\sin\frac{\alpha_0}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}-1\right)=\frac{mg}{2E_yS} \qquad (4)$$

Kako je

$$\frac{\alpha}{2}+\beta=\frac{\alpha_0}{2}, \text{ tj. } \frac{\alpha}{2}=30^\circ-\beta$$

i pošto je izduženje žica veoma malo, onda je $\beta \approx 0$, pa je

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\cos(30^\circ-\beta)\approx\cos 30^\circ=0{,}866$$

a isto tako je

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sin(30^\circ-\beta)=\sin 30^\circ\cos\beta-$$

$$-\sin\beta\cos 30^\circ=0{,}5-0{,}866\,\beta$$

jer je $\cos\beta\approx 1$, a $\sin\beta\approx\beta$.

Sada se jednačina (4) posle zamene brojnih podataka svodi na jednačinu

$$0{,}866\left(\frac{0{,}5}{0{,}5-0{,}866\,\beta}-1\right)=$$

$$=\frac{200\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2\cdot 210\cdot 10^9\,\text{Pa}\cdot 4\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2}$$

čijim se rešavanjem dobija da je

$$\beta=7{,}77\cdot 10^{-4}\,\text{rad}=0{,}0445^\circ\approx 160''$$

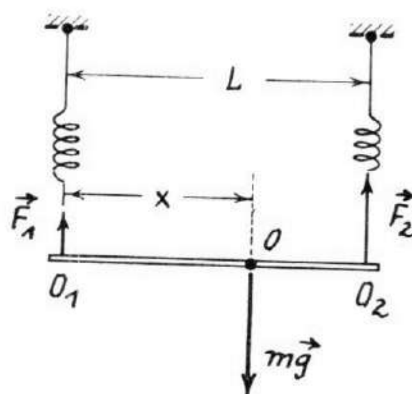
Prema tome, $\alpha=2(30^\circ-160'')=59^\circ\,54'\,40''$, pa je smanjenje ugla između žica

$$\alpha_0-\alpha=60^\circ-59^\circ\,54'\,40''=5'\,20''$$

376. $S=\frac{lF}{E_y\Delta l}=\frac{15\,\text{m}\cdot 1{,}2\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{220\cdot 10^9\,\text{Pa}\cdot 4\cdot 10^{-3}\,\text{m}}=$

$$=0{,}20\cdot 10^{-3}\,\text{m}^2=200\,\text{mm}^2$$

377. Kada se teg obesi o štap **6**, doći će do izduženja opruga, koja moraju da budu



6

jednaka da bi štap ostao u horizontalnom položaju, pa je

$$\Delta l_1=\Delta l_2=\Delta l$$

Pri ovim izduženjima, opruge na štap deluju elastičnim silama

$$F_1=k_1\Delta l \quad \text{i} \quad F_2=k_2\Delta l$$

Pošto je štap u ravnoteži, momenti elastičnih sila u odnosu na tačku O jednaki su, tj.

$$xF_1=(L-x)F_2$$

odnosno

$$k_1x=k_2(L-x)$$

gde je L — rastojanje između tačaka O_1 i O_2 u kojima su opruge vezane za štap, a x — rastojanje između tačke O (u kojoj je obešen teg) i tačke O_1. Kada se prethodna jednačina reši po x, dobija se da je

$$x=L\frac{k_2}{k_1+k_2}=\frac{3}{5}L$$

što znači da teg treba obesiti na rastojanju (3/5) L od tačke učvršćenja prve (leve) opruge.

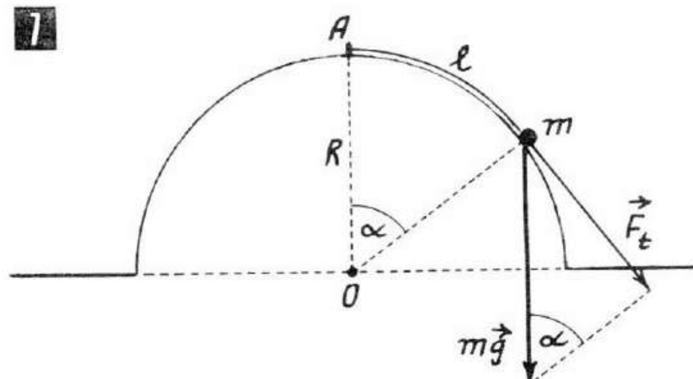
378. Do istezanja žice **1** dolazi pod dejstvom tangencijalne komponente sile teže mg, tj. sile intenziteta

$$F_t = mg \sin\alpha$$

gde je

$$\alpha = \frac{l}{R} = \frac{\pi R}{4R} = \frac{\pi}{4}$$

1



Istezanje žice je

$$\Delta l = \frac{lF_t}{E_yS} = \frac{\frac{\pi R}{4} mg \sin\alpha}{E_y \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{mgR \sin\alpha}{E_y d^2}$$

tj.

$$\Delta l = \frac{10\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2\,\text{m}\cdot 0{,}707}{205\cdot 10^9\,\text{Pa}\cdot 1\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} \approx 0{,}68\,\text{mm}$$

379. a) $\sigma = 40$ MPa; b) $E_y = 200$ GPa.

380. $S = 19{,}2$ mm^2.

381. Kada teg rotira ugaonom brzinom ω, on na žicu deluje centrifugalnom silom intenziteta

$$F_c = ml\omega^2$$

pa je odgovarajući normalni napon

$$\sigma = \frac{F_c}{S} = \frac{ml\omega^2}{S} = \frac{10\,\text{kg}\cdot 1{,}2\,\text{m}\left(2\cdot 2\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} =$$

$$= 0{,}95\,\text{GPa}$$

382. Rad koji se izvrši pri elastičnoj deformaciji tela jednak je njegovoj elastičnoj potencijalnoj energiji, tj.

$$A = E_{el} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$$

gde je $k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{E_yS}{l}$, pa je $A = \frac{E_yS(\Delta l)^2}{2l}$

odnosno

$$\Delta l = \sqrt{\frac{2lA}{E_yS}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2\,\text{m}\cdot 0{,}12\,\text{J}}{125\cdot 10^9\,\text{Pa}\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2}} =$$

$$= 1{,}96\,\text{mm}$$

383. Kada je praćka u zategnutom stanju, ona raspolaže elastičnom energijom

$$E_{el} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} = \frac{E_yS(\Delta l)^2}{2l}$$

koja će se, prema zakonu održanja mehaničke energije, potpuno pretvoriti u gravitacionu potencijalnu energiju kamena ako su trenje i otpor zanemarljivi. Kako je

$$E_p = mgh$$

to je

$$mgh = \frac{E_yS(\Delta l)^2}{2l}$$

odakle je

$$h = \frac{E_yS(\Delta l)^2}{2mgl} = 35{,}3\,\text{m}$$

10. TEČNOSTI I GASOVI U RAVNOTEŽI

384. Pritisak je brojno jednak odnosu intenziteta sile i površine na koju ta sila normalno deluje. Naime,

$$p = \frac{F}{S}$$

pa se zamenom dobija da je

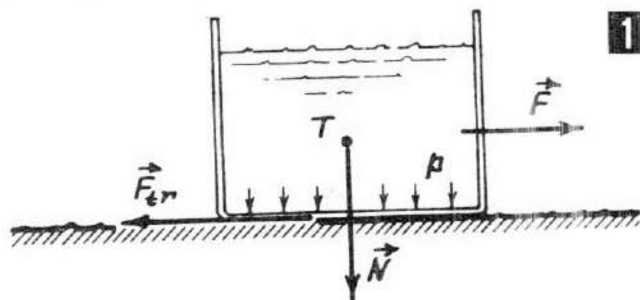
$$p = \frac{40\,\text{N}}{20\cdot 10^{-4}\,\text{m}^2} = 20\,\text{kPa}$$

385. Minimalna sila kojom bi se sud mogao vući po podlozi jednaka je po intenzitetu sili trenja koja deluje na sud **1**. Dakle,

$$F_{\min} = F_{tr} = \mu N$$

gde je μ — koeficijent trenja između dva suda i podloge, a $N = pS$ — intenzitet normalne sile kojom sud deluje na podlogu. U ovom slučaju to je sila pritiska težine tečnosti i suda.

1



Prema tome, tražena sila biće

$$F_{\min} = \mu pS$$

gde je $\mu = 0{,}1$, $p = 0{,}2\cdot 10^6$ Pa, $S = 0{,}02$ m^2, pa se zamenom dobija da je

$$F_{\min} = 0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 10^6\,\text{Pa}\cdot 0{,}02\,\text{m}^2 = 400\,\text{N}$$

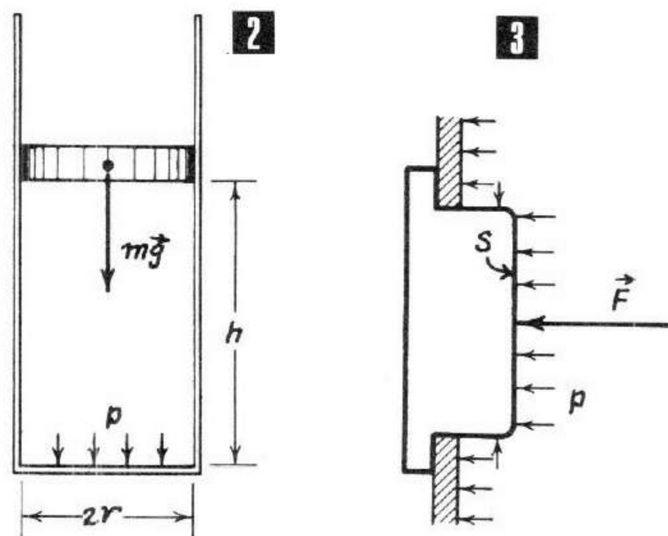
386. $p = \rho g h = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 10\,\text{m} =$

$$= 98{,}1\,\text{kPa}.$$

387. Pritisak na dnu cevi **2** jednak je zbiru hidrostatičkog pritiska ρgh i pritiska koju stvara klip svojom težinom $\frac{mg}{\pi r^2}$. Dakle,

$$p=\rho gh+\frac{mg}{\pi r^2}\approx 10{,}6\ \text{kPa}$$

pošto je $\rho=1000\ \text{kg/m}^3$, $g=9{,}81\ \text{m/s}^2$, $h=1\ \text{m}$, $m=10\ \text{kg}$, $r=0{,}2\ \text{m}$.



388. Pošto je pritisak u tečnosti na dubini h jednak u svim pravcima, onda zatvarač bočnog otvora mora da savlada silu intenziteta **3**

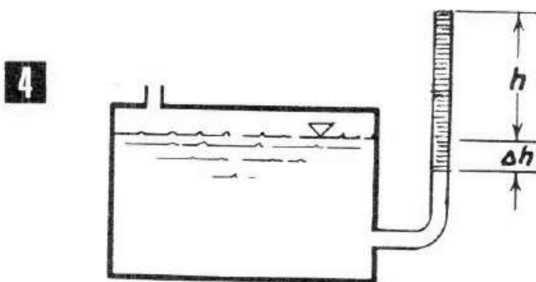
$$F=pS=\rho ghS$$

odnosno

$$F=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 15\ \text{m}\cdot 20\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2=294\ \text{N}$$

389. a) **4**. $\Delta h=h\frac{\rho}{\rho_0}=$

$$=0{,}5\ \text{m}\frac{750\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}=0{,}375\ \text{m}.$$



b) Masa istisnute vode je

$$m=\rho_0 V=\rho_0\frac{\pi D^2}{4}\Delta h=$$

$$=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\frac{3{,}14\cdot 16\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2}{4}\cdot 0{,}375\ \text{m}=$$

$$=0{,}471\ \text{kg}$$

Kada će ulje početi da ulazi u cisternu i od čega to zavisi?

390. Intenzitet sile koja deluje na vrata podmornice jednak je proizvodu pritiska vodenog stuba iznad vrata i površine vrata, tj.

$$F=pS=\rho gh\cdot S$$

gde je $\rho=1020\ \text{kg/m}^3$, $g=9{,}81\ \text{m/s}^2$, $h=100\ \text{m}$, $S=0{,}5\ \text{m}^2$, pa se zamenom dobija da je $F=0{,}5\ \text{MN}$.

Da li intenzitet ove sile zavisi od položaja vrata? Koliku silu trpi oklop podmornice ako je njegova ukupna spoljašnja površina $S=500\ \text{m}^2$?

391. Veličina pomeranja x **5** nivoa vode u cevi može da se nađe iz uslova jednakosti pritisaka na nivou $a-b$ u cevi $\rho g(h+x)+p_0$ i izvan cevi $\rho_0 gx+p_0$. Dakle,

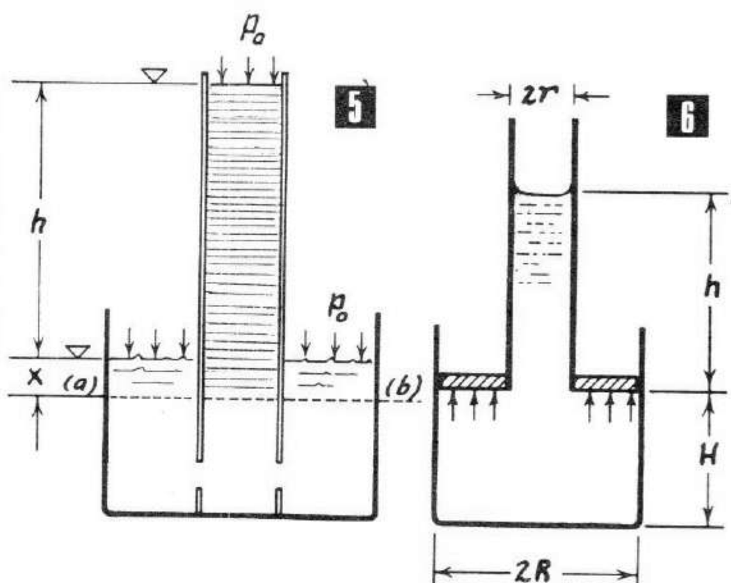
$$\rho g(h+x)+p_0=\rho_0 gx+p_0$$

gde je p_0 — atmosferski pritisak, a $\rho_0=1000\ \text{kg/m}^3$ — gustina vode. Iz ove jednačine se dobija da je

$$x=\frac{\rho}{\rho_0-\rho}h=0{,}90\ \text{m}$$

pa je masa nalivenog ulja

$$m=\rho V=\rho\pi R^2(h+x)=7{,}1\ \text{kg}$$



392. Hidrostatički pritisak na dno suda je **6**

$$p=\rho g(H+h) \quad (1)$$

odnosno

$$p=\frac{m_1 g+m_2 g}{\pi R^2} \quad (2)$$

Iz uslova ravnoteže sila koje deluju na klip dobija se da je

$$\rho gh\cdot\pi(R^2-r^2)=m_1 g \quad (3)$$

Iz relacija (1), (2) i (3) nalazi se da je

$$H=\frac{1}{\rho\pi R^2}\left[m_2-\frac{m_1 r^2}{R^2-r^2}\right]\approx 0{,}10\ \text{m}$$

393. a) Ako se dolivanjem vode nivo žive u užem sudu spusti za h_1, a u širem podigne za h_2, uslov ravnoteže pritisaka može da se izrazi relacijom

$$\rho g x = \rho g h_1 + \rho g h_2 = \rho_0 g h_0 \qquad (1)$$

gde je $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ — gustina vode, $\rho = 13\,600\ \mathrm{kg/m^3}$ — gustina žive.

Pošto su obe tečnosti nestišljive, onda je

$$S_1 h_1 = S_2 h_2 \qquad (2)$$

gde su S_1 i S_2 — površine poprečnih preseka sudova. Prema uslovu zadatka, njihov međusobni odnos je $S_2 = 16 S_1$, pa je na osnovu relacija (1) i (2)

$$h_1 = \frac{16\rho_0}{17\rho} h_0 = 4{,}8\ \mathrm{cm} \quad \text{i} \quad h_2 = \frac{\rho_0}{17\rho} h_0 = 0{,}03\ \mathrm{cm}$$

b) U ovom slučaju nivo žive se u užem sudu podigne za $h_1 = 4{,}8$ cm, a u širem sudu spusti za $h_2 = 0{,}03$ cm.

394. Kod hidraulične prese odnos površina klipova jednak je odnosu sila koje deluju na klipove

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

gde je $S_1 = \pi r_1^2$ i $S_2 = \pi r_2^2$, pa je traženi odnos intenziteta sila

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$$

pošto je $r_1/r_2 = 10$. Prema tome, mašina će delovati 100 puta jačom silom nego što je jačina sile kojom se na nju deluje.

395. Pošto odnos sila treba da bude $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{64}$, onda je (v. zad. 394) potrebno da odnos poluprečnika bude

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} = \frac{1}{8}$$

396. Iz jednačine hidraulične prese sledi da je $F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$. Pošto je rad izvršen spuštanjem manjeg klipa $A = F_1 h$, onda je $F_1 = \frac{A}{h}$, pa je

$$F_2 = \frac{A}{h} \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

gde je $A = 100$ J, $S_2 = 400 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$, $S_1 = 2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$, $h = 0{,}2$ m, pa se zamenom dobija da je $F_2 = 100$ kN.

397. Ako je cisterna u mirovanju ili ako se kreće ravnomerno, pritisak u tački A koji je uslovljen gravitacijom, jednak je hidrostatičkom pritisku, tj.

$$p_1 = \rho g h$$

S druge strane, ako se cisterna kretala ubrzano u naznačenom smeru, ubrzanjem a, onda bi osim pritiska p_1 u tački A vladao i dopunski pritisak

$$p_2 = \rho a l$$

Prema Paskalovom zakonu, pritisak u tečnosti jednak je u svim pravcima. Prema tome, pritisci p_1 i p_2 se sabiraju, pa je rezultujući pritisak u tački A

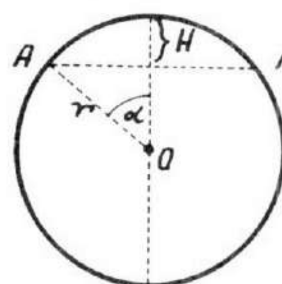
$$p = p_1 + p_2 = \rho(gh + al)$$

398. a). Pritisak na zid lopte u tački A (**7**) jednak je hidrostatičkom pritisku stuba tečnosti visine H, dakle

$$p = \rho g H$$

a pošto je $H = r - r\cos\alpha = r(1 - \cos\alpha)$, onda je

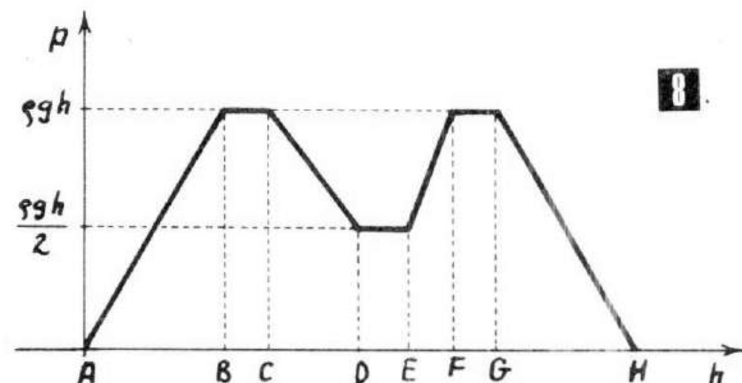
$$p = \rho g r (1 - \cos\alpha)$$



b, c) U ova dva slučaja na zidove lopte, osim pritiska koji potiče od tečnosti u lopti i koji je određen prethodnom relacijom, deluje i pritisak stuba tečnosti u cevi $p = \rho g h$, koji se prema Paskalovom zakonu jednako prenosi u svim pravcima, pa je ukupni pritisak

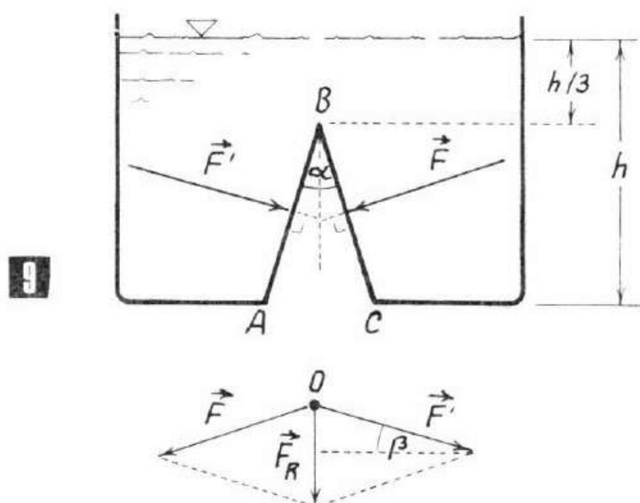
$$p = \rho g h + \rho g r (1 - \cos\alpha) = \rho g\,[h + r(1 - \cos\alpha)]$$

399. Od tačke A do tačke B pritisak raste ravnomerno sa dubinom h, pa je dijagram $p = p(h)$ kao na slici **8**. Od tačke B do C pritisak je stalan i iznosi $\rho g h$.



Od tačke C do tačke D pritisak opada od vrednosti $\rho g h$ do vrednosti $\rho g h/2$, koju zadržava do tačke E, od koje raste do vrednosti $\rho g h$ u tački F. Na delu suda od tačke F do tačke G pritisak je stalan i iznosi $\rho g h$, i od ove vrednosti duž dela GH suda pritisak opada do nule u tački H.

400. Ako se sa F i F' označi intenzitet sila pritisaka $\vec{F}$ i $\vec{F'}$ koje deluju normalno na delove AB i BC dna suda 9 (pri čemu je $F=F'$), onda će intenzitet rezultante ovih sila da bude



jednak dijagonali romba čija je stranica F, a ugao β jednak uglu α (uglovi sa normalnim kracima). Sa slike se vidi da je

$$\frac{F_R}{2}=F\sin\frac{\alpha}{2}$$

pa je $F_R=2F\sin\frac{\alpha}{2}$.

Pritisak tečnosti duž dela AB dna menja se od vrednosti ρgh do vrednosti $\rho gh/3$, pa je njegova srednja vrednost

$$\langle p\rangle=\frac{\rho gh+\frac{\rho gh}{3}}{2}=\frac{2}{3}\rho gh$$

Pošto je površina ovog dela dna $S/2$, onda je sila pritiska koja deluje na njega

$$F=\langle p\rangle S=\frac{2}{3}\rho gh\frac{S}{2}=\frac{1}{3}\rho ghS$$

a isto tolika sila deluje na deo BC dna. Prema tome, rezultujuća sila koja deluje na deo ABC dna suda biće

$$F_R=\frac{2}{3}\rho ghS\sin\frac{\alpha}{2}=845{,}5\,\text{N}$$

401. Vazdušni pritisak jednak je hidrostatičkom pritisku živinog stuba

$$p=\rho gh=13\,600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}725\,\text{m}=$$
$$=96\,727\,\text{Pa}$$

a pošto je $1\,\text{mbar}=10^2\,\text{Pa}$, onda je $p=967{,}3\,\text{mbar}$.

402. a) Kada je pritisak u sudu veći od atmosferskog, onda je

$$p=p_0+\rho gh=$$
$$=100\,500\,\text{Pa}+1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}252\,\text{m}=$$
$$=1029{,}7\,\text{mbar}$$

b) Ako je pritisak u sudu manji od atmosferskog, onda je

$$p=p_0-\rho gh=980{,}3\,\text{mbar}$$

403. Preciznosti očitavanja visine od 0,5 mm odgovaraju sledeće preciznosti merenja pritisaka:

$$\Delta p_{\check{z}}=\rho_{\check{z}}g\Delta h=$$
$$=13\,600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{m}=$$
$$=66{,}6\,\text{Pa}\approx 0{,}7\,\text{mbar}$$

$$\Delta p_v=\rho_v g\Delta h=4{,}9\,\text{Pa}\approx 0{,}05\,\text{mbar}$$

404.

grubi vakuum	10^3 — 1	mbar
srednji	1 — 10^{-3}	
visoki	10^{-3} — 10^{-6}	
ultra-visoki	10^{-6} — 10^{-9}	

405. Pritisak živinog stuba visine 1 mm na temperaturi 0 °C je

$$p_0=\rho_0 gh=$$
$$=13\,595{,}1\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}806\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 1\cdot 10^{-3}\,\text{m}=$$
$$=133{,}31\,\text{Pa}=1{,}3331\,\text{mbar}$$

Sa povišenjem temperature gustina žive se smanjuje prema relaciji

$$\rho=\frac{\rho_0}{1+\gamma t}$$

gde je γ — temperaturski koeficijent zapreminskog širenja žive. Prema tome, pritisak žive na nekoj temperaturi t biće

$$p=\rho gh=\frac{\rho_0 gh}{1+\gamma t}=\frac{p_0}{1+\gamma t}=\frac{1{,}3331\,\text{mbar}}{1+\gamma t}$$

Pošto je $\gamma>0$, onda je $1+\gamma t>1$, što znači da će se sa povišenjem temperature pritisak živinog stuba sniziti. Zbog anomalije vode, ova zavisnost kod nje je znatno složenija.

406. Kotao, čija je površina

$$S=2\pi r(r+h)$$

nalazi se pod pritiskom $p=p_1-p_2$, pa će intenzitet sile koja deluje na zidove kotla biti

$$F=pS=(p_1-p_2)\cdot 2\pi r(r+h)$$

odakle se dobija da je

$$F=(1{,}1-0{,}1)\cdot 10^6\,\text{Pa}\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 1\,\text{m}\,(1\,\text{m}+4\,\text{m})=$$
$$=31{,}4\,\text{MN}$$

407. Pošto je pritisak u unutrašnjosti lopte zanemarljivo mali, onda je intenzitet sile koja deluje na njene zidove

$$F=p_aS=p_a\cdot 4\pi r^2$$

gde je $p_a=99\,800$ Pa i $r=1$ m, pa se zamenom nalazi da je $F=1{,}25$ MN.

408. Gustina vazduha jednaka je odnosu njegove mase i zapremine, tj.

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{(258{,}8-254{,}0)10^{-3}\,\text{kg}}{4{,}00\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3}=1{,}20\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

409. a) Težina tela jednaka je intenzitetu sile koji pokazuje dinamometar: u vazduhu je $Q_0=3{,}2$ N, u vodi $Q_1=2{,}5$ N.

b) Intenzitet Arhimedove sile koja deluje na telo u vodi jednak je razlici njegovih težina u vazduhu i vodi, tj.

$$F_A=Q_0-Q_1=0{,}7\text{ N}$$

c) Intenzitet Arhimedove sile jednak je težini telom istisnute tečnosti, tj. težini tečnosti čija je zapremina jednaka zapremini tela, pa je

$$F_A=Q_0-Q_1=\rho gV$$

odakle je

$$V=\frac{Q_0-Q_1}{\rho g}=\frac{0{,}7\text{ N}}{10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=71{,}4\text{ cm}^3$$

d) Pošto je masa tela $m=Q_0/g$, a zapremina V, onda je gustina supstancije od koje je telo načinjeno

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{Q_0}{gV}=\frac{3{,}2\text{ N}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 71{,}4\cdot 10^{-6}\,\text{m}^3}=$$

$$=4{,}57\cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

410. a) Na vodu, a time i na dno, telo će delovati silom koja je, prema III Njutnovom zakonu, jednaka po intenzitetu sili kojom voda deluje na telo. Dakle,

$$F=F_A=\rho gV=$$

$$=3000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 100\cdot 10^{-6}\,\text{m}^3=2{,}94\text{ N}$$

b) Ako je trenje zanemarljivo, telo će da se kreće pod dejstvom rezultante sile teže ($P=mg=\rho gV$) i njoj suprotne Arhimedove sile ($F_A=\rho_0 gV$), pa je na osnovu II Njutnovog zakona

$$a=\frac{F-F_A}{m}=\frac{(\rho-\rho_0)gV}{\rho V}=g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

odnosno

$$a=9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(1-\frac{1000\text{ kg/m}^3}{3000\text{ kg/m}^3}\right)=6{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

411. Ako je izvan vode 10% zapremine tela, onda se pod vodom nalazi 90% njegove zapremine V, tj. zapremina koja se nalazi pod vodom je $V_1=0{,}9V$, pa je težina tela $Q=\rho gV$ jednaka intenzitetu Arhimedove sile koja deluje na deo tela pod vodom, odnosno $F_A=\rho_0 gV_1=0{,}9\rho_0 gV$. Prema tome je $\rho gV=0{,}9\rho_0 gV$, pa je

$$\rho=0{,}9\rho_0=0{,}9\cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}=900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

412. a) Isplivavanje tela će početi kada se telo pusti, što znači da mu je u tom trenutku brzina jednaka nuli. Dalje kretanje tela vrši se pod delovanjem rezultante sile teže $P=mg$ i njoj suprotne Arhimedove sile $F_A=\rho_0 gV$, gde je ρ_0 — gustina vode. Pri tome, ubrzanje tela prema II Njutnovom zakonu je

$$a=\frac{F_A-Q}{m}=\frac{\rho_0 gV-mg}{m}=$$

$$=g\left(\frac{\rho_0 V}{m}-1\right)=4{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

jer je $g=9{,}81$ m/s², $\rho_0=1000$ kg/m³, $V=2\cdot 10^{-4}$ m³, $m=0{,}14$ kg.

Pošto pri ravnomerno ubrzanom kretanju, bez početne brzine, telo na kraju puta s ima brzinu $v=\sqrt{2as}$, brzina tela na površini vode biće

$$v_0=\sqrt{2ah}$$

b) Dalje će se telo kretati ravnomerno usporeno, sa početnom brzinom v_0 i usporenjem g. Pređeni put tela do zaustavljanja je

$$H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{2ah}{2g}=\frac{a}{g}h=$$

$$=\frac{4{,}2\text{ m/s}^2}{9{,}81\text{ m/s}^2}\cdot 1\text{ m}=0{,}43\text{ m}$$

Napomena: Do rešenja ovog zadatka može se doći i primenom zakona održanja energije. Naime, povećanje potencijalne energije tela $mg(H+h)$ jednako je radu Arhimedove sile $A=F_A\cdot h=\rho_0 gVh$, tj.

$$mg(H+h)=\rho_0 Vgh$$

odakle je

$$H=h\,\frac{\rho_0 V-m}{m}=$$

$$=1\text{ m}\,\frac{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 200\cdot 10^{-6}\,\text{m}^3-0{,}14\text{ kg}}{0{,}14\text{ kg}}=$$

$$=0{,}43\text{ m}$$

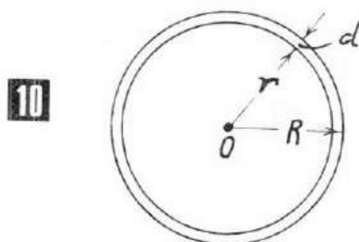
413. $\rho=\dfrac{\rho_1+\rho_2}{2}=955\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

414. Pošto lopta pliva, onda je intenzitet sile teže $\vec{P}$ koja deluje na loptu jednak intenzitetu Arhimedove sile $\vec{F}_A$ koja deluje na polovinu lopte uronjene u vodu. Ako je r poluprečnik šupljine u lopti **10**, onda je intenzitet sile teže koja deluje na loptu

$$P=\rho g(V-V_š)=\frac{4}{3}\pi\rho g(R^3-r^3)$$

jer je $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ i $V_š=\frac{4}{3}\pi r^3$.

10



Intenzitet Arhimedove sile je

$$F_A=\rho_0 g\frac{V}{2}=\frac{2}{3}\pi\rho_0 g R^3$$

gde je ρ_0 — gustina vode. Kako je $P=F_A$, to je

$$\frac{4}{3}\pi\rho g(R^3-r^3)=\frac{2}{3}\pi\rho_0 g R^3$$

odakle je

$$r=R\sqrt[3]{\frac{2\rho-\rho_0}{2\rho}}$$

pa je debljina zida lopte

$$d=R-r=R\left(1-\sqrt[3]{\frac{2\rho-\rho_0}{2\rho}}\right)=4\text{ mm}$$

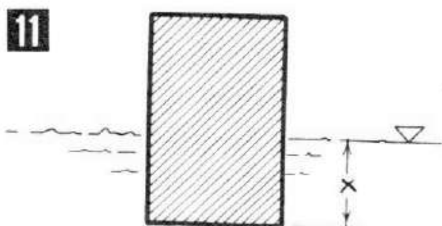
pošto je

$$R=0{,}2\text{ m};\ \rho=8\,600\text{ kg/m}^3;\ \rho=1000\text{ kg/m}^3.$$

415. a) Intenzitet Arhimedove sile $\vec{F}_{Ax}$ koja deluje na cilindar srazmeran je dubini x na kojoj se nalazi njegovo dno **11**, tj.

$$F_{A_x}=\rho g V_x=\rho g\pi r^2 x$$

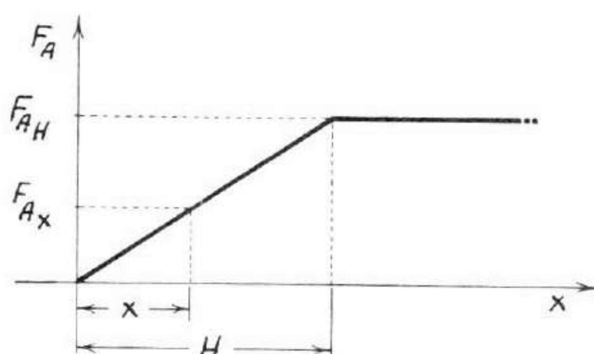
11



pa je grafikon zavisnosti $F_A=F_A(x)$ kao na slici **12**. Kada se dno cilindra potopi do dubine $x=H$, intenzitet sile $\vec{F}_{Ax}$ je maksimalan, tj.

$$F_{A_H}=\rho g\pi r^2 H$$

Arhimedova sila ovolikog intenziteta delovaće na cilindar i pri njegovom daljem potapanju, pod uslovom da se gustina vode ne menja u zavisnosti od dubine.



12

Intenzitet Arhimedove sile na putu $x=H$ ravnomerno raste od $F_{A_1}=0$ do $F_{A_H}=\rho g\pi r^2 H$, pa je srednji intenzitet Arhimedove sile tokom potapanja tela $\langle F_A\rangle=F_{A_H}/2$, a izvršeni rad prilikom potapanja tela

$$A=\langle F_A\rangle\cdot H=\frac{1}{2}\rho g\pi r^2 H^2$$

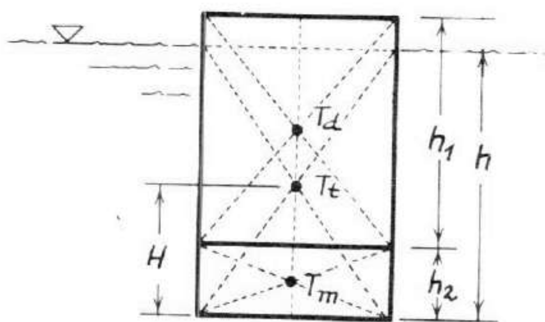
b) Pri daljem pomeranju cilindra naniže na njega deluje Arhimedova sila F_{A_H} stalnog intenziteta, pa će izvršeni rad na putu $s=H$ da bude

$$A=F_{A_H}\cdot H=\rho g\pi r^2 H^2$$

416. Intenzitet Arhimedove sile u bestežinskom stanju jednak je nuli, jer u tim uslovima potisak ne postoji.

417. Telo će lebdeti kada je sistem u bestežinskom stanju, tj. kada on slobodno pada.

418. a) Ako telo pliva u tečnosti, onda je njegova težina jednaka težini tečnosti koju istisne potopljeni deo tela **13**, pa je



13

$$\rho_1 g V_1+\rho_2 g V_2=\rho g V$$

a kako je $V_1=Sh_1$, $V_2=Sh_2$ i $V=Sh$, to je

$$\rho_1 S h_1+\rho_2 S h_2=\rho S h$$

odakle je visina tela u tečnosti

$$h=\frac{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}{\rho}$$

Težište T_t istisnutog dela tečnosti, tj. tečnosti koja se nalazila na mestu koje sada zauzima potopljeni deo cilindra, nalazi se na polovini visine h, pa je

$$h_t=\frac{h}{2}=\frac{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}{2\rho}$$

Pošto se težište T_m metalnog dela cilindra nalazi na rastojanju $h_1/2$, a drvenog T_d na rastojanju $h_2/2$, onda je udaljenost težišta T celog cilindra od njegove osnove

$$H=\frac{m_1(h_1/2)+m_2(h_2/2)}{m_1+m_2}$$

gde su $m_1=\rho_1 V_1=\rho_1 Sh_1$ i $m_2=\rho_2 V_2=\rho_2 Sh_2$ — mase metalnog i drvenog dela cilindra. Prema tome,

$$H=\frac{\rho_1 h_1^2+\rho_2 h_2^2}{2(\rho_1 h_1+\rho_2 h_2)}$$

pa je vertikalno rastojanje između težišta T tela i težišta T_t istisnutog dela tečnosti

$$l=H-h_t=\frac{\rho_1 h_1^2+\rho_2 h_2^2}{2(\rho_1 h_1+\rho_2 h_2)}-\frac{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}{2\rho}$$

b) Ako je tečnost voda, telo će da potone do dubine

$$h_v=\frac{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}{\rho}=27{,}3 \text{ cm}$$

c) Gustina tečnosti u kojoj bi telo lebdelo iznosi

$$\rho_0=\frac{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}{h_1+h_2}=910 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

419. a) Na aerostat deluje Arhimedova sila intenziteta

$$F_A=\rho g V=1{,}29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 900 \text{ m}^3=11{,}4 \text{ kN}$$

b) Intenzitet pokretačke sile $\vec{F}$ aerostata jednak je razlici intenziteta Arhimedove sile $\vec{F}_A$ i intenziteta sile teže $m_1\vec{g}$, koja deluje na aerostat, i sile teže $m_2\vec{g}$, koja deluje na teret, pa je

$$F=F_A-P=F_A-(m_1+m_2)g$$

odakle je

$$m_2=\frac{F_A-F}{g}-m_1=255 \text{ kg}$$

pošto je $F_A=11{,}4\cdot 10^3$ N, $F=4\cdot 10^3$ N, $m=500$ kg, $g=9{,}81$ m/s².

11. DINAMIKA FLUIDA

420. Na osnovu jednačine kontinuiteta primenjene na preseke S_1 i S_2 je

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi(a/2)^2}{a^2}=\frac{\pi}{4}$$

jer je površina kvadrata $S_1=a^2$, a površina kruga $S_2=\pi r^2=\pi a^2/4$.

421. $\frac{v_1}{v_2}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi ab}{\pi R^2}=\frac{1{,}5R\cdot 0{,}5R}{\pi R^2}=\frac{0{,}75}{\pi}=$

$=0{,}24.$

422. a) Prema Toričelijevoj teoremi, brzina isticanja vode je

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5 \text{ m}}=9{,}9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Masa vode koja istekne kroz otvor je

$$m=\rho S v t=\rho\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gh}\cdot t=$$

$$=10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\frac{3{,}14\cdot(0{,}04 \text{ m})^2}{4}\sqrt{2\cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5 \text{ m}}\times$$

$$\times 300 \text{ s}=3{,}73 \text{ t}$$

c) Sila kojom voda deluje na zatvarač otvora jednaka je proizvodu pritiska vodenog stuba na nivou zatvarača i površine zatvarača, koja je jednaka površini otvora, pa je

$$F=pS=\rho g h\frac{\pi d^2}{4}=10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5 \text{ m}\times$$

$$\times\frac{3{,}14 (0{,}04 \text{ m})^2}{4}=61{,}6 \text{ Pa}$$

423. $v=\sqrt{\frac{2p}{\rho}}=34{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

424. a) Visina nivoa vode stabilizovaće se na onoj visini h pri kojoj je utok vode $Q_u=20 \text{ dm}^3/\text{s}=0{,}02 \text{ m}^3/\text{s}$ jednak istoku vode kroz bočni otvor $Q_i=Sv=S\sqrt{2gh}$. Naime,

$$Q_u=Q_i$$

odakle je tražena visina

$$h=\frac{Q_u^2}{2gS^2}=\frac{\left(0{,}02 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(15\cdot 10^{-4} \text{ m})^2}\approx 9{,}1 \text{ m}$$

b) Brzina isticanja vode pri ovoj visini je

$$v=\sqrt{2gh}=13{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

425. a) Brzina isticanja vode na preseku B određena je relacijom

$$v_B=\sqrt{2g(h_1+h_2)}$$

a pošto preseci imaju jednaku površinu, to je $v_A=v_B$.

b) $Q=Sv_B=S\sqrt{2g(h_1+h_2)}$.

c) Ukupni pritisak na preseku B jednak je zbiru atmosferskog pritisika p_a, hidrostatičkog pritiska $p_s=\rho g(h_1+h_2)$ i hidrodinamičkog pritiska

$$p_d=\frac{\rho v_B^2}{2}=\rho g(h_1+h_2)$$

pa je

$$p_B=p_a+2\rho g(h_1+h_2)$$

426. a) Kretanje delića tečnosti posle prolaska kroz otvor je horizontalan hitac, sa početnom brzinom $v_0=\sqrt{2gh}$. Horizontalan hitac kao složeno kretanje nastaje slaganjem ravnomernog kretanja u horizontalnom pravcu i slobodnog padanja sa visine H. Pošto je vreme slobodnog padanja $t=\sqrt{2H/g}$, mlaz tečnosti padaće na horizontalnu ravan na rastojanju

$$x_m=v_0t=\sqrt{2gh}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}=2\sqrt{Hh}$$

pa je

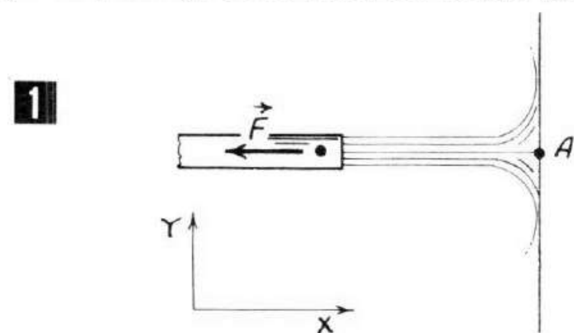
$$h=\frac{x_m^2}{4H}=\frac{(2\,\text{m})^2}{4\cdot 1{,}2\,\text{m}}=0{,}83\text{ m}$$

b) $Q=Sv_0=S\sqrt{2gh}=1{,}2$ L/s.

427. Pošto se tačke A i A′ nalaze na istom nivou, onda su i brzine u tim tačkama jednake.

428. Nailazeći na zid, mlaz vode u tački A menja pravac kretanja za ugao 90° **1**. Impuls mlaza vode koji nailazi na zid u pravcu X-ose je mv, dok je posle nailaska na zid (kada mlaz

1



vode skrene) jednak nuli, jer se mlaz više ne kreće u pravcu X-ose, već u pravcu Y-ose. Promena impulsa mlaza vode jednaka je impulsu sile, tj.

$$Ft=mv-0$$

odakle je intenzitet reaktivne sile

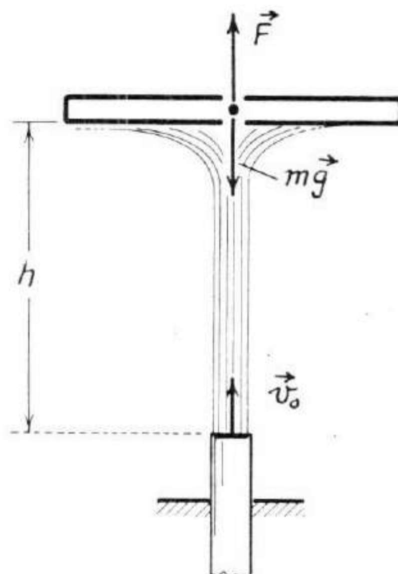
$$F=\frac{m}{t}\cdot v=\rho Sv\cdot v=\rho Sv^2$$

odnosno

$$F=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 0{,}002\,\text{m}^2\left(5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2=50\text{ N}$$

429. Iz uslova ravnoteže sile teže $m\vec{g}$ i reaktivne sile $\vec{F}$, čiji je intenzitet $F=\rho Sv^2$, dobija se visina h, imajući u vidu da je v — brzina kojom mlaz vode nailazi na ploču **2**. Kako se vodeni mlaz kreće vertikalno naviše, brzina mlaza na visini h je

$$v^2=v_0^2-2gh$$



2

Iz uslova $mg=F$, tj.

$$mg=\rho S(v_0^2-2gh)$$

nalazi se da je tražena visina

$$h=\frac{v_0^2}{2g}-\frac{m}{2\rho S}\approx 2{,}3\text{ m}$$

pošto je $v_0=12$ m/s, $g=9{,}81$ m/s², $m=10$ kg, $\rho=1000$ kg/m³, $S=0{,}001$ m².

430. $v=\sqrt{2gh}=0{,}8$ m/s.

431. a) Na osnovu Bernulijeve jednačine primenjene na preseke čiji su prečnici D_1 i D_2, dobija se da je

$$p_1+\frac{\rho v_1^2}{2}=p_2+\frac{\rho v_2^2}{2}$$

Na osnovu jednačine kontinuiteta

$$v_1S_1=v_2S_2,\quad\text{odnosno}\quad v_1D_1^2=v_2D_2^2$$

jer je

$$S_1=\pi D_1^2/4\quad\text{i}\quad S_2=\pi D_2^2/4$$

dobija se da je

$$v_2=\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho\left[1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]}}$$

a pošto je $p_1 - p_2 = \rho g h$, to je

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}} = 2{,}29\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

jer je $D_1 = 0{,}2$ m, $D_2 = 0{,}1$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2, $h = 0{,}25$ m.

b) Zapreminski protok vode kroz vodomer je

$$Q = S_2 v_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \cdot v_2 = \frac{3{,}14\,(0{,}1\ \text{m})^2}{4} \cdot 2{,}29\ \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= 0{,}018\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

432. $v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} =$

$$= \sqrt{\frac{2(6\cdot 10^5\ \text{Pa} - 1\cdot 10^5\ \text{Pa})}{5{,}3\ \text{kg/m}^3}} = 434\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

jer je $p_1 = 6$ bar $= 6\cdot 10^5$ Pa, $p_2 = 100$ mbar $= 10^5$ Pa, $\rho = 5{,}3$ kg/m^3.

433. $t = \frac{L}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1 (S_1^2 - S_2^2)}{2F}} \approx$

$$\approx \frac{LS_1}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1}{2F}} = 1{,}1\ \text{s}$$

Potrebno je zapaziti da je $S_2^2 \ll S_1^2$.

434. Maseni protok vode kroz cev je (v. zad. 431)

$$Q' = \rho S_2 v_2 = \frac{\pi \rho D_2^2}{4}\sqrt{\frac{2\,\Delta p}{\rho\left[1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]}} =$$

$$= 6{,}2\cdot 10^{-2}\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

435. $F = \eta S \frac{v}{d} = 5{,}1$ N. Pošto dinamička viskoznost η opada sa porastom temperature, to se intenzitet sile $\vec{F}$ smanjuje pri zagrevanju ulja.

436. Da bi se čep kretao ravnomerno (stalnom brzinom), potrebno je na njega delovati silom F, čiji je intenzitet jednak intenzitetu sile unutrašnjeg trenja, određenog Njutnovim zakonom trenja u tečnosti $\left(F_{tr} = \eta S \frac{v}{d}\right)$. Naime, iz uslova $F = F_{tr}$ nalazi se da je

$$v = \frac{Fd}{\eta S} = \frac{F(R-r)}{2\pi r l \eta} = 2{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pa je vreme kretanja čepa duž cevi

$$t = \frac{L}{v} = \frac{2\ \text{m}}{2{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}68\ \text{s}$$

437. Rejnoldsov broj pri datim uslovima proticanja je

$$Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{0{,}36\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}2\ \text{m}}{1{,}2\cdot 10^{-6}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 60\,000$$

Pošto je $Re = 60\,000 > 2\,300$, to znači da je proticanje tečnosti turbulentno.

12. MEHANIČKE OSCILACIJE

438. a) Ovo je kosinusna kriva, pa je

$$x = x_0 \cos 2\pi \frac{t}{T} =$$

$$= 0{,}02\ \text{m} \cdot \cos\left(10\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\ t\right)$$

b) Brzina ovog tela je

$$v = -x_0 \frac{2\pi}{T} \sin 2\pi \frac{t}{T} =$$

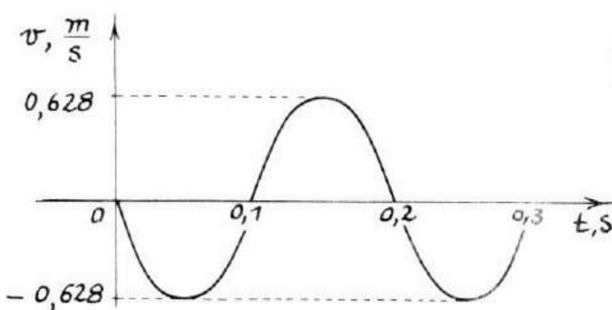
$$= -0{,}628\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin\left(10\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\ t\right) \quad \mathbf{1}$$

dok je ubrzanje

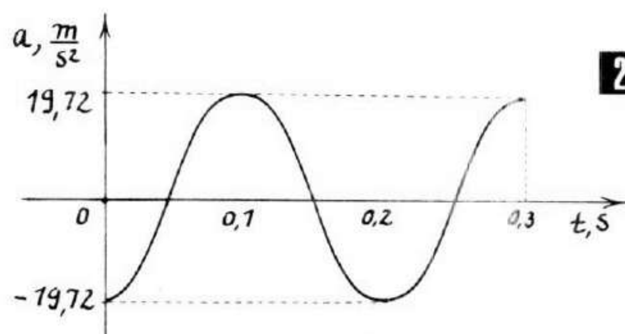
$$a = -x_0\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cos 2\pi \frac{t}{T} =$$

$$= -19{,}72\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos\left(10\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\ t\right) \quad \mathbf{2}$$

1



2



439. a) Iz jednačine $3mg=mg+ma$, gde je $a=x_{01}\omega^2$, nalazi se da je

$$x_{01}=\frac{2g}{\omega^2}=\frac{2g}{(2\pi\nu)^2}=12{,}4\ \text{cm}$$

b) Kada je $ma>mg$, tj. $a>g$. Iz ovog uslova nalazi se da će telo odskakivati pri amplitudama

$$x_{02}>\frac{g}{\omega^2}=\frac{x_{01}}{2}=6{,}2\ \text{cm}$$

440. $x=x_1+x_2=7\ \text{m}\cdot\sin\left(10\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\,t\right)$.

441. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, gde je $k=\frac{F}{x}=\frac{mg}{x}$ — sila koja oprugu istegne za jediničnu dužinu. Na ovaj način je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}=6{,}28\sqrt{\frac{0{,}03\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}=0{,}35\ \text{s}$$

442. $T=2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$, gde je

$$k=\frac{m_1 g}{x_1}$$

pa je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m_2 x_1}{m_1 g}}=0{,}49\ \text{s}$$

443. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{F}{x}}}=0{,}63\ \text{s}.$

444. Period oscilovanja žive je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (1)$$

gde je k — sila koja pomeri nivo žive u jednom kraku za jediničnu dužinu. Naime, da bi se nivo žive u levom kraku pomerio nadole za x, potrebno je na njega delovati silom intenziteta F, koji treba da bude jednak intenzitetu sile teže $\vec{P}$ koja deluje na stub žive, visine $2x$, u desnom kraku cevi **3**. Kako je

$$P=\rho g V=\rho g\cdot 2xS$$

to je

$$F=P=2\rho g x S$$

odnosno

$$F=kx$$

gde je

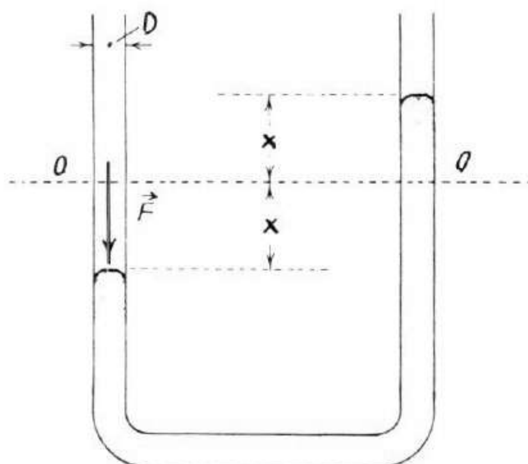
$$k=2\rho g S=\rho g\frac{\pi D^2}{2}$$

Zamenom ovog rezultata u relaciju (1) dobija se da je period oscilovanja žive

$$T=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{2\pi m}{\rho g}}\approx 0{,}69\ \text{s}$$

pošto je $D=0{,}02$ m, $m=1$ kg, $\rho=13\ 600\ \text{kg/m}^3$, $g=9{,}81\ \text{m/s}^2$.

3



445. $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}$. Za ovu osu je $s=0$, pa je $T\to\infty$. Ovo znači da telo ostaje u položaju u kome se zateklo.

446. Ovaj štap predstavlja fizičko klatno, pa je period oscilovanja

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}$$

gde je I — moment inercije štapa za osu koja prolazi kroz njegov kraj $\left(\text{a koja je prema tablici 10 i Štajnerovoj teoremi } I=\frac{ml^2}{12}+m\left(\frac{l}{2}\right)^2=\frac{ml^2}{3}\right)$, $s=l/2$ — udaljenost centra mase štapa od ose rotacije. Zamenom se nalazi da je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}=6{,}28\sqrt{\frac{2\cdot 1\ \text{m}}{3\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}=1{,}64\ \text{s}$$

447. Period oscilovanja lopte je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}$$

gde je I — moment inercije lopte u odnosu na osu rotacije. Iz tablice 10 nalazi se da je moment inercije lopte u odnosu na osu koja prolazi kroz njen centar mase

$$I_0=\frac{2}{5}mR^2$$

pa je on za osu O_1, koja je udaljena za $d=R$

od prethodne ose, prema Štajnerovoj teoremi

$$I = I_0 + md^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$$

Kako je $s = R$, zamenom se dobija da je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{7R}{5g}}$$

Pošto je $T = \frac{t}{n}$, to je $\frac{t}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{7R}{5g}}$, pa je traženi poluprečnik

$$R = \frac{5}{28\pi^2}\cdot\frac{gt^2}{n^2} \approx 1{,}1 \text{ m}$$

448. $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}$, gde je prema tablici 10 i Štajnerovoj teoremi $I = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$ i $s = R$, pa je

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} = 1{,}34 \text{ s}$$

449. $l = \frac{3gT^2}{8\pi^2} = 0{,}37$ m.

450. Iz relacije $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ nalazi se da je

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}803\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(1{,}25 \text{ s})^2}{4\cdot 3{,}14^2} = 0{,}388 \text{ m}$$

451. $l = 24{,}9$ m.

452. Jednačina kretanja klatna je

$$x(t) = x_0 \sin \omega t = x_0 \sin(\sqrt{g/l}\cdot t)$$

gde je $x = 5$ cm, $t = 0{,}2$ s, $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{10}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, odakle se nalazi da je

$$x_0 = \frac{5 \text{ cm}}{\sin\left(\frac{2}{\sqrt{10}} \text{ rad}\right)} = \frac{5 \text{ cm}}{\sin(36°14')} \approx 8{,}4 \text{ cm}$$

pa je jednačina kretanja klatna

$$x(t) = 8{,}4 \text{ cm}\cdot\sin(\sqrt{10}t \text{ rad})$$

453. a) $T_Z = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_Z}} = 2{,}01$ s;

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_M}} = 4{,}94 \text{ s.}$$

b) Iz uslova $T_Z = T_M$, tj.

$$2\pi\sqrt{\frac{l_Z}{g_Z}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_M}{g_M}}$$

nalazi se da je dužina klatna na Mesecu $l_M = l_Z\frac{g_M}{g_Z}$, pa je relativno smanjenje dužine klatna

$$\frac{l_Z - l_M}{l_Z} = 1 - \frac{g_M}{g_Z} = 0{,}835$$

ili 83,5%.

454. $v = 1{,}11$ Hz.

455. Period oscilovanja časovnika na Zemlji je $T_Z = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_Z}}$, a na Mesecu

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_M}}$$

pa je relativna greška časovnika

$$\frac{T_Z - T_M}{T_Z} = 1 - \frac{T_M}{T_Z} =$$

$$= 1 - \sqrt{\frac{g_Z}{g_M}} = 1 - \sqrt{\frac{9{,}81 \text{ m/s}^2}{1{,}65 \text{ m/s}^2}} = -1{,}44$$

ili —144%.

Ovo znači da period klatna umesto $T_Z = 1$ s (koliki je na Zemlji) iznosi $T_M = 1$ s $+ 1{,}44$ s $= 2{,}44$ s, tj. 2 puta je veći nego na Zemlji. Ovaj časovnik će stoga na Mesecu posle 24 časa pokazati vreme od

$$t = \frac{24}{2{,}44} \text{ h} \approx 9{,}8 \text{ h}$$

umesto 24 h, pa je njegova greška

$$24 \text{ h} - 9{,}8 \text{ h} = 14{,}2 \text{ h}$$

456. Relativna greška časovnika je

$$\frac{T_b - T_s}{T_b} = 1 - \sqrt{\frac{g_b}{g_s}} = -0{,}000\,046$$

Prema tome, period klatna časovnika u Sarajevu umesto $T_b = 1$ s (tačno) biće

$$T_s = 1{,}000\,046 \text{ s}$$

pa će časovnik umesto vremena

$$t_b = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$$

pokazati vreme

$$t_s = \frac{86\,400}{1{,}000\,046} \text{ s} = 86\,396 \text{ s}$$

što znači da je njegovo vreme zakašnjavanja za jedan dan

$$\Delta t = 86\,400\text{ s} - 86\,396\text{ s} = 4\text{ s}$$

457. Pre zagrevanja period oscilovanja klatna časovnika je

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

a posle zagrevanja

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}001 l_0}{g}}$$

pa je greška časovnika

$$\frac{T_0 - T'}{T_0} = 1 - \frac{T'}{T_0} = 1 - \frac{l'}{l_0} =$$

$$= 1 - \sqrt{1{,}001} = -0{,}0005$$

ili $-0{,}05\%$.

Ovo znači da je period umesto $T_0 = 1$ s u stvari $T' = 1{,}0005$ s, pa će časovnik umesto

$$24\text{ h} = 86\,400\text{ s}$$

pokazati vreme

$$t' = \frac{86\,400}{1{,}0005}\text{ s} = 86\,357\text{ s}$$

pa je vreme zakašnjavanja časovnika za jedan dan

$$\Delta t = 86\,400\text{ s} - 86\,357\text{ s} = 43\text{ s}$$

458. Smatrajući da su amplitude oscilovanja klatna male, njegov period oscilovanja je

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} + \pi\sqrt{\frac{l}{2g}} =$$

$$= \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1{,}7\text{ s}$$

459. a) $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$;

b) $T_2 = \sqrt{\dfrac{l}{g+a}}$;

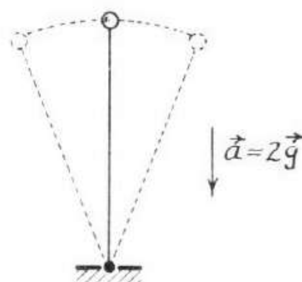
c) $T_3 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-a}}$.

1) $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-g}} = \infty$. Ovo je slučaj bestežinskog stanja, pa klatno ne osciluje jer su sile koje deluju na njega u ravnoteži. Klatno zadrži onaj položaj u kome se nađe.

2) $T'' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-2g}} =$

$$= 2\pi\sqrt{-\frac{l}{g}} = \sqrt{-1}\,T_1 = iT'$$

Klatno će da ima isti period oscilovanja kao i kada se lift ne bi kretao, samo će oscilovati oko gornjeg vertikalnog položaja **4**, zbog inercijalne sile $m\vec{a}$, čiji je intenzitet 2 puta veći od intenziteta sile teže $m\vec{g}$ koja deluje na kuglicu klatna.



4

460. Ovo oscilovanje je analogno oscilovanju matematičkog klatna dužine $l = R$, pa je

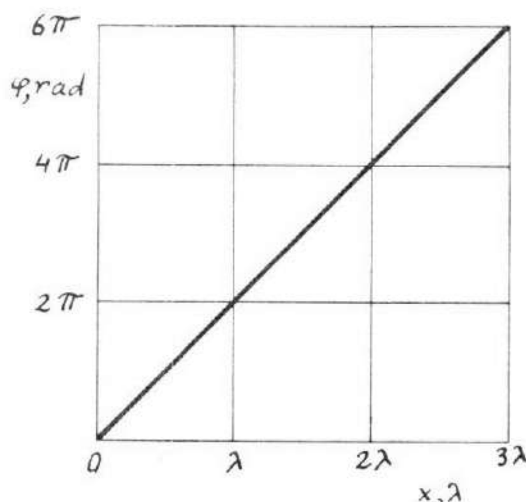
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 1{,}42\text{ s}$$

13. MEHANIČKI TALASI

461. Na udaljenosti x od izvora talasa, faza talasa je

$$\varphi = 2\pi\frac{x}{\lambda}$$

što znači da se na udaljenosti $x = \lambda$ od izvora faza talasa promeni za 2π rad, a na udaljenosti $x + \lambda/2$ za π rad **5**. Prema tome, datoj



5

promeni faze od $\varphi_1 = \pi/3$ rad odgovara pređeni put talasa od

$$x_1 = \lambda\frac{\varphi_1}{2\pi} = \lambda\frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{\lambda}{6}$$

i analogno

za $\varphi_2=\frac{3\pi}{2}$ rad je $x_2=\frac{3}{4}\lambda$

$\varphi_3=115^\circ\approx 2$ rad $x_3=\frac{1}{\pi}\lambda$

$\varphi_4=2\pi$ rad $x_4=\lambda$

$\varphi_5=10\pi$ rad $x_5=5\lambda$

462. $\lambda=11$ m.

463. U toku prostiranja kroz različite sredine talas ne menja svoju frekvenciju, već samo brzinu, pa stoga i talasnu dužinu. Dakle,

$\nu_1=\nu_2$, tj. $\frac{c_1}{\lambda_1}=\frac{c_2}{\lambda_2}$, odakle je

$$\lambda_2=\lambda_1\frac{c_2}{c_1}=0{,}6\text{ m}\frac{1750\text{ m/s}}{350\text{ m/s}}=3\text{ m}$$

464. Indeks prelamanja jedne sredine u odnosu na drugu jednak je odnosu brzina prostiranja zvuka u tim sredinama. Prema tome, indeks prelamanja stakla u odnosu na vodu je

$$n_{2/1}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{4{,}8\frac{\text{km}}{\text{s}}}{1{,}4\frac{\text{km}}{\text{s}}}=3{,}43$$

a vode u odnosu na staklo

$$n_{1/2}=\frac{c_2}{c_1}=\frac{1}{n_{2/1}}=0{,}29$$

465. Iz zakona prelamanja

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{1}{3}$$

nalazi se da je

$$\sin\beta=3\sin\alpha=3\sin 13^\circ=3\cdot 0{,}225=0{,}675$$

pa je $\beta=42^\circ 27'$, što znači da je talas skrenuo od normale.

466. $c=\sqrt{\frac{E_y}{\rho}}=4\,470\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

467. $c=\sqrt{\frac{p\varkappa}{\rho}}$, gde je $p=0{,}2\cdot 10^6$ Pa, $\varkappa=1{,}40$ i $\rho=1{,}5$ kg/m^3, pa se zamenom nalazi da je $c=432$ m/s.

468. $d=\frac{ct}{2}=1$ km.

469. $s=ct=3{,}4$ km.

470. a) $\lambda_{max}=\frac{c_1}{\nu_{min}}=\frac{335\frac{\text{m}}{\text{s}}}{16\text{ Hz}}=21$ m

$\lambda_{min}=\frac{c_1}{\nu_{max}}=\frac{335\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\cdot 10^4\text{ Hz}}=0{,}0168$ m;

b) $\lambda_{max}=\frac{c_2}{\nu_{min}}=\frac{1320\frac{\text{m}}{\text{s}}}{16\text{ Hz}}=82{,}5$ m

$\lambda_{min}=\frac{c_2}{\nu_{max}}=\frac{1320\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\cdot 10^4\text{ Hz}}=0{,}066$ m.

471. $c=\sqrt{\frac{E_y}{\rho}}=\sqrt{\frac{100\cdot 10^9\text{ Pa}}{8900\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}=3350\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

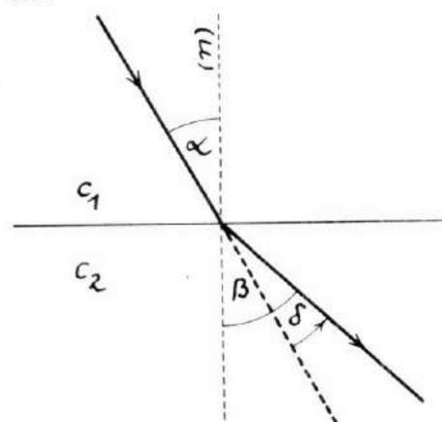
472. Brzina zvuka kroz konstrukciju mosta je $c=\sqrt{\frac{E_y}{\rho}}=5\,189\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zvučni talas pređe put $2l=ct$, pa je dužina mosta

$$l=\frac{ct}{2}=\frac{5189\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 0{,}25\text{ s}}{2}=648{,}6\text{ m}$$

473. $c=\sqrt{\frac{p^\theta\varkappa}{\rho^\theta}}$, gde je $p^\theta=101\,325$ Pa, $\varkappa=1{,}4$ i $\rho^\theta=1{,}29$ kg/m^3 (gustina vazduha na 0 °C prema tablici 5). Zamenom se dobija da je $c_0=331{,}6$ m/s.

474. Na apsolutnoj nuli ($T=0$ K) brzina zvuka bila bi jednaka nuli.

475. Kako talas prelazi iz sredine sa manjom brzinom prostiranja c_1 u sredinu sa većom brzinom c_2, to će se on *prelamati od normale*



Iz relacije

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}$$

nalazi se da je za prelomni ugao

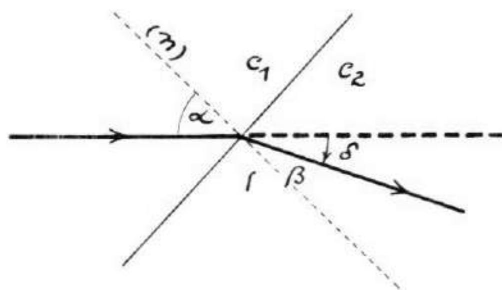
$$\sin\beta=\frac{c_2}{c_1}\sin\alpha=\frac{1560\text{ m/s}}{340\text{ m/s}}\cdot 0{,}21=0{,}964$$

odakle je $\beta=74°29'$, pa je ugao skretanja

$$\delta=\beta-\alpha=74°29'-12=62°29'$$

476. Iz tablice 9 nalazi se da je brzina zvuka u aluminijumu $c_1=5080$ m/s, a u vazduhu $c_2=340$ m/s, pa se odmah zaključuje da će se ovaj zvučni talas, izlazeći iz aluminijuma, prelamati ka normali.

7



Iz relacije $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\dfrac{c_1}{c_2}$ nalazi se da je prelomni ugao $\sin\beta=\dfrac{c_2}{c_1}\sin\alpha=0{,}0473$, pa je $\beta=2°43'$. Ugao skretanja je onda 7

$$\delta=\alpha-\beta=45°-2°43'=42°17'$$

477. Brzina zvuka u vazduhu je

$$c_1=340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a u vodi $c_2=1500$ m/s, pa je za granični ugao totalne refleksije

$$\sin\alpha_g=\frac{c_1}{c_2}=0{,}2267$$

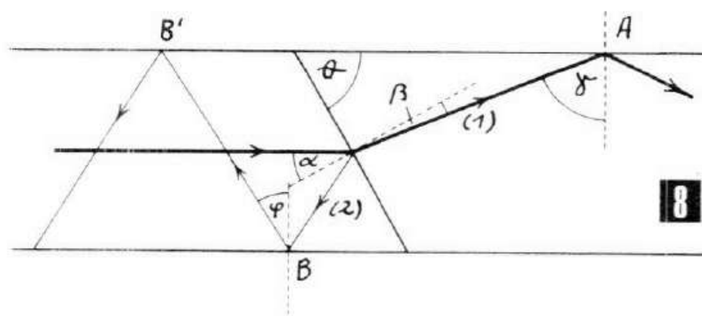
odakle je $\alpha_g=13°6'$. Znači, totalna refleksija će se desiti ako zvučni talas naiđe iz vazduha na površinu vode pod upadnim uglovima $90°>\alpha>\alpha_g=13°6'$.

478. Upadni ugao talasa na graničnu površinu je $\alpha=90°-60°=30°$, pa je na osnovu zakona prelamanja i podataka iz tablice 10 na kraju knjige

$$\sin\beta=\frac{c_2}{c_1}\sin\alpha=0{,}359$$

odakle je $\beta=21°$.

Sa slike 8 se vidi da će prelomljeni zvučni talas (1) da se reflektuje od zida šipke u tački A (u ovoj tački ni pod kojim uslovima



8

ne može da nastane prelamanje!) pod uglom

$$\gamma=90-(\alpha-\beta)=90°-9°=81°$$

pri čemu će na njegovom putu da nastane niz sukcesivnih refleksija pod istim uslovima.

Delimično reflektovani zvučni talas (2) isto tako se prostire (unazad) u procesu sukcesivnog niza refleksija pod uglom $\varphi=90°-2\alpha=30°$.

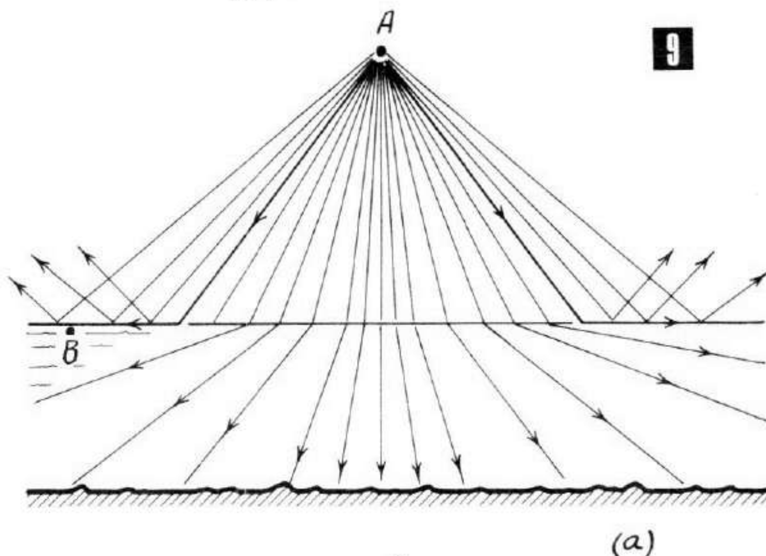
Kako je brzina zvuka u spoljnoj sredini manja (za vazduh 340 m/s, dok je za gvožđe 5170 m/s i bakar 3710 m/s), zvuk ne može da izađe iz šipke.

479. $x=11{,}2$ cm.

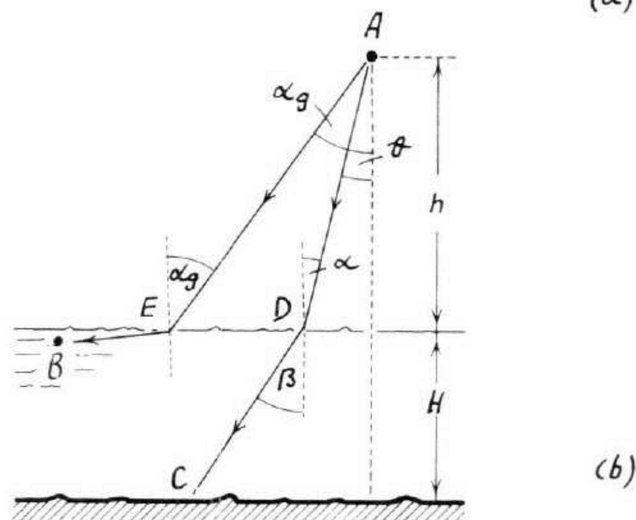
480. Period zvuka je $T=1/\nu$. Za ovo vreme igla pređe (prividno) put po žlebu $l=l\theta=r\omega T=0{,}283$ mm.

481. a) Put zvučnog talasa od izvora talasa do dna jezera 9 prikazan je na slici (*a*).

9



(*a*)



(*b*)

b) Talas pređe put $s_1=AD$ brzinom $c_1=340$ m/s, a put $s_2=DC$ brzinom $c_2=1500$ m/s. Sa slike (*b*) se vidi da je

$$AD=\frac{h}{\cos\theta}=\frac{10\text{ m}}{0{,}985}=10{,}2\text{ m}$$

pa je vreme prostiranja talasa na ovom putu

$$t_1=\frac{s_1}{c_1}=\frac{10{,}2\text{ m}}{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}=0{,}030\text{ s}$$

a isto tako je i

$$t_2=\frac{s_2}{c_2}$$

gde je

$$s_2=DC=\frac{H}{\cos\beta}=\frac{H}{\sqrt{-1\frac{c_2^2}{c_1^2}\sin^2\theta}}=$$

$$=\frac{20\text{ m}}{\sqrt{-1\left(\frac{1500\text{ m/s}}{340\text{ m/s}}\right)^2\cdot 0{,}174^2}}=31{,}2\text{m}$$

pa je $t_2=\frac{31{,}2\text{ m}}{1500\frac{\text{m}}{\text{s}}}=0{,}021\text{ s}.$

Ukupno vreme prostiranja talasa na putu ADC je

$$t=t_1+t_2=0{,}030\text{ s}+0{,}021\text{ s}=0{,}051\text{ s}$$

c) Do tačke B dospe talas koji padne na graničnu površinu voda—vazduh pod graničnim uglom totalne refleksije α_g, koji se nalazi iz relacije

$$\sin\alpha_g=\frac{c_1}{c_2}=0{,}227$$

odakle je $\alpha_g=13°10'$.

Ovaj talas pređe put u vazduhu

$$s_{1g}=AE=\frac{h}{\cos\alpha_g}=10{,}3\text{ m}$$

brzinom $c_1=340\text{ m/s}$ i put u vodi

$$s_{2g}=EB=BD-ED=$$
$$=\sqrt{d^2-h^2}-h\operatorname{tg}\alpha_g=10{,}2\text{ m}$$

brzinom $c_2=1500\text{ m/s}$, pa je ukupno vreme prostiranja talasa

$$t=t_{1g}+t_{2g}=\frac{s_{1g}}{c_1}+\frac{s_{2g}}{c_2}=$$
$$=0{,}030\text{ s}+0{,}007\text{ s}=0{,}037\text{ s}$$

482. Za prag čujnosti je $L_{\min}=10\lg\frac{I_0}{I_0}=$ $=0\text{ dB}$, a za granicu bola

$$L_{\max}=10\lg\frac{I_{\max}}{I_0}=10\lg\frac{1\text{ W/m}^2}{10^{-12}\text{ W/m}^2}=120\text{dB}$$

483. Samo za zvuk frekvencije 1000 Hz.

484. $\frac{I_1}{I_0}=10.$ Kako je $I_0=2\pi^2\rho c\nu^2x_0^2$, a $I_1=2\pi^2\rho c\nu^2x_1^2$, onda je $10=\left(\frac{x_1}{x_0}\right)^2$, tj. $\frac{x_1}{x_0}=$ $=\sqrt{10}$.

485. $x=\frac{1}{\pi\nu}\sqrt{\frac{I}{2\rho c}}=0{,}11\ \mu\text{m}.$

486. a) $c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$, gde je $\mu=\frac{m}{l}=\frac{0{,}002\text{ kg}}{1\text{ m}}=$ $=0{,}002\frac{\text{kg}}{\text{m}}$ — masa jedinične dužine žice, pa je

$$c=\sqrt{\frac{20\text{ N}}{0{,}002\frac{\text{kg}}{\text{m}}}}=100\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) U opštem slučaju frekvencija zvuka proizvedenog zategnutom žicom je

$$\nu_k=\frac{k}{2}\frac{c}{l}=k\nu_0$$

gde je $k=1, 2, 3, \ldots$, a $\nu_0=\frac{c}{2l}$.

U ovom slučaju su frekvencije:

— osnovnog tona ($k=1$)

$$\nu_0=\frac{1}{2}\frac{c}{l}=\frac{100}{2}=50\text{ Hz}$$

— prvog harmonika ($k=2$)

$$\nu_1=2\cdot 50\text{ Hz}=100\text{ Hz}$$

— drugog harmonika ($k=3$)

$$\nu_2=3\cdot 50\text{ Hz}=150\text{ Hz, itd.}$$

487. Brzina transverzalnog talasa po žici je

$$c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

gde je $F=mg$, $\mu=\frac{m}{l}=\frac{\rho V}{l}=\frac{\rho}{l}\cdot\frac{\pi l d^2}{4}$, pa je

$$c=\frac{2}{d}\sqrt{\frac{mg}{\pi\rho}}\approx 1550\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Frekvencija osnovnog tona je onda

$$\nu_0=\frac{c}{2l}=\frac{1550\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\cdot 0{,}5\text{ m}}=1550\text{ Hz}$$

488. Iz relacije $c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ potreban intenzitet sile zatezanja je

$$F=\mu c^2$$

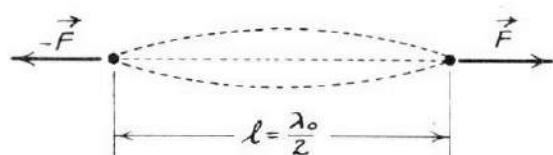
Kako je $c=\lambda_0\nu_0=2l\nu_0$ 10, a pošto je

$$\mu=\frac{m}{l}=\frac{\rho V}{l}=\frac{\rho S l}{l}=\rho\frac{\pi d^2}{4}$$

zamenom se dobija da je

$$F=\pi\rho l^2 d^2 \nu_0^2 \approx 11{,}6\ \mathrm{N}$$

10



489. U opštem slučaju rezonantna frekvencija zatvorenog vazdušnog stuba na jednom kraju je

$$\nu_k=\frac{2k+1}{4}\cdot\frac{c}{l}=(2k+1)\nu_0$$

gde je $k=0, 1, 2, 3, \ldots$

U datom slučaju su frekvencije:

— osnovnog tona ($k=0$)

$$\nu_0=\frac{1}{4}\frac{c}{l}=332\ \mathrm{Hz}$$

— prvog harmonika ($k=1$)

$$\nu_1=\frac{3}{4}\cdot\frac{c}{l}=3\nu_0=996\ \mathrm{Hz}$$

— drugog harmonika ($k=2$)

$$\nu_2=\frac{5}{4}\frac{c}{l}=5\nu_0=1660\ \mathrm{Hz},\quad \text{itd.}$$

490. U opštem slučaju rezonantna frekvencija otvorenog vazdušnog stuba je

$$\nu_k=\frac{(k+1)}{2}\frac{c}{l}=(k+1)\nu_0$$

gde je $k=0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

U datom slučaju su frekvencije:

— osnovnog tona ($k=0$)

$$\nu_0=\frac{c}{2l}\approx 280\ \mathrm{Hz}$$

— prvog harmonika ($k=1$)

$$\nu_1=2\nu_0\approx 560\ \mathrm{Hz}$$

— drugog harmonika ($k=2$)

$$\nu_2=3\nu_0\approx 840\ \mathrm{Hz},\quad \text{itd.}$$

491. $l\approx 56\ \mathrm{cm}$.

492. $l'=1{,}27\ \mathrm{m}$.

493. Neka je l_0 dužina u prvom, a $l_0'=l_0+0{,}1l_0=1{,}1l_0$ — dužina vazdušnog stuba u drugom slučaju. Za prvi slučaj je

$$l_0=\frac{\lambda_0}{4}=\frac{c}{4\nu_0},\quad \text{tj.}\quad \nu_0=\frac{c}{4l_0}$$

dok je u drugom slučaju

$$l_0'=\frac{\lambda_0'}{4}=\frac{c}{4\nu_0'},\quad \text{tj.}\quad \nu_0'=\frac{c}{4l_0'}$$

pa je relativna promena frekvencije

$$\frac{\nu_0-\nu_0'}{\nu_0}100\%=\left(1-\frac{\nu_0'}{\nu_0}\right)100\%=$$

$$=\left(1-\frac{l_0}{l_0'}\right)100\%=\frac{0{,}1}{1{,}1}\cdot 100\%=$$

$$=9{,}1\%$$

494. Prema zad. 493, najmanja dužina vazdušnog stuba pri kojoj će nastupiti rezonancija u menzuri je $l=\lambda/4=c/4\nu$, pa je brzina zvuka

$$c=4\nu l=4\cdot 280\frac{1}{\mathrm{s}}\cdot 0{,}30\ \mathrm{m}=336\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

495. Frekvencija zvuka koji čuje slušalac kada mu se približava zvučni izvor (na lokomotivi) iznosi

$$\nu_1=\nu_0\frac{c}{c-v}=300\ \mathrm{Hz}\cdot\frac{330\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{330\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}-20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}=319\ \mathrm{Hz}$$

a kad se udaljava

$$\nu_1'=\nu_0\frac{c}{c+v}=283\ \mathrm{Hz}$$

što znači da je Doplerova frekvencija u prvom slučaju

$$\nu_{d1}=\nu_1-\nu_0=319\ \mathrm{Hz}-300\ \mathrm{Hz}=19\ \mathrm{Hz}$$

a u drugom

$$\nu_{d2}=\nu_1'-\nu_0=283\ \mathrm{Hz}-300\ \mathrm{Hz}=-17\ \mathrm{Hz}$$

496. a) Prema prethodnom zadatku je

$$\nu_1=\nu_0\frac{c}{c-v}\qquad(1)$$

$$\nu_1'=\nu_0\frac{c}{c+v}\qquad(2)$$

Eliminisanjem ν_0 iz jednačina (1) i (2) nalazi se da je brzina automobila

$$v=c\frac{\nu_1-\nu_1'}{\nu_1+\nu_1'}=8{,}4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}=30\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

b) Na isti način, eliminisanjem brzine v iz jednačina (1) i (2) nalazi se da je frekvencija zvuka sirene

$$\nu_0=\frac{2\nu_1\nu_1'}{\nu_1+\nu_1'}=437\ \mathrm{Hz}$$

497. a) U slučaju kada se slušalac kreće ka zvučnom izvoru, frekvencija zvuka koji

on čuje je

$$\nu_2=\nu_0\frac{c+v}{c}=1000\,\text{Hz}\cdot\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}+100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}=$$

$$=1294\,\text{Hz}$$

a kada se udaljava od njega

$$\nu_2'=\nu_0\frac{c-v}{c}=706\,\text{Hz}$$

b) $\nu_2=\nu_0\frac{c+2c}{c}=3\nu_0$,

$$\nu_2'=\nu_0\frac{c-2c}{c}=-\nu_0.$$

Znak (—) ukazuje da slušalac čuje zvuk frekvencije ν'' ali onih zvučnih talasa koje prestiže!

498. a) $v=c$; b) $\nu=\frac{\nu_0}{2}$.

499. Kada bi se slušalac nalazio na obali, tada bi on čuo zvuk frekvencije $\nu_1=\nu_0\frac{c}{c-v}$, jer mu se zvučni izvor približava brzinom v. Međutim, kako se obala ponaša kao reflektor, tj. kao zvučni izvor frekvencije ν_1, primljeni zvučni signali na brodu imaće frekvenciju

$$\nu_3=\nu_1\frac{c+v}{c}=\nu_0\frac{c+v}{c-v}$$

jer se sada slušalac (zvučni prijemni uređaj na brodu) približava zvučnom izvoru (obali) istom brzinom v. Iz dobijene relacije je

$$v=c\frac{\nu_3-\nu_0}{\nu_3+\nu_0}=7{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\approx 26\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

gde je uzeto da je $c=332$ m/s.

500. U odnosu na mašinovođu drugog voza, prvi se kreće brzinom

$$v_r=v_1+v_2=25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pa mašinovođa čuje pre susreta zvuk frekvencije

$$\nu_2=\nu_0\frac{c}{c-v_r}=400\,\text{Hz}\cdot\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\frac{\text{m}}{\text{s}}-25\frac{\text{m}}{\text{s}}}=432\,\text{Hz}$$

a posle susreta

$$\nu_2'=\nu_0\frac{c}{c+v_r}=373\,\text{Hz}$$

TOPLOTA

1. TERMIČKO ŠIRENJE ČVRSTIH SUPSTANCIJA I TEČNOSTI

501. Dužina šipke na temperaturi $t=80\,°\text{C}$ je

$$l=l_0(1+\alpha t)=$$

$$=75{,}500\,\text{cm}(1+30\cdot10^{-6}\frac{1}{°\text{C}}\cdot80\,°\text{C})=75{,}681\,\text{cm}$$

jer je

$$\alpha=30\ 1/\text{MK}=30\cdot10^{-6}\,1/\text{K}=30\cdot10^{-6}\,1/°\text{C}$$

502. $\alpha=\frac{l-l_0}{l_0t}=18\,\frac{1}{\text{MK}}$.

503. Dužine tela na temperaturama t_1 i t_2 su

$$l_1=l_0(1+\alpha t_1)\quad\text{i}\quad l_2=l_0(1+\alpha t_2)$$

pa je odgovarajuća relativna promena dužine

$$\frac{l_2-l_1}{l_1}=\frac{\alpha(t_2-t_1)}{1+\alpha t_1}$$

odnosno

$$\frac{l_2-l_1}{l_1}=\alpha(t_2-t_1)$$

jer je $1+\alpha t_1\approx1$. Pošto je $t_2-t_1=\Delta t=\Delta T$, onda je

$$\frac{l_2-l_1}{l_1}=15\cdot10^{-6}\frac{1}{\text{K}}\cdot20\,\text{K}=3\cdot10^{-4}=0{,}03\%$$

504. Razmak između delova mosta mora da bude veći (ili najmanje jednak) od izduženja jednog dela mosta pri povišenju temperature od t_1 do t_2. Pri ovoj promeni temperature izduženje jednog dela mosta iznosi

$$\Delta l=l_2-l_1=l_0\alpha(t_2-t_1)=$$

$$=\frac{l_1}{1+\alpha t_1}\alpha(t_2-t_1)=24{,}7\,\text{mm}$$

505. a) Povećanje dužina ivica kocke iznosi

$$\Delta a=a_0\alpha(t_2-t_1)=5{,}00\,\text{cm}\cdot20\cdot10^{-6}\frac{1}{°\text{C}}\cdot100\,°\text{C}=$$

$$=10^{-2}\,\text{cm}=0{,}1\,\text{mm}$$

b) Na temperaturi t_2 dužina ivice kocke je $a_0+\Delta a$, pa je promena površine jedne strane kocke

$$\Delta S_1=(a_0+\Delta a)^2-a_0^2=2a_0\Delta a+(\Delta a)^2$$

Pošto je $(\Delta a)^2$ veličina nižeg reda od Δa, ona se može zanemariti, pa je

$$\Delta S_1=2a_0\Delta a=2\alpha a_0^2(t_2-t_1)$$

odnosno promena površine cele kocke je

$$\Delta S=6\Delta S_1=12\alpha a_0^2(t_2-t_1)=0{,}6\,\text{cm}^2=60\,\text{mm}^2$$

c) Promena zapremine kocke je

$$\Delta V = V_0\gamma(t_2 - t_1) = 3\alpha a_0^3(t_2 - t_1) = $$
$$= 0{,}75\ \text{cm}^3 = 750\ \text{mm}^3$$

jer je temperaturski koeficijent zapreminskog širenja tri puta veći od temperaturskog koeficijenta linearnog širenja, tj. $\gamma = 3\alpha$.

506. Pošto je zapremina žive na temperaturi t

$$V = V_0(1 + \gamma t)$$

onda je njena gustina na toj temperaturi

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1+\gamma t)} = \frac{\rho_0}{1+\gamma t}$$

gde je $\rho_0 = m/V_0$ — gustina žive na temperaturi 0 °C. Posle zamene brojnih podataka u prethodnu relaciju dobija se da je

$$\rho = \frac{13\,595\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 + 18{,}1 \cdot 10^{-6}\dfrac{1}{°\text{C}} \cdot 25\ °\text{C}} = 13\,589\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

507. $\beta = 28{,}2$ 1/MK; $\gamma = 42{,}3$ 1/MK.

508. Vrednosti atmosferskog pritiska, izmerenog pomoću živinog barometra koji se nalazi na temperaturama t i t', ako se ne uzme u obzir termičko širenje žive, tj. promena njene gustine sa promenom temperature, jesu

$$p = \rho g H; \quad p' = \rho g H'$$

pa je relativna greška učinjena pri ovome

$$\frac{p' - p}{p} = \frac{H' - H}{H} = \frac{H'}{H} - 1$$

Kada se uzme u obzir termičko širenje žive, pritisci koje pokazuje barometar biće jednaki, tj.

$$p = \rho g H = \rho' g H'$$

pa je odnos visina žive u barometarskoj cevi

$$\frac{H'}{H} = \frac{\rho}{\rho'}$$

a pošto je

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\gamma t} \ \text{i}\ \rho' = \frac{\rho_0}{1+\gamma t'}$$

onda je

$$\frac{H'}{H} = \frac{1+\gamma t'}{1+\gamma t}$$

$$\frac{p'-p}{p} = \frac{\gamma(t'-t)}{1+\gamma t}$$

Ako se uzme u obzir da je $1 + \gamma t \approx 1$, dobija se da je relativna greška koja se čini kada se zanemari termičko širenje žive pri promeni temperature od t do t'

$$\frac{p'-p}{p} = \gamma(t'-t)$$

509. Ako obim točka na temperaturi 0 °C iznosi $l_0 = 2\pi r_0$, njegov obim na temperaturama t_1 i t_2 biće

$$l_1 = 2\pi r_0(1 + \alpha t_1)$$

$$l_2 = 2\pi r_0(1 + \alpha t_2)$$

a odgovarajući brojevi obrtaja na putu s

$$N_1 = \frac{s}{l_1} = \frac{s}{2\pi r_0(1+\alpha t_1)}$$

$$N_2 = \frac{s}{l_2} = \frac{s}{2\pi r_0(1+\alpha t_2)}$$

pa je razlika

$$N_2 - N_1 = \frac{s}{2\pi r_0}\left(\frac{1}{1+\alpha t_2} - \frac{1}{1+\alpha t_1}\right) = 9{,}5\ \text{obrtaja}$$

510. a) Kada bi štap bio slobodan, njegove dužine na temperaturama t_1 i t_2 bile bi

$$l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$$

$$l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$$

pa bi promena njegove dužine pri promeni temperature od t_1 do t_2 bila

$$\Delta l = l_2 - l_1 = l_0\alpha(t_2 - t_1)$$

ili uzimajući u obzir da je $l_0 = l_1/(1+\alpha t_1) \approx l_0$, ta promena bi bila

$$\Delta l = l_2 - l_1 = l_1\alpha(t_2 - t_1) = l_1\alpha\Delta t$$

Pošto je štap uklešten između ploča koje sprečavaju ovu promenu njegove dužine, onda se usled toga u njemu javlja napon jednak normalnom naponu koji izaziva skraćenje dužine štapa za Δl. Ovaj napon je prema Hukovom zakonu

$$\sigma = E_y\frac{\Delta l}{l_1}$$

pa je

$$\sigma = E_y\frac{l_1\alpha\Delta t}{l_1} = E_y\alpha\Delta t = 0{,}28\ \text{GPa}$$

b) Na ploče štap deluje silama čiji je intenzitet

$$F = \sigma S = 1{,}4\ \text{MN}$$

511. a) $\sigma = \dfrac{F}{S} + E_y\alpha\Delta t = 82{,}2$ MPa;

b) $F = \sigma S = 822$ N;

c) $\Delta t = \dfrac{\sigma_k - \dfrac{F}{S}}{E_y\alpha} = 57{,}5$ °C.

512. $p_2=4p_1=0{,}4$ MPa.

513. $\Delta p=\frac{p_1}{9}$, ili 11,1%.

514. $$V=\frac{S}{2}\left[\left(l+h+\frac{p_a}{\rho g}\right)-\sqrt{\left(l+h+\frac{p_a}{\rho g}\right)^2-4lh}\right]\approx 2{,}6\ \text{cm}^3$$

515. $\rho=\frac{m}{V_2}=\frac{m}{V_1}\cdot\frac{p_2}{p_1}=83{,}3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

516. Iz jednačine stanja $pV=nRT$ nalazi se da je

$$R=\frac{p^\theta V_m^\theta}{nT^\theta}=\frac{101\,325\ \text{Pa}\cdot 0{,}022\,413\,8\ \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}}{1\ \text{mol}\cdot 273{,}15\ \text{K}}=$$

$$=8{,}3144\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

517. Kada se slavina otvori, jedan deo gasa, zapremine V_2, čiji je pritisak p_1, izađe iz suda i raširi se na zapreminu V_3, pri čemu ima pritisak p_3. Ovaj proces je izotermički, pa je prema Bojl-Mariotovom zakonu

$$p_1V_2=p_3V_3 \quad (1)$$

Ostatak gasa zapremine V_1-V_2, koji se nalazi na pritisku p_1, proširi se, pa njegov pritisak opadne na vrednost p_2. Jasno je da zaostali deo gasa ispuni balon, pa mu je zapremina V_1. Na isti način, prema Bojl-Mariotovom zakonu, za ovaj deo gasa je

$$p_1(V_1-V_2)=p_2V_1$$

pa je prema relaciji (1)

$$V_3=V_1\frac{p_1-p_2}{p_3}=$$

$$=2\ \text{m}^3\cdot\frac{0{,}2\cdot 10^6\ \text{Pa}-0{,}12\cdot 10^6\ \text{Pa}}{0{,}1\cdot 10^6\ \text{Pa}}\approx 1{,}6\ \text{m}^3$$

518. Kada se balon postavi naviše, zapremina zaostalog gasa u cevi je

$$V_1=l_1S$$

gde je S — površina poprečnog preseka cevi. Pritisak gasa je

$$p'=p_0+\rho gl$$

gde je ρ — gustina žive. Kada je balon okrenut nadole, zapremina zaostalog gasa u cevi je

$$V_2=l_2S$$

dok je u ovom slučaju pritisak gasa

$$p''=p_0-\rho gl$$

Kako je u toku ovoga $T=\text{const}$, onda je prema Bojl-Mariotovom zakonu

$$p'V_1=p''V_2$$

odnosno

$$(p_0+\rho gl)\,l_1S=(p_0-\rho gl)\,l_2S$$

Iz poslednje jednačine se dobija da je traženi pritisak gasa

$$p_0=\rho gl\,\frac{l_1+l_2}{l_2-l_1}\approx 147\ \text{kPa}$$

pošto je $\rho=13\,600\ \text{kg/m}^3$, $g=9{,}81\ \text{m/s}^2$, $l=0{,}1$ m, $l_1=0{,}05$ m, $l_2=0{,}06$ m.

519. $p_2=p_1\frac{T_2}{T_1}=2\ \text{MPa}\cdot\frac{373\ \text{K}}{273\ \text{K}}=2{,}74$ MPa.

Kako je $p_2<p_{max}$, to znači da će boca izdržati povišeni pritisak.

520. $T_2=T_1\frac{p_2}{p_1}=T_1\frac{2p_1}{p_1}=2T_1$, pa je

$$\Delta T=T_2-T_1=2T_1-T_1=T_1=$$

$$=(273+27)\ \text{K}=300\ \text{K}$$

Potrebno je zapaziti i da je $\Delta t=300\ ^\circ\text{C}$, pošto je $\Delta T=\Delta t$.

521. $p_2=p_1\frac{T_2}{T_1}=p_1\frac{5T_1}{T_1}=5p_1$, pa je

$$\Delta p=p_2-p_1=5p_1-p_1=4p_1=0{,}4\ \text{MPa}$$

522. $T_2=T_1\frac{p_2}{p_1}=273\ \text{K}\frac{0{,}4\ \text{MPa}}{0{,}12\ \text{MPa}}\approx 910$ K.

523. $V_2=V_1\frac{T_2}{T_1}=0{,}2\ \text{m}^3\cdot\frac{273\ \text{K}}{373\ \text{K}}\approx 0{,}15\ \text{m}^3$.

524. $$\rho_1=\rho^\theta\frac{T^\theta}{T_1}=1{,}29\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\frac{273\ \text{K}}{546\ \text{K}}=0{,}65\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_2=\rho^\theta\frac{T^\theta}{T_2}=1{,}29\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\frac{273\ \text{K}}{819\ \text{K}}=0{,}43\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

525. Kako je $V_2=V_1\frac{T_2}{T_1}$, onda je promena zapremine cilindra

$$\Delta V=V_2-V_1=V_1\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)$$

Ova promena zapremine može da se izrazi kao $\Delta V=S\cdot\Delta l$, odakle je pomeranje klipa

$$\Delta l=\frac{\Delta V}{S}=\frac{V_1}{S}\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)\approx 2{,}2\ \text{cm}$$

526. Iz jednačine gasnog stanja

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$$

dobija se da je

$$V_2=V_1\frac{p_1T_2}{p_2T_1}$$

Kako je $V_1=500\,\text{cm}^3$, $T_1=(273+27)\,\text{K}=300\,\text{K}$, $T_2=(273-23)\,\text{K}=250\,\text{K}$, $p_1=0{,}1\cdot 10^6\,\text{Pa}$ i $p_2=1\cdot 10^3\,\text{Pa}$, onda je

$$V_2=0{,}0417\,\text{m}^3=41{,}7\,\text{L}$$

527. Deljenjem jednačine $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$ sa m dobija se da je $\frac{p_1}{\rho_1T_1}=\frac{p_2}{\rho_2T_2}$, pošto je $\frac{m}{V_1}=\rho_1$, a $\frac{m}{V_2}=\rho_2$. Iz ove jednačine nalazi se da je

$$\rho_2=\rho_1\frac{p_2T_1}{p_1T_2}=$$

$$=1{,}22\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\frac{3\cdot 10^3\,\text{Pa}\cdot 293\,\text{K}}{1\cdot 10^3\,\text{Pa}\cdot 230\,\text{K}}\approx 4{,}66\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

528. $V_2=V_1\frac{p_1T_2}{p_2T_1}=$

$$=100\,\text{cm}^3\cdot\frac{0{,}12\cdot 10^6\,\text{Pa}\cdot 273\,\text{K}}{0{,}1\cdot 10^6\,\text{Pa}\cdot 300\,\text{K}}\approx$$

$$\approx 109\,\text{cm}^3$$

529. a) Za određenu količinu idealnog gasa proizvod pritiska i zapremine srazmeran je apsolutnoj temperaturi, pa je

$$\frac{pV}{T}=\frac{p_1V_1}{T_1} \qquad (1)$$

odnosno

$$V=\frac{p_1T}{pT_1}V_1=0{,}604\,\text{L}$$

pošto je $T=273+t=473\,\text{K}$ i $T_1=273+t_1=313\,\text{K}$.

b) Na osnovu jednačine (1) zapremina vazduha pod standardnim uslovima iznosi

$$V_0=\frac{pT_0}{p_0T}V=1{,}72\,\text{L}$$

Masa ove zapremine vazduha je

$$m_0=\rho_vV_0=2{,}22\,\text{g}$$

530. $N=nN_A=\frac{pV}{RT}N_A=$

$$=\frac{2\cdot 10^5\,\text{Pa}\cdot 5\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3}{8{,}3\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot 300\,\text{K}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\,\frac{\text{molekula}}{\text{mol}}\approx$$

$$\approx 2{,}4\cdot 10^{23}\ \text{molekula.}$$

531. $\rho=\frac{pM}{RT}=$

$$=\frac{0{,}254\cdot 10^6\,\text{Pa}\cdot 0{,}002\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8{,}3\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot 300\,\text{K}}=0{,}206\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

532. Broj molekula koji se nalaze u količini supstancije čija je masa $m=0{,}016\,\text{kg}$ jednak je proizvodu količine supstancije $n=\frac{m}{M}$ i Avogadrove konstante $\left(N_A=6{,}025\times 10^{23}\,\frac{\text{molekula}}{\text{mol}}\right)$. Dakle,

$$N=\frac{m}{M}N_A=$$

$$=\frac{0{,}016\,\text{kg}}{0{,}032\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}\cdot 6{,}025\cdot 10^{23}\,\frac{\text{molekula}}{\text{mol}}=$$

$$=3{,}012\cdot 10^{23}\ \text{molekula}$$

533. Iz jednačine stanja gasa

$$pV=nRT$$

sledi da je

$$V=\frac{nRT}{p}$$

gde je $n=1\,\text{mol}$, $R=8{,}3\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$, $T=300\,\text{K}$, $p=50\cdot 10^3\,\text{Pa}$, pa se zamenom dobija da je

$$V=\frac{1\,\text{mol}\cdot 8{,}3\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot 300\,\text{K}}{50\cdot 10^3\,\text{Pa}}=0{,}050\,\text{m}^3$$

534. Ako bi sile među molekulima iščezle, voda bi postala idealan gas. Pritisak može da se izračuna na osnovu jednačine stanja idealnog gasa

$$p=\frac{m}{M}\cdot\frac{RT}{V}$$

gde je $m=1\,\text{kg}$ — masa vode, $M=0{,}018\,\text{kg/mol}$ — molarna masa vode, $T=(273+27)\,\text{K}$ — apsolutna temperatura vode, $V=1\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$ — zapremina suda, $R=8{,}3\,\text{J/(mol}\cdot\text{K)}$ — molarna gasna konstanta. Zamenom se dobija da je $p=1{,}4\cdot 10^8\,\text{Pa}$.

535. Pre zagrevanja, zapremina vazduha iznad nivoa žive u cevi je

$$V_1=lS$$

i vazduh se nalazi pod pritiskom

$$p_1 = p_0 - \rho g h$$

gde je $\rho = 13\,600\ \mathrm{kg/m^3}$ — gustina žive.

Posle zagrevanja, zapremina vazduha iznad nivoa žive je

$$V_2 = (l+h)S$$

i vazduh se nalazi pod atmosferskim pritiskom, tj.

$$p_2 = p_0 = 0{,}1\ \mathrm{MPa}$$

Na osnovu jednačine stanja gasa sledi da je

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

odnosno

$$\frac{(p_0 - \rho g h) l S}{T_1} = \frac{p_0 (l+h) S}{T_2}$$

Odavde je tražena temperatura

$$T_2 = T_1 \frac{p_0 (l+h)}{l (p_0 - \rho g h)} \approx 333\ \mathrm{K}$$

Pošto je $T_1 = 273 + t_1$, traženo povećanje temperature je

$$\Delta T = T_2 - T_1 \approx 33\ \mathrm{K} = 33\ ^\circ\mathrm{C}$$

3. KALORIMETRIJA

536. a) Može, jer je $\Delta t = \Delta T$, odnosno

$$^\circ\mathrm{C} = \mathrm{K}$$

b) Može.

537. $Q = mc(T_2 - T_1) =$

$$= 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 4186 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} (325\ \mathrm{K} - 295\ \mathrm{K}) = 12{,}6\ \mathrm{kJ}.$$

Kako je $t_1 = 22\ ^\circ\mathrm{C}$, a $t_2 = 52\ ^\circ\mathrm{C}$, takođe je

$$Q = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 4186 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} (52\ ^\circ\mathrm{C} - 22\ ^\circ\mathrm{C}) = 12{,}6\ \mathrm{kJ}$$

538. $$c = \frac{c'}{\rho} = \frac{1930 \dfrac{10^3\ \mathrm{J}}{\mathrm{m^3 \cdot K}}}{2500 \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}} = 770 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}.$$

539. $Q = mc(t - t_x)$, odakle je

$$t_x = t - \frac{Q}{mc} = 85\ ^\circ\mathrm{C} - \frac{12{,}6 \cdot 10^3\ \mathrm{J}}{1{,}2\ \mathrm{kg} \cdot 4186 \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot ^\circ C}}} =$$

$$= 82{,}5\ ^\circ\mathrm{C}$$

jer je specifična toplotna kapacitivnost vode $c = 4186\ \mathrm{J/(kg \cdot K)}$.

540. Potrebna količina toplote je

$$Q = mc(t_2 - t_1)$$

gde je

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 =$$

$$= 8900 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}1\ \mathrm{m})^3 \approx 37{,}3\ \mathrm{kg}$$

Zamenom se nalazi da je

$$Q = 37{,}3\ \mathrm{kg} \cdot 380 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} [172\ ^\circ\mathrm{C} - (-12\ ^\circ\mathrm{C})] \approx$$

$$\approx 2{,}6\ \mathrm{MJ}$$

541. Potrebna snaga grejača iznosi

$$P = \frac{A}{\tau} = \frac{Q}{\tau} = \frac{mc(t_2 - t_1)}{\tau} =$$

$$= \frac{20\ \mathrm{kg} \cdot 4186 \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} (80\ ^\circ\mathrm{C} - 12\ ^\circ\mathrm{C})}{60\,\mathrm{s}} = 95\ \mathrm{kW}$$

542. $$C = mc = 0{,}250\ \mathrm{kg} \cdot 4186 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} =$$

$$= 1047 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \approx 1{,}05 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K}}.$$

543. $C = 230\ \mathrm{J/K}$.

544. $Q = C \Delta t = C(t_1 - t_2) = 0{,}84\ \mathrm{MJ}$.

545. $Q = 0{,}1\ \mathrm{MJ}$.

546. Kako je $C = mc$, a masa kocke $m = \rho V = \rho a^3$, to je $C = \rho a^3 c$, pa je specifična toplotna kapacitivnost

$$c = \frac{C}{\rho a^3}$$

gde je $C = 145 \cdot 10^3\ \mathrm{J/K}$, $\rho = 2700\ \mathrm{kg/m^3}$, $a^3 = 0{,}4^3\ \mathrm{m^3} = 0{,}064\ \mathrm{m^3}$, pa se zamenom nalazi da je

$$c = 0{,}84 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg \cdot K}}$$

547. $C = 2{,}6 \cdot 10^5 \dfrac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} = 2{,}6 \cdot 10^5 \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$.

548. $C = m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 \approx 1835 \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$.

549. Ako je t_s — srednja, tj. krajnja temperatura vode u kalorimetru, tada telo oda količinu toplote

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t_s)$$

a voda primi $Q_2=m_2c_2(t_s-t_2)$. Ako nema gubitaka toplote, onda je $Q_1=Q_2$, tj.

$$m_1c_1(t_1-t_s)=m_2c_2(t_s-t_2)$$

odakle je

$$t_s=\frac{m_1c_1t_1+m_2c_2t_2}{m_1c_1+m_2c_2}\approx 33\ °C$$

ili $T_s=273+t_s=306$ K.

550. Ako je t_s — temperatura smeše, onda se iz uslova

$$m_1c_1(t_1-t_s)=m_2c_2(t_s-t_2)$$

dobija da je $t_s\approx 67{,}9$ °C.

551. Iz uslova jednakosti količine toplote koju oda voda i koju primi kocka

$$m_1c_1(t_1-t_s)=m_2c_2(t_s-t_2)$$

dobija se krajnja temperatura kocke u vodi

$$t_s=57{,}5\ °C$$

pa kocka primi količinu toplote

$$Q=m_2c_2(t_s-t_2)=$$

$$=0{,}1\ \text{kg}\cdot 840\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}(57{,}5\ °C-20\ °C)\approx 3{,}15\ \text{kJ}$$

552. Voda u sudu primi količinu toplote $Q_1=m_1c_1\Delta t=\rho_1V_1c_1\Delta t$, a gvožđe preda $Q_2=m_2c_2[t_x-(t_1+\Delta t)]$. Kako nema gubitaka toplote, iz uslova $Q_1=Q_2$ dobija se da je temperatura gvožđa

$$t_x=\frac{\rho_1V_1c_1\Delta t+m_2c_2(t_1+\Delta t)}{m_2c_2}$$

gde je $\rho_1=1000\ \text{kg/m}^3$, $c_1\approx 4186$ J/(kg·K), $m_2=0{,}25$ kg, $c_2=460$ J/(kg·K), $t_1=20$ °C. Zamenom se nalazi da je $t_x\approx 1122$ °C.

553. $Q=mq_s=200$ MJ.

554. Potrebna količina toplote

$$Q_1=mc(t_2-t_1)+mq_i$$

jednaka je količini toplote

$$Q_2=m_xq_s$$

koja se oslobodi pri sagorevanju uglja mase m_x. Iz uslova $Q_1=Q_2$ nalazi se da je

$$m_x=\frac{mc(t_2-t_1)+mq_i}{q_s}\approx 0{,}041\ \text{kg}$$

555. Pri sagorevanju uglja, mase m, oslobodi se količina toplote $Q'=mq_s$, od koje se pretvara u električnu energiju samo deo

$$Q=\eta Q'=\eta mq_s$$

gde je $\eta=0{,}30$, $m=4\cdot 10^3$ kg, $q_s=1{,}1\cdot 10^7$ J/kg pa je

$$Q=13{,}2\ \text{GJ}$$

Kako je 1 MWh $=3{,}6\cdot 10^9$ J, ovoj količini toplote odgovara električna energija od

$$\frac{13{,}2\cdot 10^9}{3{,}6\cdot 10^9}\ \text{MWh}\approx 3{,}7\ \text{MWh}$$

556. $q_s=\dfrac{m_1c(t_1'-t_1)}{m_2}=2{,}1\dfrac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

557. Nalazeći iz tablica da je temperatura topljenja gvožđa $t_t=1540$ °C, specifična toplotna kapacitivnost $c=460$ J/(kg·K), specifična toplota topljenja $q_t=0{,}27$ MJ/kg, dobija se da je potrebna masa uglja $m\approx 4{,}8$ kg.

Napomena: Potrebna količina uglja je u praksi mnogo veća jer se u ložištima peći gubi veliki deo toplote (i do 80%). Da je stepen korisnog dejstva peći $\eta=0{,}30$, onda bi potrebna količina uglja bila 4,8/0,30 kg = 16 kg.

558. Uložena energija za rad motora u toku jednog časa je $E_{ul}=mq_s$, pa je snaga $P_{ul}=\dfrac{E_{ul}}{t}=\dfrac{mq_s}{t}$. Stepen korisnog dejstva je onda

$$\eta=\frac{P_{ul}}{P_k}=\frac{mq_s}{tP_k}=\frac{1{,}5\ \text{kg}\cdot 46\cdot 10^6\dfrac{\text{J}}{\text{kg}}}{3{,}6\cdot 10^3\ \text{s}\cdot 26\cdot 10^3\dfrac{\text{J}}{\text{s}}}=0{,}74$$

559. Pošto se kinetička energija kamena, koja je jednaka potencijalnoj energiji $E=mgh$, potpuno utroši na povećanje energije, to je

$$mgh=mc\Delta t$$

pa je povišenje temperature kamenog bloka

$$\Delta t=\frac{gh}{c}=\frac{9{,}81\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5\ \text{m}}{1{,}04\cdot 10^3\dfrac{\text{J}}{\text{kg}\cdot °C}}\approx 0{,}05\ °C=0{,}047\ \text{K}$$

pošto je

$$g=9{,}81\ \text{m/s}^2,\ h=5\ \text{m},\ c=1{,}04\cdot 10^3\text{J/(kg}\cdot °C).$$

560. Satelit pre sudara ima kinetičku energiju $E=mv^2/2$, koja potpuno pređe u njegovu unutrašnju energiju, pa je

$$\frac{mv^2}{2}=mc\Delta t$$

odakle je povećanje temperature satelita

$$\Delta t=\frac{v^2}{2c}\approx 76{,}5\ \text{kK}$$

561. $\Delta U=\Delta E_k=\dfrac{mv^2}{2}=800$ J.

562. Mašina treba da izvrši koristan rad $A_k = mgh$, pa je potrebna količina toplote

$$Q = \frac{A_k}{\eta} = \frac{mgh}{\eta} = \frac{400\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 12\,\text{m}}{0{,}2} = $$
$$= 0{,}24\,\text{MJ}$$

563. Snaga motora troši se 60% na koristan rad, dok su 40% gubici, od kojih su 20% (polovina) toplotni gubici, pa je oslobođena količina toplote

$$Q = 0{,}2\,P\tau$$

gde je τ—vreme rada motora. Kako se ovom količinom toplote zagreva voda (mase m), to je

$$0{,}2P\tau = mc\Delta t$$

odakle je potrebno vreme zagrevanja vode

$$\tau = \frac{mc\Delta t}{0{,}2P}$$

Pošto je $m = \rho V = 1000\,\text{kg/m}^3\cdot 0{,}01\,\text{m}^3 = 10\,\text{kg}$, $c = 4186\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$, $\Delta t = 60\,°\text{C} = 60\,\text{K}$ i $P = 14{,}7\times 10^3\,\text{W}$, zamenom se dobija da je $\tau \approx 855\,\text{s}$.

564. Stepen korisnog dejstva definiše se kao količnik korisne P_k i uložene P_{ul} snage, tj.

$$\eta = \frac{P_k}{P_{ul}}$$

odakle je uložena — utrošena snaga za rad parne mašine $P_{ul} = \frac{P_k}{\eta}$, a količina toplote koju utroši mašina za vreme t je

$$Q_{ul} = P_{ul}\cdot\tau = \frac{P_k}{\eta}\tau \approx 0{,}67\,\text{GJ}$$

pošto je $P_k = 22{,}3\cdot 10^3\,\text{W}$, $\eta = 0{,}12$, $\tau = 1\,\text{h} = 3600\,\text{s}$.

565. $P_{ul} = 1{,}88\,\frac{\text{MJ}}{\text{min}} = 31{,}3\,\text{kW}$, pa je

$$P_k = \eta P_{ul} = 0{,}20\cdot 3{,}13\,\text{kW} = 6{,}26\,\text{kW}$$

4. PROMENE AGREGATNIH STANJA

566. Količina toplote koju oslobodi količina vode zapremine $V = 5\,\text{L}$, tj. mase $m_1 = 5\,\text{kg}$ pri hlađenju od temperature $t_1 = 3\,°\text{C}$ do temperature $t_2 = 0\,°\text{C}$ iznosi

$$Q = m_1 c_1 (t_1 - t_2) =$$
$$= 5\,\text{kg}\cdot 4186\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot°\text{C}}\,(3\,°\text{C} - 0\,°\text{C}) \approx 0{,}063\,\text{MJ}$$

Ovom količinom toplote može da se istopi količina leda mase

$$m_x = \frac{Q}{q_t} = \frac{0{,}063\,\text{MJ}}{0{,}33\,\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}} \approx 0{,}2\,\text{kg}$$

pa je masa neistopljene količine leda

$$m = m_2 - m_x = 0{,}5\,\text{kg} - 0{,}2\,\text{kg} = 0{,}3\,\text{kg}$$

567. a) $t_s = \frac{(mc_2 + m_1c_1)t_1 + m_2c_2t_2}{m_2c_2 + mc_2 + m_1c_1} = 1{,}23\,°\text{C}$;

b) $m_x = \frac{-m_2c_2t_2' - (mc_2 + m_1c_1)t_1}{q_0} = 6{,}7\,\text{g}$.

568. Pri hlađenju $V = 2\,\text{L}$ ($m = 2\,\text{kg}$) vode oslobodi se količina toplote

$$Q = mc\,(t_1 - t_2)$$

Ako je m_x masa količine leda koju je potrebno istopiti, onda je za njegovo topljenje potrebna količina toplote

$$Q_1 = m_x q_t$$

a za zagrevanje nastale vode do temperature t_2 — količina toplote

$$Q_2 = m_x c\,(t_2 - 0)$$

Ako se pretpostavi da nema toplotnih gubitaka, onda je na osnovu zakona održanja $Q = Q_1 + Q_2$, tj.

$$mc\,(t_1 - t_2) = m_x q_t + m_x c\,(t_2 - 0)$$

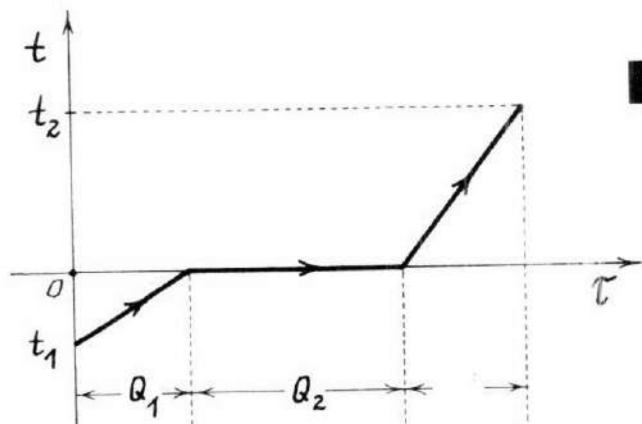
odakle je tražena masa leda

$$m_x = \frac{mc\,(t_1 - t_2)}{q_t + c\,(t_2 - 0)} \approx 0{,}43\,\text{kg}$$

pošto je $m = 2\,\text{kg}$, $c = 4186\,\text{J/(kg}\cdot°\text{C)}$, $t_1 = 35\,°\text{C}$, $t_2 = 15\,°\text{C}$, $q_t = 0{,}33\,\text{MJ/kg}$.

569. Za zagrevanje leda od temperature t_1 do temperature topljenja $0\,°\text{C}$ potrebno je dovesti količinu toplote $Q_1 = mc_2(0 - t_1)$, za topljenje leda $Q_2 = mq_t$ i zagrevanje nastale vode $Q_3 = mc(t_2 - 0)$ **1**. Ukupna količina dovedene toplote je

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 =$$
$$= mc_2(0 - t_1) + mq_t + mc(t_2 - 0) = 0{,}74\,\text{MJ}$$



570. Ako je m — masa vode u frižideru, a q — brzina odvođenja unutrašnje energije, onda je

$$mc(t_1-t_2)=q\tau_1$$
$$mc(t_2-0)=q\tau_x$$
$$mq_t=q(\tau_2-\tau_x)$$

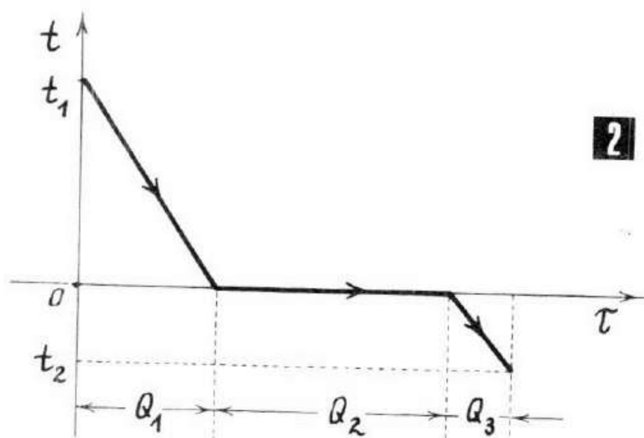
odakle je

$$q_t=ct_2\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\cdot\frac{t_1-t_2}{t_2}-1\right)\approx 0{,}335\ \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

gde je $c=4186\ \text{J/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}$ — specifična toplotna kapacitivnost vode.

571. Pri hlađenju od temperature t_1 do 0 °C (temperatura očvršćavanja) frižider oduzme vodi količinu toplote $Q_1=mc(t_1-0)$, pri očvršćavanju $Q_2=mq_t$ i za hlađenje nastalog leda do temperature t_2 količinu toplote $Q_3=$ $=mc_l(0-t_2)$ **2**. Onda je tražena količina toplote

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3=$$
$$=mc(t_1-0)+mq_t+mc_l(0-t_2)=84{,}4\ \text{kJ}$$



572. a) $q_t=\frac{qc_0\tau}{m'}(t-t_2)-$

$$-\frac{mc+m'c'}{m'}(t_2-t_1)=350\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}};$$

b) $\tau'=\frac{c_0(m'+q\tau)+mc}{qc_0}\cdot\frac{t_3-t_2}{t-t_3}=7\ \text{min}\ 30\ \text{s},$

$m=1{,}45\ \text{kg};$

c) $c_1=\frac{m'c_0+qc_0(\tau+\tau')+mc}{m_1}\cdot\frac{t_2'-t_3}{t_1'-t_2'}=$

$$=870\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}},$$

d) $C=m_1c_1\frac{V_m}{V}\cdot\frac{t_1'-t_3'}{t_3'-t_0}=20{,}8\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}},$

$$p=p_0(1+\beta t_3')=136\ 922\ \text{Pa},$$

gde je $\beta=\frac{1}{273}\frac{1}{{}^\circ\text{C}}$, $p_0=101\ 325\ \text{Pa}$, $t_3'=95{,}9\ {}^\circ\text{C}$.

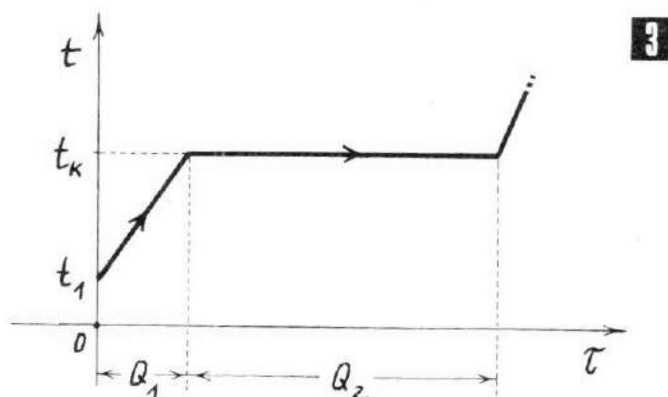
573. $t\approx 200\ \text{s}$.

574. $\Delta U=2{,}26\ \text{MJ}$.

575. $\Delta U=3{,}01\ \text{MJ}$.

576. Za zagrevanje količine vode mase m do temperature ključanja $t_k=100\ {}^\circ\text{C}$ potrebno je dovesti količinu toplote

$$Q_1=mc(t_k-t_1)$$



a za isparavanje $Q_2=mq_i$ **3** pa je ukupna dovedena količina toplote

$$Q=Q_1+Q_2=mc(t_k-t_1)+mq_i=$$
$$=5\ \text{kg}\cdot 4186\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}(100\ {}^\circ\text{C}-15\ {}^\circ\text{C})+$$
$$+5\ \text{kg}\cdot 2{,}26\cdot 10^6\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}=13{,}1\ \text{MJ}$$

577. Za zagrevanje posmatrane količine leda do temperature topljenja potrebno je dovesti količinu toplote

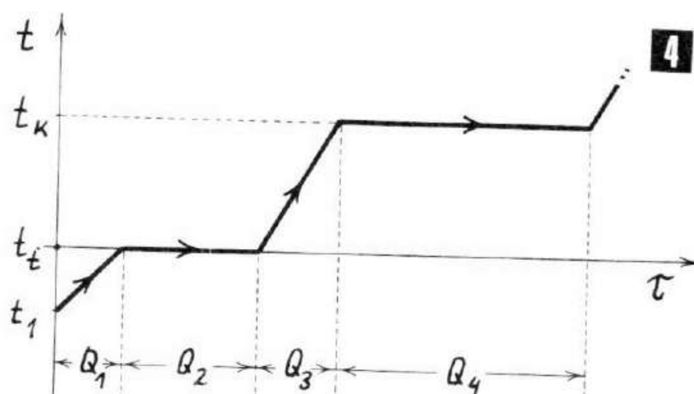
$$Q_1=mc_l(t_t-t_1)$$

za topljenje leda $Q_2=mq_t$, za zagrevanje nastale vode do temperature ključanja

$$Q_3=mc(t_k-t_t)$$

i za isparavanje vode $Q_4=mq_i$ **4**, pa je ukupna dovedena količina toplote

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=$$
$$=mc_l(t_t-t_1)+mq_t+mc(t_k-t_t)+mq_i=$$
$$=302\ \text{kJ}$$



578. a) Ako je τ_1 vreme za koje će posmatrana količina vode da proključa, onda za to vreme grejač treba da oslobodi količinu toplote: za topljenje leda $Q_1=m_2q_t$ i zagrevanje vode do temperature ključanja $Q_2=$ $=(m_1+m_2)c(t_k-0)$. Kako nema toplotnih gu-

bitaka, onda je

$$P\tau_1 = Q_1 + Q_2 = m_2 q_t + (m_1 + m_2) c (t_k - 0)$$

odakle je traženo vreme

$$\tau_1 = \frac{m_2 q_t + (m_1 + m_2) c (t_k - 0)}{P} = 912 \text{ s}$$

pošto je $m_2 = 0{,}05$ kg, $q_t = 330 \cdot 10^3$ J/kg, $m_1 = 1$ kg, $c = 4186$ J/(kg·°C), $t_k = 100$ °C, $P = 500$ W.

b) Za isparavanje vode potrebno je da grejač oslobodi količinu toplote

$$Q_3 = (m_1 + m_2) q_i$$

tokom vremena

$$\tau_2 = \frac{(m_1 + m_2) q_i}{P} = 4{,}75 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 79 \text{ min}$$

pošto je $q_i = 2{,}26$ MJ/kg.

579. a) Da bi se posmatrana količina tečnosti dovela do ključanja, njoj je potrebno dovesti količinu toplote $Q_1 = mc_x(t_k - 0)$. Kako je za to potrebno vreme $\tau = 2$ min $= 120$ s, onda je

$$P\tau_1 = mc_x(t_k - 0)$$

Odavde je specifična toplotna kapacitivnost tečnosti

$$c_x = \frac{P\tau_1}{m(t_k - 0)} = 3000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$$

pošto je $P = 1000$ W, $\tau = 120$ s, $m = 0{,}5$ kg, $t_k = 80$ °C.

b) $t_k = 80$ °C.

c) Sa dijagrama se vidi da je tečnost isparila za vreme $\tau_2 = 10$ min, a grejač za to vreme oslobodi količinu toplote $P\tau_2$, koja se utrošila za isparavanje tečnosti, pa je

$$P\tau_2 = mq_i$$

odakle je toplota isparavanja

$$q_i = \frac{P\tau_2}{m} = \frac{1000 \text{ W} \cdot 10 \cdot 60 \text{ s}}{0{,}5 \text{ kg}} = 1{,}2 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

580. a) $p_x = p_a - \rho g h = 13{,}3$ kPa;

b) Relativna promena zapremine je

$$\frac{V' - V}{V} = \frac{h' - h}{\frac{p_a}{\rho g} - h'} = -\frac{15}{25}$$

ili $-$ 60%;

c) $h'' = \dfrac{p_a - p_m}{\rho g} = 38$ cm;

d) $q_i = \dfrac{C(t_2 - t_1) - cm(t - t_2)}{m} = 0{,}38$ MJ.

581. $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{0{,}1 \text{ kg}}{20 \text{ m}^3} = 0{,}005 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

582. Iz tablice 19 na kraju knjige nalazi se da su gustine zasićene vodene pare na tim temperaturama: 0,003 24 kg/m³; 0,004 84 kg/m³ i 0,0173 kg/m³, pa su mase vodene pare (dobijene na osnovu obrasca $m = \rho V$) 0,162 kg; 0,242 kg; 0,865 kg.

583. Apsolutnoj vlažnosti odgovara gustina zasićene vodene pare na temperaturi rose, koja prema tablici 19 iznosi $\rho = 0{,}0129$ kg/m³, dok bi na temperaturi 20 °C maksimalna vlažnost bila $\rho_{max} = 0{,}0173$ kg/m³ (gustina zasićene pare). Onda je relativna vlažnost

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{max}} 100\% = \frac{0{,}0129 \text{ kg/m}^3}{0{,}0173 \text{ kg/m}^3} 100\% = 74{,}5\%$$

584. Temperaturi od 17 °C odgovara maksimalna vlažnost $\rho_{max} = 0{,}0145$ kg/m³, pa je iz relacije $\delta = \dfrac{\rho}{\rho_{max}} 100\%$ — apsolutna vlažnost

$$\rho = \frac{\rho_{max} \cdot \delta}{100} = \frac{0{,}0145 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 70}{100} = 0{,}010\,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kolika je temperatura rose ovog vazduha?

585. Maksimalna vlažnost vazduha na temperaturi 22 °C iznosi 0,0194 kg/m³, pa je apsolutna vlažnost

$$\rho = \frac{\rho_{max} \cdot \delta}{100} = \frac{0{,}0194 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 90}{100} = 0{,}0175 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ova apsolutna vlažnost odgovara temperaturi oko 20 °C, kada bi vazduh bio zasićen. Ako bi se vazduh ohladio do temperature 20°C, javila bi se rosa, pa je ova temperatura, u stvari, temperatura rose.

586. Relativna vlažnost (v. tablicu 19) u prvom slučaju iznosi

$$\delta_1 = \frac{0{,}006 \text{ kg/m}^3}{0{,}023 \text{ kg/m}^3} \cdot 100\% = 26\%$$

a u drugom

$$\delta_2 = \frac{0{,}001\,68 \text{ kg/m}^3}{0{,}0056 \text{ kg/m}^3} \cdot 100\% = 30\%$$

To znači da je vazduh suvlji na višoj temperaturi.

587. $m = \Delta\rho \cdot V = (\rho_{max} - \rho) V =$

$$= \left(0{,}0173 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0{,}0094 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot 100 \text{ m}^3 =$$

$= 0{,}79$ kg

588. Apsolutna vlažnost vazduha na temperaturi 24 °C iznosi

$$\rho=\frac{\rho_{max}\cdot\delta}{100}=\frac{0{,}0218\,\frac{kg}{m^3}\cdot 60}{100}=0{,}0131\,\frac{kg}{m^3}$$

Ovoj gustini pare odgovara temperatura rose 15,3 °C, na kojoj vodena para počinje da se kondenzuje, jer postaje zasićena. Kako se temperatura vazduha snizi čak na 10 °C, to će noću sigurno pasti rosa (v. tablicu 19).

589. 26 °C.

590. Kako se u toku zagrevanja količina vodene pare u prostoriji ne menja, onda je apsolutna vlažnost na temperaturi 30 °C jednaka maksimalnoj vlažnosti na temperaturi 10 °C, tj. 0,0094 kg/m³. Na temperaturi 30 °C maksimalna vlažnost iznosi 0,0303 kg/m³, pa je na ovoj temperaturi relativna vlažnost

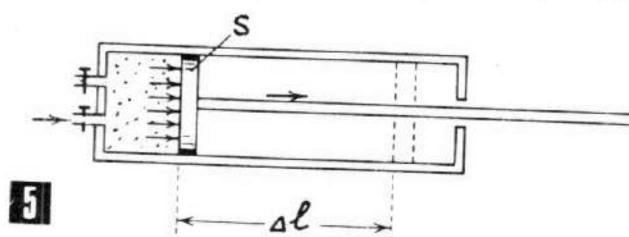
$$\delta=\frac{\rho}{\rho_{max}}\,100\%=\frac{0{,}0094\ kg/m^3}{0{,}0303\ kg/m^3}\,100\%=31\%$$

5. TOPLOTNE MAŠINE

591. Rad pare je $A=F\Delta l$ **5**, a $F=pS$ je sila pritiska pare na klip, pa je

$$A=pS\cdot\Delta l=p\cdot\pi r^2\cdot\Delta l$$

gde je $p=2\cdot10^6$ Pa, $r=0{,}025$ m, $\Delta l=0{,}5$ m, pa se posle zamene dobija da je $A=1{,}96$ kJ.



5

592. $A=p\Delta V=2\cdot10^6\ \text{Pa}\cdot0{,}2\ \text{m}^3=0{,}4$ MJ.

593. $\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}=0{,}275=27{,}5\%$.

594. $\eta=13\%$.

595. Prema Karnoovom ciklusu, stepen korisnog dejstva ove idealne toplotne mašine iznosi

$$\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=0{,}47$$

pa je njena korisna snaga

$$P_k=\eta P_{ul}=\eta\,\frac{Q_1}{t}=0{,}47\,\frac{6{,}3\ \text{MJ}}{1\ \text{s}}\approx3\ \text{MW}$$

596. Korisna snaga centrale iznosi $P_k=$ $=150$ MW, a uložena snaga $P_{ul}=\frac{Q}{t}=\frac{mq_s}{t}$, gde je m — masa uglja koja sagori za vreme t, a q_s — specifična toplota sagorevanja uglja. Kako je

$$P_k=\eta P_{ul}=\eta\,\frac{mq_s}{t}$$

masa potrebnog uglja je

$$m=\frac{P_k t}{\eta q_s}\approx1{,}2\cdot10^6\,\text{t}$$

pošto je $P_k=150\cdot10^6$ W, $t=365$ dana $=3{,}15\cdot10^7$ s, $\eta=0{,}3$, $q_s=13$ MJ/kg.

597. Količina pare, mase m, preda turbini energiju $E=\frac{mv_1^2}{2}-\frac{mv_2^2}{2}$, od koje se dobije koristan mehanički rad. Ista količina pare na ulazu u turbinu raspolaže energijom $E_{k1}=$ $=mv_1^2/2$, pa je stepen korisnog dejstva turbine

$$\eta=\frac{\Delta E}{E_{k1}}=1-\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2=0{,}70$$

Korisna snaga turbine je onda

$$P_k=\frac{\Delta E}{t}=\frac{m}{2t}\,(v_1^2-v_2^2)=0{,}35\ \text{MW}$$

598. Ako za vreme t prođe kroz turbinu količina pare mase m, onda ona preda turbini energiju $\Delta E=\frac{mv_1^2}{2}-\frac{mv_2^2}{2}$, pa je korisna snaga turbine

$$P_k=\frac{\Delta E}{t}=\frac{m}{2t}\,(v_1^2-v_2^2) \qquad (1)$$

Snaga pare na ulazu u turbinu predstavlja uloženu snagu u turbinu. Ona iznosi

$$P_{ul}=\frac{mv_1^2}{2t}$$

Kako je stepen korisnog dejstva turbine $\eta=\frac{P_k}{P_{ul}}$, tj. $P_k=\eta P_{ul}$, to je

$$\frac{mv_1^2}{2t}=\frac{m}{2\eta t}\,(v_1^2-v_2^2) \qquad (2)$$

Eliminisanjem brzine v_2 iz jednačina (1) i (2) dobija se da je

$$m=\frac{2tP_k}{\eta v_1^2}\approx7{,}9\ \text{kg}$$

pošto je $t=1$ s, $\eta=0{,}30$ $P_k=295\cdot10^3$ W, $v_1=$ $=500$ m/s.

599. Količina toplote koja se oslobodi pri sagorevanju količine goriva, mase m, iznosi $Q=mq_s$. Električna energija dobijena od ove količine toplote iznosi

$$E=\eta Q=\eta mq_s$$

Odavde se nalazi da je masa potrebne količine goriva

$$m=\frac{E}{\eta q_s}\approx 0,14\text{ kg}$$

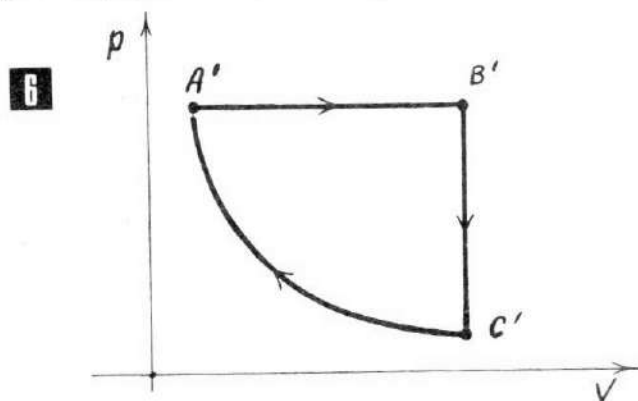
pošto je $E=1\text{ kWh}=3,6\cdot 10^6\text{J}$, $\eta=0,70$, $q_s=$ $=37,6\cdot 10^6\text{ J/kg}$.

Kako je cena goriva $3\frac{\text{dinara}}{\text{kg}}$, to 1 kWh električne energije staje

$$0,14\text{ kg}\cdot 3\frac{\text{dinara}}{\text{kg}}=0,42\text{ dinara}$$

600. Prema relaciji $\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}$ trebalo bi da bude $T_2=0$, tj. temperatura rezervoara trebalo bi da bude — 273,15 °C, što je nemoguće.

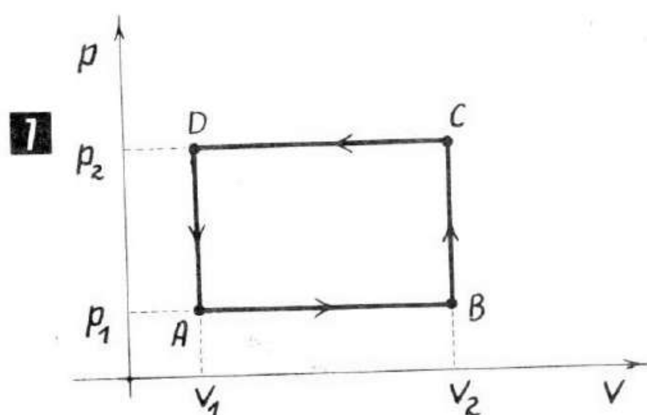
601. a) U procesu AB **6** zapremina gasa se povećava linearno sa temperaturom, što znači da je to izobarsko širenje koje je na p-V dijagramu predstavljeno izobarom A'B'.



U procesu BC pri konstantnoj zapremini snižava se temperatura, tj. to je proces izobarskog hlađenja gasa koji je na p-V dijagramu predstavljen izohorom B'C'. U procesu CA zapremina se smanjuje pri konstantnoj temperaturi, što znači da je taj proces izotermsko sabijanje, koje je na p-V dijagramu predstavljeno izotermom C'A'.

b) Gasu se dovodi energija u toku izobarskog procesa, a energija se odvodi u toku izohorskog i izotermskog procesa.

602. Kružni proces ABCD **7** ostvaruje se prevođenjem gasa iz stanja A u stanje B izobarskim zagrevanjem. Prelazak iz stanja B u



stanje C ostvaruje se izohorskim zagrevanjem, a zatim se iz ovog stanja izobarskim hlađenjem prelazi u stanje D. Iz stanja D gas se izohorski hladi do stanja A.

Pošto se rad vrši u toku izobarskih procesa, onda je ukupni izvršeni rad u toku jednog ciklusa

$$A=p_1(V_2-V_1)+p_2(V_1-V_2)=$$
$$=p_1V_2-p_1V_1+p_2V_1-p_2V_2$$

a pošto je $pV=nRT$, onda je

$$A=nRT_B-nRT_A+nRT_D-nRT_C$$

Na osnovu Gej-Lisakovog zakona, primenjenog na izohorske procese DA i BC, dobija se da je

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{T_D}{T_A}\ ;\ \frac{p_2}{p_1}=\frac{T_C}{T_B}$$

odakle je

$$\frac{T_D}{T_A}=\frac{T_C}{T_B}$$

odnosno

$$T_D=T_A\frac{T_C}{T_B}$$

Prema tome, izvršeni rad u toku kružnog procesa biće

$$A=nR\left(T_B-T_A+T_A\frac{T_C}{T_B}-T_C\right)=$$

$$=2\text{ mol}\cdot 8,3\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\times$$

$$\times\left(400\text{ K}-300\text{ K}+300\text{ K}\cdot\frac{500\text{ K}}{400\text{ K}}-500\text{ K}\right)=$$

$$=-415\text{ J}$$

gde znak (—) ukazuje da je na delu ciklusa CD nad gasom izvršen veći rad nego što je rad gasa na delu AB.

ELEKTRICITET

1. ELEKTRIČNO POLJE

603. Kako je kvant količine elektriciteta $e=0,16\text{ aC}$, u naelektrisanju $q=0,48\text{ aC}$ nalazi se

$$N=\frac{q}{e}=\frac{0,48\text{ aC}}{0,16\text{ aC}}=3$$

elementarnih naelektrisanja, pa je ovoliko naelektrisanje moguće. Takva čestica — jon je trovalentni jon.

604. $q=-Ne=-10^6\cdot 0,16\cdot 10^{-18}\text{ C}=$

$=-0,16\text{ pC}$.

605. Kako je naelektrisanje jezgra atoma vodonika $q_j = +e$, a elektrona $q_e = -e$, to se ove čestice privlače Kulonovim silama, čiji je intenzitet

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_j \cdot q_e}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi \dfrac{1}{36\pi \cdot 10^9} \dfrac{C^2}{N \cdot m^2}} \cdot \frac{(0{,}16 \cdot 10^{-18} C)^2}{(0{,}05 \cdot 10^{-9} m)^2} =$$

$$= 92{,}2 \text{ nN}$$

606. Intenzitet Kulonovih privlačnih sila je $F_e = 6{,}5$ mN.

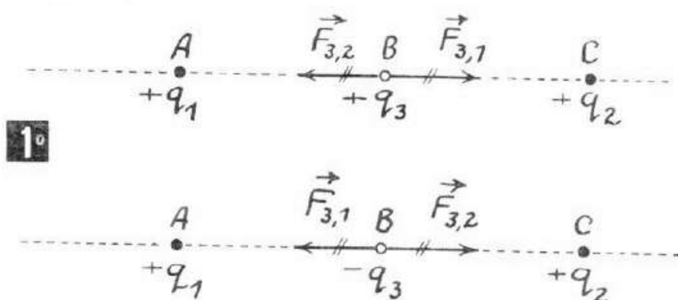
607. a) $F = 0{,}45$ mN.

b) Strogo uzevši ne može, jer Kulonov zakon važi samo za tačkasta tela ili tela čije su dimenzije zanemarljive u odnosu na njihovo međusobno rastojanje. Potrebno je istaći da izuzetak čine sferna tela, koja se mogu zameniti materijalnim tačkama u njihovom središtu.

608. Ovde je potrebno uočiti dva slučaja **1**:

a) kada je naelektrisanje q_3 istog znaka kao i naelektrisanja q_1 i q_2 (sl. *a*),

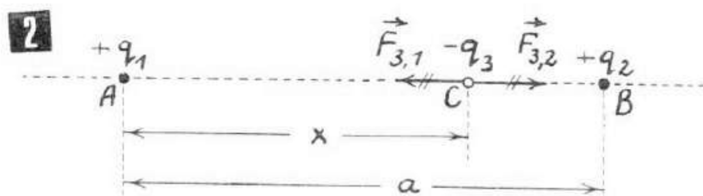
b) kada je naelektrisanje q_3 suprotnog znaka (sl. *b*).



U oba slučaja naelektrisanje q_3 u tački B biće u ravnoteži, i to u prvom slučaju u stabilnoj, a u drugom — u labilnoj ravnoteži. Ako se naelektrisanje q_3 izvede iz ravnoteže (u pravcu AB), ono će u prvom slučaju da osciluje oko ravnotežnog položaja B i, postepeno smanjujući amplitudu, da zauzme svoj stabilan položaj B. U drugom slučaju neće doći do oscilovanja tela, već će ga odmah privući bliže naelektrisanje q_1 (ili q_2).

609. Naelektrisanje $-q_3$ treba postaviti u tačku C **2**, koja je udaljena za x od naelektrisanja q_1. Rastojanje x, tj. položaj tačke C određuje se iz uslova jednakosti intenziteta Kulonovih (električnih) sila $\vec{F}_{3,1}$ i $\vec{F}_{3,2}$, prema čemu je

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_2}{(a-x)^2}$$



odakle je $\dfrac{a-x}{x} = \sqrt{\dfrac{q_2}{q_1}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, odnosno

$$x = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} a = 0{,}63\, a$$

gde je a — rastojanje između naelektrisanja q_1 i q_2. Prema zadatku 608, položaj C je položaj labilne ravnoteže.

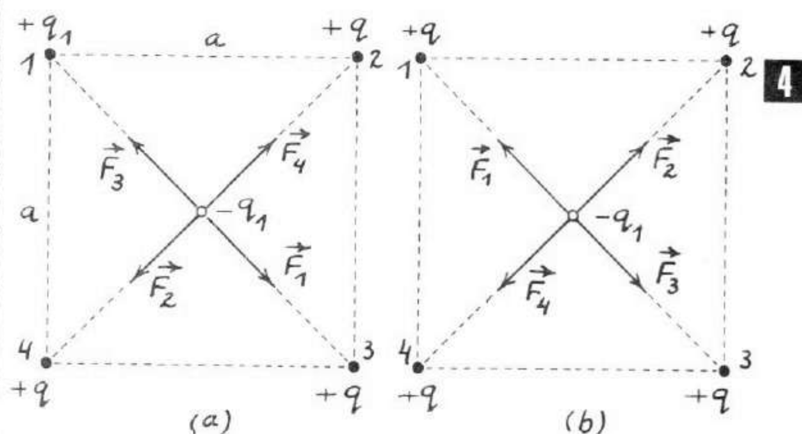
3

610. Intenzitet rezultujuće Kulonove sile $\vec{F}_3$ jednak je zbiru intenziteta Kulonovih sila $\vec{F}_{3,1}$ i $\vec{F}_{3,2}$ **3**, pa je

$$F_3 = F_{3,1} + F_{3,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_1}{\left(\dfrac{r}{2}\right)^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_2}{\left(\dfrac{r}{2}\right)^2} =$$

$$= 8{,}64\ \mu\text{N}$$

611. Na slici **4** prikazani su pravci i smerovi električnih sila koje deluju na naelektrisanje $+q_1$, postavljeno u težište prvog kvadrata (sl. *a*), i na naelektrisanje $-q_1$, postavljeno u težište drugog kvadrata (sl. *b*). U oba slučaja intenzitet rezultujuće sile jednak je nuli, pa je naelektrisano telo u težištu kvadrata u ravnoteži.



U prvom slučaju je ravnoteža stabilna. Ako se ovo telo izvede iz ravnotežnog položaja, naelektrisanja na temenima kvadrata odbijaće ga od sebe i ono će se posle izvesnog broja oscilacija opet naći u težištu kvadrata.

U drugom slučaju, ravnoteža je labilna. Pri izvođenju ovog tela iz ravnotežnog položaja, jedna od četiri privlačne sile nadjačaće i privući telo u teme kvadrata prema kome je telo najviše pomereno.

612. Između naelektrisanja $+q_1$ i $-q_3$ deluju privlačne Kulonove sile, čiji je intenzitet

$$F_{3,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_1}{a^2} = 6{,}75 \text{ mN}$$

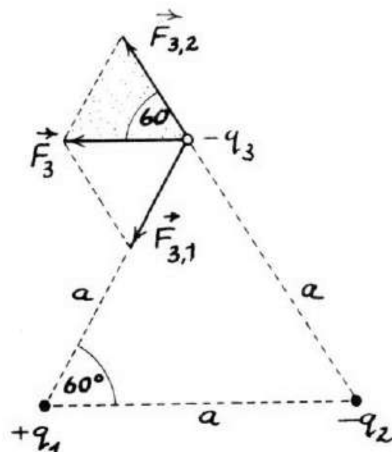
a između naelektrisanja $-q_2$ i $-q_3$ odbojne Kulonove sile, intenziteta

$$F_{3,2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_3q_2}{a^2}=6{,}75\text{ mN}$$

Kako su one jednake, to obrazuju jednakostranični trougao sila **5**, pa je onda i intenzitet rezultujuće sile

$$F_r=F_{3,1}=F_{3,2}$$

5



Pravac rezultujuće sile je paralelan osnovi trougla, a njen smer je ulevo.

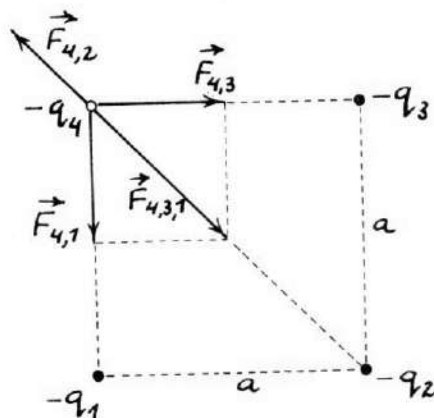
613. Naelektrisanje $-q_3$ deluje na naelektrisanje $+q_4$ privlačnom Kulonovom silom $\vec{F}_{4,3}$, intenziteta

$$F_{4,3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_4q_3}{a^2}=36\text{ mN}$$

a naelektrisanje $-q_1$ takođe privlačnom Kulonovom silom $\vec{F}_{4,1}$, intenziteta **6**

$$F_{4,1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_4q_1}{a^2}=36\text{ mN}$$

6



Pravci ovih sila su normalni, pa je intenzitet njihove rezultante

$$F_{4,3,1}=\sqrt{F_{4,1}^2+F_{4,3}^2}=50{,}9\text{ mN}$$

Naelektrisanje $+q_2$ deluje na naelektrisanje $+q_4$ odbojnom silom $\vec{F}_{4,2}$, intenziteta

$$F_{4,2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_4q_2}{2a^2}=54\text{ mN}$$

koja je istog pravca ali suprotnog smera u odnosu na silu $\vec{F}_{4,3,1}$ pa je intenzitet rezultante svih sila

$$F_r=F_{4,2}-F_{4,3,1}=54\text{ mN}-50{,}9\text{ mN}=3{,}1\text{ mN}$$

614. Bez prisustva naelektrisanja q_2 dinamometar bi pokazivao silu jednaku sili Zemljine teže mg koja deluje na kuglicu, tj. njenu težinu Q. Dakle, dinamometar će da pokazuje silu intenziteta

$$Q=mg=8\cdot10^{-3}\text{ kg}\cdot9{,}80\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=78{,}4\text{ mN}$$

Kako dinamometar u prisustvu naelektrisanja q_2 pokazuje manju silu (73 mN), to znači da se naelektrisanja q_1 i q_2 privlače **7**, pa je

$$Q=F+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{h^2}$$

odakle je

$$h=\sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0(Q-F)}}=0{,}4\text{ m}$$

615. $q_1=q_2=h\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mg}{2}}=0{,}47\ \mu\text{C}$. Naelektrisanja su jednoznačna (oba pozitivna ili oba negativna).

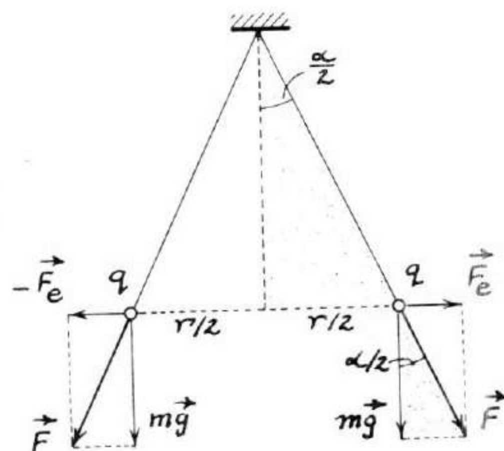
616. Na svaku kuglicu deluje sila Zemljine teže mg, a one međusobno deluju odbojnim Kulonovim (električnim) silama, intenziteta **8**

$$F_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{r^2}$$

gde je $\frac{r}{2}=l\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$, tj. $r=2l\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$, pa je

$$F_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{4l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

8



Kada nastupi ravnoteža, konac ima pravac rezultante sila $\vec{F}_e$ i $m\vec{g}$, pa je prema paralelo-

gramima sila prikazanim na slici

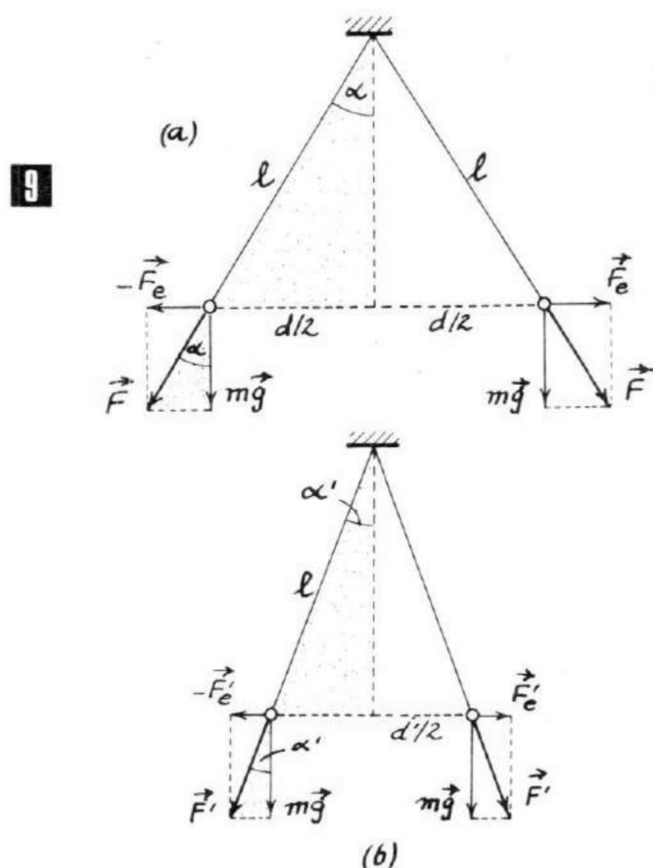
$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{F_e}{mg}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{4mgl^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

odakle je traženo naelektrisanje

$$q=2l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg\cdot\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}=0{,}63\ \mu\text{C}$$

617. $q=d\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0 mgd}{2\sqrt{l^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}}}\approx 0{,}39\ \mu\text{C}.$

618. a) Kuglice će se dodirnuti, pa onda razmaknuti.



b) Sa slike **9** se vidi da je za prvo stanje (pre razelektrisanja, sl. *a*)

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{l^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{d^2}}{mg} \qquad (1)$$

a za drugo stanje (sl. *b*), tj. posle delimičnog razelektrisanja

$$\operatorname{tg}\alpha'=\frac{\frac{d'}{2}}{\sqrt{l^2-\left(\frac{d^2}{2}\right)^2}}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q'^2}{d'^2}}{mg} \qquad (2)$$

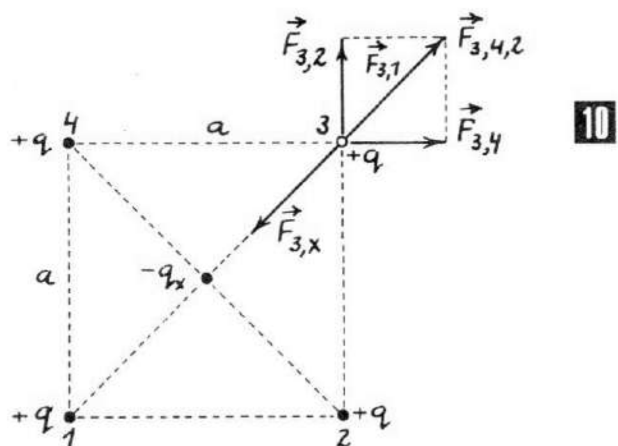
gde je $q'=q/2$. S obzirom na to što je $d\ll l$ i $d'\ll l$, iz jednačina (1) i (2) nalazi se da je

$$d'\approx d/\sqrt[3]{4}=0{,}63d=3{,}15\ \text{cm}$$

619. Sa slike **10** se vidi da je potrebno da bude ispunjen uslov (za naelektrisanje 3)

$$F_{3,x}=F_{3,4,2,1}=F_{3,1}+F_{3,4,2}=$$

$$=F_{3,1}+\sqrt{F_{3,2}^2+F_{3,4}^2} \qquad (1)$$



Prema Kulonovom zakonu je

$$F_{3,x}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_x\cdot q}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$F_{3,1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$F_{3,2}=F_{3,4}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2}$$

Zamenom u relaciju (1) nalazi se da je

$$q_x=\frac{q}{4}(2\sqrt{2}+1)=0{,}957\,q$$

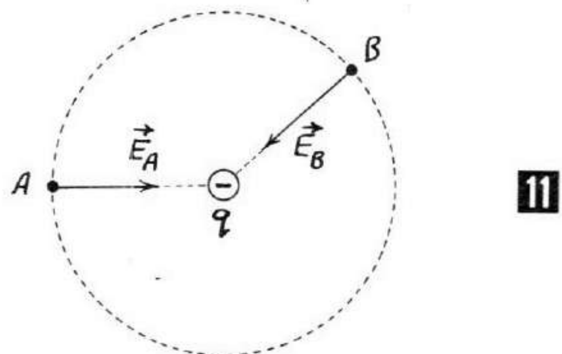
Potrebno je istaći da rezultat ne zavisi od veličine stranice *a*! Kako se to objašnjava?

620. Jačina ovog kulonovskog polja je

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{q}{r^2}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\cdot 4}\cdot\frac{0{,}1\cdot 10^{-6}\text{C}}{(0{,}2\ \text{m})^2}=5{,}6\ \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

621. Pošto su tačke A i B na istom rastojanju od naelektrisanja, to je $E_A=E_B$, dok je



$\vec{E}_A\neq\vec{E}_B$, pošto se ovi vektori razlikuju po pravcu **11**.

622. $r=\sqrt{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 E}}=0{,}42$ m.

623. $E=\frac{F}{q}=500\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$.

624. $F=eE=96$ aN. Ova sila ima smer suprotan smeru električnog polja, pa bi se pod njenim dejstvom elektron i kretao u tom smeru. Naime, slobodan elektron u električnom polju kreće se u pravcu linija sile, ali u suprotnom smeru u odnosu na smer električnog polja.

625. Prema relaciji $E=F/q$, jedinica za jačinu električnog polja je

$$[E]=\frac{[F]}{[q]}=\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

a prema relaciji $E=U/d$, ona je takođe

$$[E]=\frac{[U]}{[d]}=\frac{\text{V}}{\text{m}}$$

pri čemu je $\frac{\text{N}}{\text{C}}=\frac{\text{V}}{\text{m}}$.

626. $E=200$ V/m.

627. $E=1{,}15$ TN/C.

628. $q=4\pi\varepsilon_0 ER^2\approx 0{,}59$ MC.

629. $E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R}=0{,}36\,\frac{\text{MN}}{\text{C}}$,

$E_2=E_1/4$.

630. Jačina električnog polja u lopti jednaka je nuli.

Unetom količinom elektriciteta naelektriše se spoljašnja površina lopte, pa je jačina električnog polja na njoj

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}=10\,\frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

Vektor ovog polja $\vec{E}$ je radijalan, tj. normalan je na površinu lopte. Njegov smer zavisi od znaka naelektrisanja q.

631. Vektori jačina električnog polja naelektrisanja $+q_1$ i $-q_2$ u tačkama A i B prikazani su na slici 12.

Njihovi intenziteti su

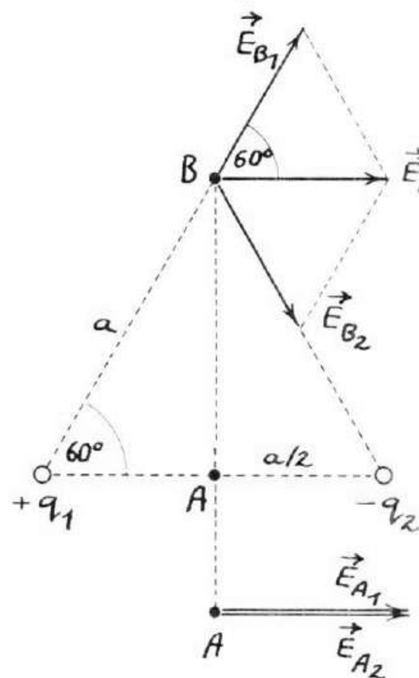
$$E_{A1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{(a/2)^2} \quad \text{i} \quad E_{A2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{(a/2)^2}$$

Vektor rezultujuće jačine električnog polja u tački A je

$$\vec{E}_A=\vec{E}_{A1}+\vec{E}_{A2}$$

a njegov intenzitet (s obzirom na to da su vektori $\vec{E}_{A1}$ i $\vec{E}_{A2}$ kolinearni i istog smera)

$$E_A=E_{A1}+E_{A2}=\frac{1}{\pi\varepsilon_0 a^2}(q_1+q_2)=45\,\frac{\text{kN}}{\text{C}}$$



Vektor rezultujuće jednačine električnog polja u tački B je

$$\vec{E}_B=\vec{E}_{B1}+\vec{E}_{B2}$$

Pošto je $E_{B_1}=E_{B_2}=E_B$, ovi vektori obrazuju jednakostranični trougao, pa je

$$E_B=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{a^2}=5{,}6\,\frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

632. Period oscilovanja klatna u prvom slučaju je $T_1=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, a u drugom $T_2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a_e}}$, gde je a_e — ubrzanje kuglice koje potiče od dejstva električnog polja na kuglicu. Kako je $T_1=2T_2$, nalazi se da je $a_e=3g$, pa je intenzitet električne sile (sa smerom naniže)

$$F_e=ma_e=3mg=29{,}4 \text{ mN}$$

ako ubrzanje slobodnog padanja, na mestu gde je izveden eksperiment, iznosi $g=9{,}81$ m/s².

633. Na mehurić deluju tri sile: sila Zemljine teže $\vec{P}$, električna sila $\vec{F}_e$ i Arhimedova sila $\vec{F}_A$, čiji su intenziteti:

$$P=mg$$

$$F_e=eE$$

$$F_A=\rho gV$$

Kako mehurić miruje, to je $\vec{P}+\vec{F}_e+\vec{F}_A=0$. Imajući u vidu njihove pravce (sve sile imaju

isti pravac — vertikalan) i smer, može da se napiše da je

$$mg = eE + \rho g V$$

S obzirom na to da je $E = U/d$, a $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, nalazi se da je traženi napon

$$U = \frac{gd}{q}\left(m - \frac{4}{3}\pi\rho r^3\right) \approx 82{,}7\ \text{kV}$$

634. Sve tačke na sferi poluprečnika r_1 imaju isti potencijal φ_1, jer je ova sfera ekvipotencijalna površina. Njen potencijal je

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_1} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\dfrac{1}{36\pi\cdot 10^9}\dfrac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}}\cdot\frac{50\cdot 10^{-9}\text{C}}{0{,}1\text{m}} = 4500\ \text{V}$$

Na isti način je potencijal druge tačke

$$\varphi_2 = 2250\ \text{V}$$

Napon između ovih tačaka je

$$U_{1,2} = \varphi_2 - \varphi_1 = 2250\ \text{V} - 4500\ \text{V} = -2250\ \text{V}$$

$$U_{2,1} = -U_{1,2} = 2250\ \text{V}$$

635. Tačke A i B su na istoj ekvipotencijalnoj površini, pa je potencijalna razlika između njih $U_{AB} = 0$. Potencijalna razlika između tačaka A i C iznosi

$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C = 30\ \text{V} - 10\ \text{V} = 20\ \text{V}$$

636. a) $U_{BA} = -100$ V.

b) $U_{AC} = \frac{U_{AB}}{2} = +50$ V,

$$U_{BC} = -\frac{U_{AB}}{2} = -50\ \text{V}.$$

c) $U_{CD} = U_{DC} = 0$, jer su ove tačke na istoj ekvipotencijalnoj površini.

637. $U = \Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{2R} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R} =$

$$= -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R} =$$

$$= -\frac{1}{8\pi\dfrac{1}{36\pi\cdot 10^9}\dfrac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}}\cdot\frac{0{,}01\cdot 10^{-6}\text{C}}{0{,}2\ \text{m}} =$$

$$= -225\ \text{V}$$

638. Iz relacije $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r}$ nalazi se da je traženo naelektrisanje

$$q = 4\pi\varepsilon_0 r\varphi = 16{,}7\ \text{nC}$$

a jačina električnog polja

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2} = \frac{\varphi}{r} = 600\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

639. a) Dati napon je

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_1 + d}$$

odakle se dobija kvadratna jednačina

$$r_1^2 + r_1 d - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qd}{U} = 0$$

čiji je realan koren (u fizičkom smislu)

$$r_1 = \frac{1}{2}\left(-d + \sqrt{d^2 + \frac{1}{\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qd}{U}}\right) = 0{,}2\ \text{m}$$

pa je odnos rastojanja tačaka (1) i (2) od naelektrisanja

$$\frac{r_1 + d}{r_1} = \frac{0{,}2\ \text{m} + 0{,}1\ \text{m}}{0{,}2\ \text{m}} = 1{,}5$$

b) Odnos jačina električnog polja u ovim tačkama je

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_1 + d}\right)^2 \approx 0{,}44$$

640. $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3V}} = 4{,}5$ kV.

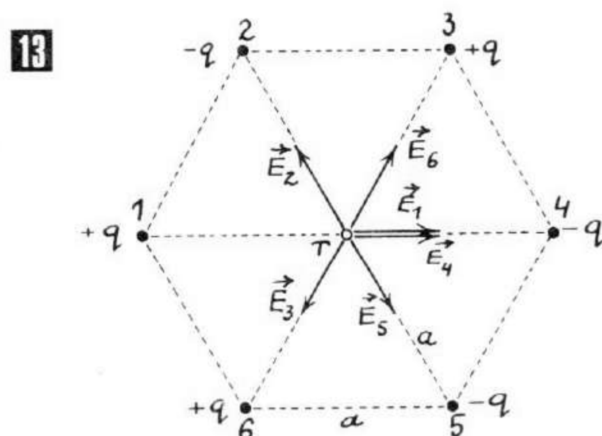
641. $R = \frac{\varphi}{E} = 0{,}6$ m.

642. $U = 90$ V.

643. $E = 1$ kV/m.

644. Da bi se ovo ilustrovalo, uzeće se kao primer tri pozitivna jednaka naelektrisanja $+q$ i isto toliko tri negativna naelektrisanja, koja su razmeštena po temenima šestougaonika, stranica a, na dva načina **13** **14**.

13

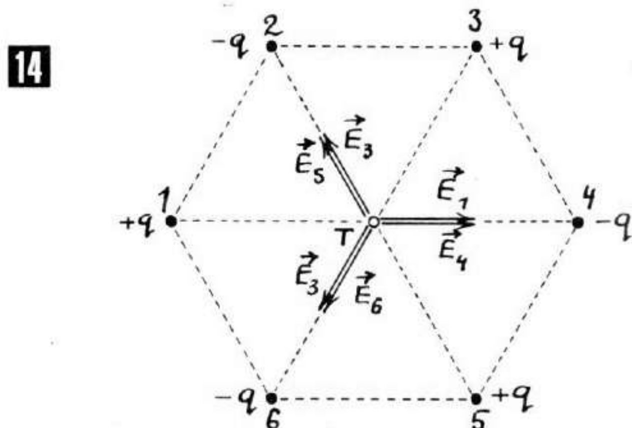


Na slikama su nacrtani vektori električnog polja u težištu šestougaonika u oba slučaja. U prvom slučaju je jačina rezultujućeg polja

$$E_{T_1}=E_1+E_4=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2}$$

jer se poništavaju jačine polja $\vec{E}_3$ sa $\vec{E}_6$ i $\vec{E}_2$ sa $\vec{E}_5$. U drugom slučaju, vektorski zbir svih šest jačina električnih polja je $E_{T_2}=0$.

14



Rezultujući električni potencijal u prvom slučaju je

$$\varphi_{T_1}=\varphi_1-\varphi_2+\varphi_3-\varphi_4-\varphi_5+\varphi_6=0$$

pošto je $|\varphi_1|=|\varphi_2|=|\varphi_3|=|\varphi_4|=|\varphi_5|=|\varphi_6|=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{a}$. Lako se može utvrditi da je u drugom slučaju $\varphi_{T_2}=0$, kao i u svim mogućim kombinacijama istog broja pozitivnih i negativnih naelektrisanja na istom rastojanju od posmatrane tačke.

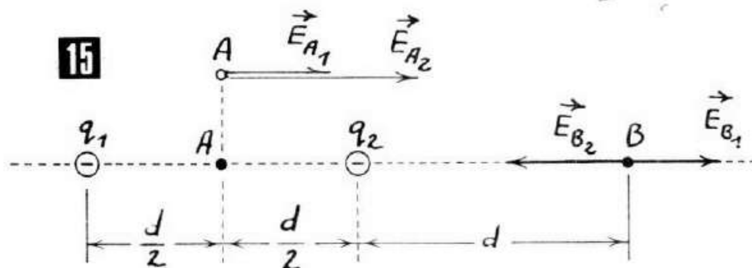
645. a) Kako je potencijal skalarna veličina, sa znakom odgovarajućeg naelektrisanja, to je rezultujući potencijal u tački A

$$\varphi_A=\varphi_{A1}+\varphi_{A2}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 d}(q_1+q_2)=-60\ \text{V}$$

a u tački B

$$\varphi_B=\varphi_{A1}+\varphi_{A2}=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0 d}(q_1+2q_2)=-45\ \text{V}$$

15



b) Rezultujuća jačina električnog polja $\vec{E}_A$ u tački A jednaka je zbiru vektora $\vec{E}_{A1}$ i $\vec{E}_{A2}$. Ovi vektori su istog pravca i smera, pa je jačina rezultujućeg polja u tački A **15**

$$E_A=E_{A1}+E_{A2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|q_2|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

odnosno

$$F_A=\frac{1}{\pi\varepsilon_0 d^2}(q_1+|q_2|)=600\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

dok je u tački B

$$E_B=E_{B_1}-E_{B_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{(2d)^2}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{d^2}=$$

$$=\frac{1}{16\pi\varepsilon_0 d^2}(q_1+4q_2)=-87{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Znak (—) ukazuje da vektor $\vec{E}_B$ ima isti smer kao vektor $\vec{E}_{B2}$.

646. $A=q_1\cdot\Delta\varphi=q_1(\varphi_2-\varphi_1)=$

$$=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right).$$

647. $A=0{,}05$ J.

648. $A=0{,}32$ nJ.

649. $A=eU=0{,}16\cdot10^{-18}\text{C}\cdot2\cdot10^6\text{V}=0{,}32$ pJ.

650. $A=0{,}16$ fJ.

651. $E_k=eU=1{,}6$ fJ.

652. $U=\frac{A}{q}=6$ V.

653. Energija se ne troši jer se elektron kreće po ekvipotencijalnoj površini ($A=e\cdot\Delta\varphi=e\cdot0=0$).

654. a) $A_{1,2}=q_2\cdot\Delta\varphi_{1,2}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=$

$$=\frac{2\cdot10^{-9}\text{C}\cdot4\cdot10^{-9}\text{C}}{4\pi\cdot\frac{1}{36\pi\cdot10^9}\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}}\cdot\left(\frac{1}{0{,}4\ \text{m}}-\frac{1}{0{,}2\ \text{m}}\right)=$$

$=0{,}18\ \mu$J;

b) $A_{2,1}=-A_{1,2}=0{,}18\ \mu$J.

655. Lako se može dokazati da je prava koja prolazi kroz tačke A i B ekvipotencijalna linija (jer su naelektrisanja $+q$ i $-q$ jednaka po veličini), pa je uloženi rad $A_{AB}=q_3(\varphi_B-\varphi_A)=0$.

Uloženi rad na putu BC iznosi

$$A_{BC}=q_3(\varphi_C-\varphi_B)=q_3(\varphi_C-0)=$$

$$=q_3(\varphi_{C1}+\varphi_{C2})=\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{q_1}{\sqrt{2}}+q_2\right)=$$

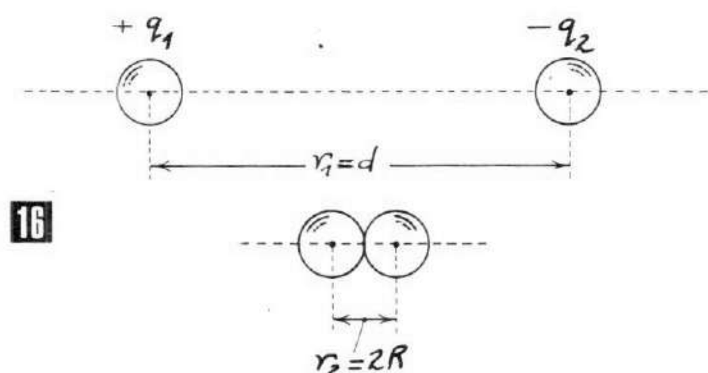
$=13{,}2\ \mu$J

656. a) $\varphi_1=90$ V;

$\varphi_2=-180$ V.

b) Naelektrisanja lopti treba smatrati tačkastim naelektrisanjima u njihovom središtu, koja su u početku na rastojanju $r_1=d$, a kada se lopte dodirnu 16, tada su na rastojanju $r_2=2R$. Izvršeni rad električnog polja iznosi

$$A=\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{2R}\right)=72\ \text{nJ}$$



c) Kada se lopte dodirnu, neutralizovaće se pozitivna količina elektriciteta $q_1=+1$ nC istom tolikom negativnom količinom elektriciteta sa drugog tela. Znači, preostala količina elektriciteta od -1 nC raspodeli se (jer su lopte jednakih poluprečnika) na obe lopte, tako da će njihova naelektrisanja iznositi

$$q_1'=-0{,}5\ \text{nC i } q_2'=-0{,}5\ \text{nC}$$

Potencijal obe lopte biće jednak kada su one dodirnute, a i kasnije kada se rastave. On iznosi

$$\varphi_1'=\varphi_2'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1'}{R}=-4{,}5\ \text{V}$$

Potrebno je napomenuti da bi potencijal dodirnutih lopti bio jednak i u slučaju da su one različitih dimenzija. Međutim, posle njihovog rastavljanja to ne bi bilo, već bi lopta većih dimenzija imala manji potencijal, što je i razumljivo.

d) $$A=\frac{q_1' q_2'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{2R}\right)=-9\ \text{nJ}.$$

e) Ne bi se ništa desilo.

f) Ovako naelektrisane lopte imaju višak elektrona, pa bi njihovim spajanjem sa Zemljom prešlo

$$N=\frac{q_1'}{e}=\frac{0{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{C}}{0{,}16\cdot 10^{-18}\ \text{C}}=31{,}2\cdot 10^{8}$$

elektrona sa lopte na Zemlju. Posle ovoga bi potencijal lopte bio jednak nuli.

657. Na loptu će dolaziti elektroni sve dotle dok je njihova kinetička energija $mv^2/2$ dovoljna za savlađivanje odbojnih električnih sila na putu do lopte.

Ako elektroni krenu sa velike udaljenosti, onda je izvršeni rad jednog nailazećeg elektrona na putu do lopte

$$A=\frac{eq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=\frac{Ne^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

pošto je $r_1=\infty$, $r_2=R$, $q=Ne$, gde je N — broj elektrona koji se već nalaze na lopti.

Prema uslovu zadatka, potrebno je da je

$$\frac{mv^2}{2}\geqslant\frac{Ne^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

odakle je

$$N_{\text{max}}=\frac{4\pi\varepsilon_0 v^2 R}{2e^2}$$

658. $\dfrac{F_0}{F}=\varepsilon_r=81.$

659. $E_A=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{d^2}$; $\varphi_A=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{d}$.

Kako je $\varepsilon_0=\dfrac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\dfrac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$, $q=2\cdot 10^{-9}$ C i $d=0{,}1$ m, nalazi se da je $E_A=1800$ N/C, $\varphi_A=180$ V.

Isto tako je

$$E_B=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{q}{d^2}=\frac{E_A}{\varepsilon_r}\approx 257\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\varphi_B=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{q}{d}=\frac{\varphi_A}{\varepsilon_r}\approx 25{,}7\ \text{V}$$

660. $E=\dfrac{E_0}{\varepsilon_r}=\dfrac{U/d}{\varepsilon_r}=\dfrac{U}{\varepsilon_r d}=1\ \dfrac{\text{kV}}{\text{m}}.$

661. $C=\dfrac{q}{\varphi}=\dfrac{50\cdot 10^{-9}\ \text{C}}{25\ \text{V}}=2$ nF.

662. $q=C\varphi=0{,}05\cdot 10^{-12}\ \text{F}\cdot 300\ \text{V}=15$ pC.

663. $C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R=$

$$=4\pi\cdot\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\cdot 1\cdot 0{,}1\ \text{m}=\frac{1}{90}\text{nF}.$$

664. a) $C_0=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}=\dfrac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\dfrac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\times$

$$\times\frac{125{,}6\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2}{2\cdot 10^{-3}\ \text{m}}=55{,}5\ \text{pF};$$

b) $C=\varepsilon_0\varepsilon_r\dfrac{S}{d}=\varepsilon_r C_0=111$ pF.

665. $C=6{,}7\ \mu$F.

666. a) $U_{AB}=U_{BC}=\dfrac{U}{2}=200$ V.

b) Ravan MN je ekvipotencijalna ravan čiji je potencijal jednak nuli, jer se nalazi na sredini između ploča.

667. $d=\varepsilon_0\dfrac{S}{C}\approx 0{,}6$ mm.

668. $C_0=\dfrac{C}{\varepsilon_r}=0{,}2\ \mu\text{F}$.

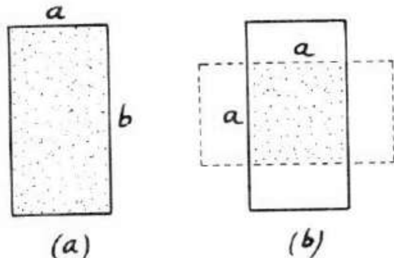
669. a) $C_0=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}=\varepsilon_0\dfrac{\pi r^2}{d}\approx 140\ \text{pF}$;

b) $C=\varepsilon_r C_0=602\ \text{pF}$.

670. Ove dve ploče činiće kondenzator najveće kapacitivnosti kada su jedna naspram druge **17** (sl. *a*). U tom slučaju je

$$C_{max}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{ab}{d}\approx 155\ \text{pF}$$

17



Najmanja kapacitivnost biće onda kada su ploče međusobno normalne (sl. *b*). Ona iznosi

$$C_{min}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{a^2}{d}\approx 78\ \text{pF}$$

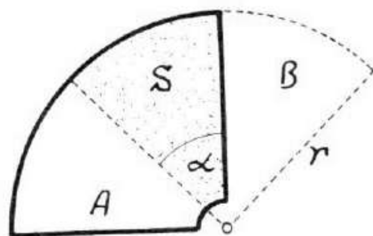
671. Kapacitivnost ovog kondenzatora je

$$C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$$

gde je S — naspramna površina između ploča. Kako se ona menja u toku vremena usled rotacije ploče B ugaonom brzinom ω, to je ugao preklapanja $\alpha=\omega t$. Površina S je **18**

$$S=\frac{r^2\alpha}{2}=\frac{r^2\omega t}{2}$$

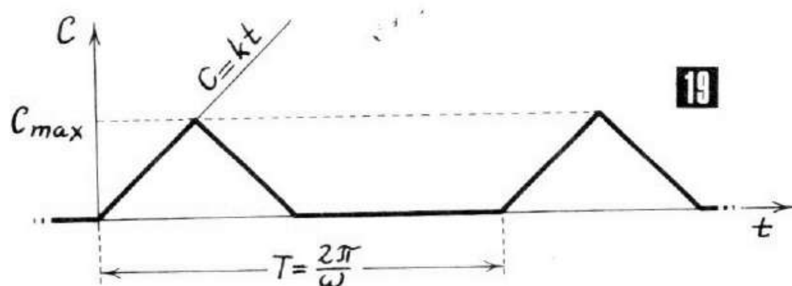
18



pa je kapacitivnost ovakvog kondenzatora

$$C=\varepsilon_0\frac{r^2\omega t}{2d}=K\cdot t$$

što znači da je kapacitivnost linearna funkcija vremena **19**. Naime, kapacitivnost ovakvog kondenzatora ravnomerno raste do trenutka kada su ploče jedna naspram druge.



19

Tada je ugao $\alpha=\pi/2$ rad, a kapacitivnost je maksimalna i iznosi

$$C_{max}=\varepsilon_0\frac{\pi r^2}{4d}$$

Ona se u toku dalje rotacije tačke B ravnomerno smanjuje do nule, kada je $\alpha=\pi$ rad. U toku dalje rotacije od ugla π do 2π rad ploče nisu jedna naspram druge, pa je kapacitivnost na tom ugaonom sektoru jednaka nuli.

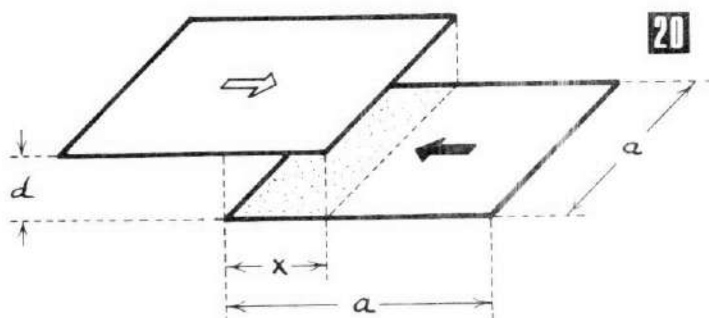
672. Sve dok ploče ne počnu da se preklapaju kapacitivnost je jednaka nuli. U toku preklapanja ploča **20** kapacitivnost kondenzatora je

$$C=\varepsilon_0\frac{S}{d}=\varepsilon_0\frac{ax}{d}=\varepsilon_0\frac{avt}{d}=K\cdot t$$

pa je količina elektriciteta na pločama kondenzatora

$$q=CU=KUt$$

20

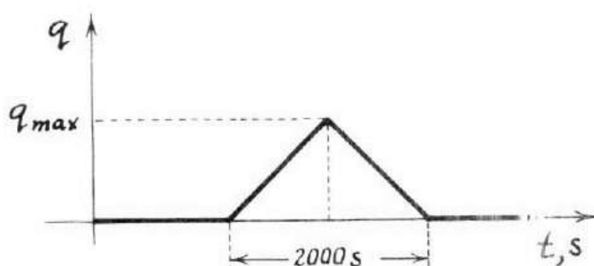


Dobijena relacija ukazuje da naelektrisanje kondenzatora linearno raste u toku kretanja ploča **21**. Ono će da raste sve dotle dok se ploče potpuno ne preklope, kada je naelektrisanje kondenzatora maksimalno i iznosi

$$q_{max}=C_{max}\cdot U=\varepsilon_0\frac{a^2}{d}U=0{,}18\ \text{nC}$$

Ovo stanje nastane posle vremena

$$t_1=\frac{a}{v}=\frac{100\ \text{mm}}{0{,}1\ \dfrac{\text{mm}}{\text{s}}}=1000\ \text{s}$$



21

od početka preklapanja površina ploča. Posle ovog vremena naelektrisanje kondenzatora se smanjuje dotle dok se ploče sasvim ne razelektrišu. Prema tome, trajanje preklapanja je $2t_1=2000$ s.

673. a) $C=4\pi\varepsilon_0 R\approx 710\ \mu\text{F}$;

b) $q=4\pi\varepsilon_0 E R^2\approx 0{,}6\ \text{MC}$.

674. a) $q=C\varphi$. Kako je $C=4\pi\varepsilon_0 R$, to je $q=4\pi\varepsilon_0\varphi R\approx 0{,}67\ \text{nC}$;

b) $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R^2}=\frac{\varphi}{R}=16{,}7\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

675. a) Kako se poluprečnik balona povećao za 10%, tj. od $r_1=10\ \text{cm}$ na $r_2=1{,}1\,r_1=11\ \text{cm}$, to je promena njegovog potencijala

$$\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\varphi_1}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_2}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_1}}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_1}}=\frac{r_1-r_2}{r_2}=\frac{r_1}{r_2}-1=$$

$$=0{,}9-1=-0{,}1$$

što znači da se potencijal smanjio za 10%.

b) Na sličan način se dobija da je promena jačine električnog polja

$$\frac{E_2-E_1}{E_1}=\frac{r_1^2-r_2^2}{r_2^2}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2-1=-0{,}17$$

ili −17%.

676. a) Kako su kapacitivnosti sfernih kondenzatora jednake, to su jednaki i njihovi poluprečnici. Potencijal lopti posle spajanja biće

$$\varphi_1'=\varphi_2'=\varphi'=\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}=$$

$$=\frac{-150\ \text{V}+450\ \text{V}}{2}=150\ \text{V}$$

$$q_1'=q_2'=C\varphi'=1{,}65\ \text{nC}$$

b) Neće, jer su jednakih poluprečnika.

677. a) $C_0=11{,}1\ \text{pF}$; $C=\varepsilon_r C_0=24{,}4\ \text{pF}$;

b) $\varphi_0=2250\ \text{V}$; $\quad\varphi=\frac{\varphi_0}{\varepsilon_r}=1023\ \text{V}$;

$$E_0=22{,}5\ \frac{\text{kV}}{\text{m}};\quad E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=10{,}2\ \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

678. Neka je kapacitivnost kondenzatora u jednom položaju igle A mikrometra $C_0=\varepsilon_0\frac{S}{d}$ i neka se visina obrađenog predmeta poveća za Δd. Tada je kapacitivnost kondenzatora $C=\varepsilon_0\frac{S}{d-\Delta d}$, pa je apsolutna promena kapacitivnosti

$$\Delta C=C-C_0=\varepsilon_0 S\left(\frac{1}{d-\Delta d}-\frac{1}{d}\right)=$$

$$=\varepsilon_0\frac{S}{d}\cdot\frac{\Delta d}{d-\Delta d}=C_0\frac{\Delta d}{d-\Delta d}$$

Kako je $\Delta d=0{,}01d$ (tj. 1% od d), onda je

$$\Delta C=\frac{0{,}01}{0{,}99}C_0\approx 0{,}01C_0$$

ili $\frac{\Delta C}{C_0}=0{,}01$, odnosno 1%.

679. a) Električna energija kondenzatora je $W=\frac{1}{2}CU^2$, odakle je napon na krajevima njegovih ploča

$$U=\sqrt{\frac{2W}{C}}=\sqrt{\frac{2\cdot 2\ \text{J}}{25\cdot 10^{-6}\ \text{F}}}=400\ \text{V}$$

Ovde je potrebno zapaziti da je

$$[U]=\sqrt{\frac{[W]}{[C]}}=\sqrt{\frac{\text{J}}{\text{F}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{\text{J}}{\text{C/V}}}=\sqrt{\frac{\text{JV}}{\text{C}}}=\sqrt{\frac{\text{J}^2}{\text{C}^2}}=\text{V}$$

b) $q=CU=25\cdot 10^{-6}\ \text{F}\cdot 400\ \text{V}=0{,}01\ \text{C}$;

c) U ovom slučaju se napon između ploča smanji za 1/2, tj. na $U'=U/2$, dok kapacitivnost ostaje ista, pa je

$$W'=\frac{1}{2}CU'^2=\frac{W}{4}=0{,}5\ \text{J}$$

680. a) $W=\frac{1}{2}CU^2=$

$$=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10^{-6}\ \text{F}\cdot 100^2\ \text{V}^2=0{,}05\ \text{J}$$

Potrebno je zapaziti da je

$$[W]=\text{FV}^2=\frac{\text{C}}{\text{V}}\ \text{V}^2=\text{CV}=\text{J}$$

b) Izvor utroši energiju

$$W_1=CU^2=2W=0{,}1\ \text{J}$$

c) Izgubi se energija

$$W_g=\frac{1}{2}CU^2=W=0{,}05\ \text{J}$$

681. $Q=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}25\cdot 10^{-6}\ \text{F}(200\ \text{V})^2=$

$$=0{,}5\ \text{J}$$

682. a) Električna energija $W=\frac{1}{2}CU^2$ potpuno se pretvori u toplotnu energiju, pa je $Q=W$. Odavde je kapacitivnost kondenzatora

$$C=\frac{2Q}{U^2}=\frac{2\cdot 627\ \text{J}}{(2000\ \text{V})^2}\approx 314\ \mu\text{F}$$

b) Naelektrisanje ploče kondenzatora jednako je protekloj količini elektriciteta

$$q=CU=\frac{2Q}{U}=0{,}627\ \mathrm{C}$$

683. Za rednu vezu n jednakih kondenzatora je

$$\frac{1}{C_e}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}=\frac{n}{C}$$

odnosno

$$C_e=\frac{C}{n}$$

a za njihovu paralelnu vezu

$$C_e=\sum_{i=1}^{n}C_i=nC$$

684. Za rednu vezu je $C_e=\frac{C}{2}$, za paralelnu $C_e=2C$.

685. Ekvivalentna kapacitivnost paralelne veze je $C_e=C_1+C_2$, odakle je

$$C_2=C_e-C_1=300\ \mathrm{pF}-100\ \mathrm{pF}=200\ \mathrm{pF}$$

686. Iz relacije $\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$ nalazi se da potrebna kapacitivnost drugog, redno vezanog, kondenzatora iznosi

$$C_2=\frac{C_1C_e}{C_1-C_e}=\frac{50\ \mathrm{nF}\cdot 20\ \mathrm{nF}}{50\ \mathrm{nF}-20\ \mathrm{nF}}=33{,}3\ \mathrm{nF}$$

687. $n=3$.

688. Kako je $C_e=C_1+C_2+C_x$, to je

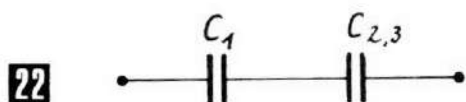
$$C_x=C_e-(C_1+C_2)=$$
$$=450\ \mathrm{pF}-200\ \mathrm{pF}=250\ \mathrm{pF}$$

689. Da bi se našla ekvivalentna kapacitivnost veze ova tri kondenzatora, potrebno je najpre naći ekvivalentnu kapacitivnost kondenzatora C_2 i C_3, koja je

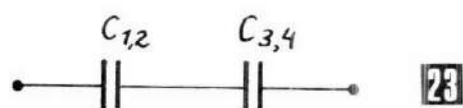
$$C_{2,3}=C_2+C_3$$

Sada je ekvivalentna kapacitivnost redno vezanih kondenzatora C_1 i $C_{2,3}$ **22**

$$C_e=\frac{C_1C_{2,3}}{C_1+C_{2,3}}=\frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}=$$
$$=\frac{200\ \mu\mathrm{F}\cdot(100\ \mu\mathrm{F}+400\ \mu\mathrm{F})}{200\ \mu\mathrm{F}+100\ \mu\mathrm{F}+400\ \mu\mathrm{F}}=143\ \mu\mathrm{F}$$



690. Vezu ova četiri kondenzatora potrebno je svesti na dva redno vezana kondenzatora **23**: ekvivalentne kapacitivnosti $C_{1,2}$ (kondenzatora C_1 i C_2) i ekvivalentne kapacitivnosti $C_{3,4}$ (kondenzatora C_3 i C_4).



Kako je $C_{1,2}=C_1+C_2$, a $C_{3,4}=C_3+C_4$, onda je

$$C_e=\frac{C_{1,2}\cdot C_{3,4}}{C_{1,2}+C_{3,4}}=\frac{(C_1+C_2)(C_3+C_4)}{C_1+C_2+C_3+C_4}=$$
$$=\frac{2C_1C_3}{C_1+C_3}\approx 133\ \mathrm{pF}$$

691. a) Redno vezani kondenzatori su jednaki, pa je njihova ekvivalentna kapacitivnost 20 pF, kolika je i kapacitivnost njima paralelno vezanog kondenzatora. Dakle, ukupna ekvivalentna kapacitivnost iznosi $C_e=20\ \mathrm{pF}+$ $+20\ \mathrm{pF}=40\ \mathrm{pF}$.

b) Na isti način je $C_e=40\ \mathrm{pF}$.

c) $C_e=C$.

692. a) $C_e=\frac{(C_1+C_3)(C_2+C_4)}{C_1+C_2+C_3+C_4}$;

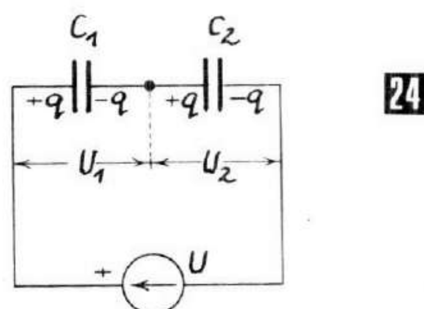
b) $C_e=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_4}{C_3+C_4}$.

693. Struja prestane da protiče kroz kondenzator kada se on maksimalno naelektriše, tj. kada napon na njegovim krajevima dostigne vrednost napona električnog izvora. Brzina uspostavljanja statičkog stanja u kolu kondenzatora priključenog na električni izvor zavisi od kapacitivnosti kondenzatora i otpornosti kola. Ukoliko su oni veći, duže traje proces punjenja. Strogo uzevši, ovaj proces traje sve vreme priključenja kondenzatora na električni izvor, ali u praktičnom smislu on traje najčešće samo nekoliko delova sekunde, što zavisi, međutim, od veličine kapacitivnosti kondenzatora i otpornosti kola.

694. $q_1=C_1U=40\ \mathrm{nC}$, $q_2=C_2U=60\ \mathrm{nC}$.

695. a) Količina elektriciteta na pločama svih redno vezanih kondenzatora je jednaka, pa je $q=C_1U_1=C_2U_2$, dok je $U=U_1+U_2=$ $=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}$ **24**, odakle je $U=q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)$, tj.

$$q=U\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\approx 1{,}82\ \mathrm{nC}$$



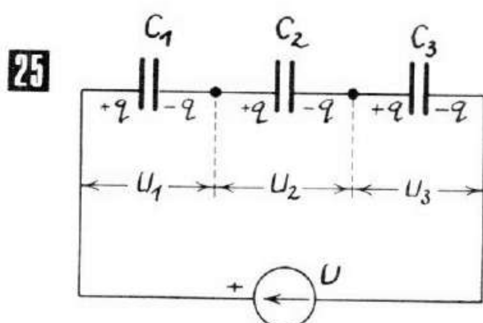
b) $U_1=\frac{q}{C_1}=\frac{1{,}82\cdot10^{-9}\ \text{C}}{10\cdot10^{-12}\ \text{F}}=182\ \text{V}$

$U_2=\frac{q}{C_2}=\frac{1{,}82\cdot10^{-9}\ \text{C}}{100\cdot10^{-12}\ \text{F}}=18{,}2\ \text{V}$

Provera: $U=U_1+U_2=$

$=182\ \text{V}+18{,}2\ \text{V}\approx200\ \text{V}.$

25



696. a, b) Kako je $U_1=\frac{q}{C_1}$, $U_2=\frac{q}{C_2}$, $U_3=\frac{q}{C_3}$, to je 25

$$U=U_1+U_2+U_3=q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)$$

pa je naelektrisanje svakog redno vezanog kondenzatora

$$q=UC_e=U\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1}=\frac{6}{11}\cdot10^{-7}\ \text{C}$$

dok su naponi na njihovim krajevima

$$U_1=\frac{q}{C_1}=\frac{6}{11}\ \text{kV};\quad U_2=\frac{q}{C_2}=\frac{3}{11}\ \text{kV}$$

$$U_3=\frac{q}{C_3}=\frac{2}{11}\cdot\text{kV}$$

Provera: $U=U_1+U_2+U_3=$

$$=\left(\frac{6}{11}+\frac{3}{11}+\frac{2}{11}\right)10^3\ \text{V}=10^3\ \text{V}.$$

c) Najveći napon je na krajevima najmanjeg (prvog) kondenzatora, tj. U_1, pa će on da bude prvi „probijen".

697. Ekvivalentna kapacitivnost veze je $C_e=\frac{3}{8}C$, pa je

$$q=C_e\mathcal{E}=\frac{3}{8}C\mathcal{E},\ \text{odakle je}\ C=\frac{8q}{3\mathcal{E}}=3{,}2\ \mu\text{F}$$

698. U slučaju 26 potapanjem se dobijaju dva kondenzatora vezana paralelno. Njihove kapacitivnosti su

$$C_{a1}=\varepsilon_0\frac{\frac{a^2}{2}}{d}\quad \text{i}\quad C_{a2}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\frac{a^2}{2}}{d}=\varepsilon_r C_{a1}$$

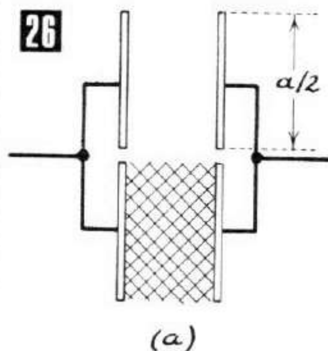
a njihova ekvivalentna kapacitivnost je

$$C_a=C_{a1}+C_{a2}=(1+\varepsilon_r)\,C_{a1}=$$

$$=\varepsilon_0(1+\varepsilon_r)\frac{a^2}{2d}\approx910\ \text{pF}$$

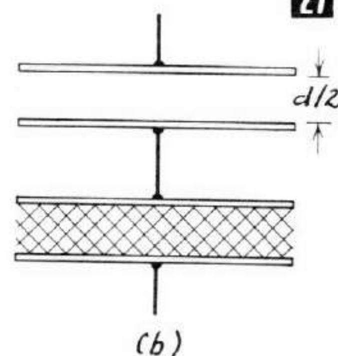
pošto je $\varepsilon_0=8{,}84\cdot10^{-12}\ \text{F/m}$, $\varepsilon_r=81$, $a=0{,}1\ \text{m}$, $d=4\cdot10^{-3}\ \text{m}$.

26



(a)

27



(b)

U slučaju 27 dobijaju se dva redno vezana kondenzatora, čije su kapacitivnosti

$$C_{b1}=\varepsilon_0\frac{a^2}{\frac{d}{2}}\quad \text{i}\quad C_{b2}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{a^2}{\frac{d}{2}}=\varepsilon_r C_{b1}$$

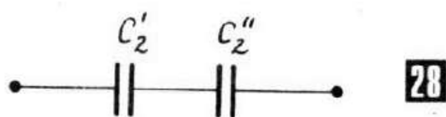
pa je njihova ekvivalentna kapacitivnost

$$C_b=\frac{C_{b1}C_{b2}}{C_{b1}+C_{b2}}=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}C_{b1}=$$

$$=\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}\cdot\frac{a^2}{d}=44\ \text{pF}$$

699. a) $C_1=\varepsilon_0\frac{S}{d}=\varepsilon_0\frac{a^2}{a}=\varepsilon_0 a=8{,}8\ \text{pF}.$

b) Umetanjem metalne ploče A nastalo stanje može se prikazati kao dva redno vezana kondenzatora sa ravnim i paralelnim pločama 28, koje su na rastojanju $d_1=\frac{d-D}{2}=\frac{a}{4}$, dok im je površina $S=a^2$. Njihova kapacitivnost je



28

$$C_2'=C_2''=\varepsilon_0\frac{a^2}{\frac{a}{4}}=4\varepsilon_0 a=4C_1$$

a ekvivalentna kapacitivnost

$$C_2=\frac{C_2'}{2}=\frac{C_2''}{2}=2C_1=17{,}6\ \text{pF}$$

700. Pre razmicanja ploča, napon na krajevima kondenzatora je U, a količina elektriciteta na njegovim pločama $q=CU$. Kada se ploče pomere u stranu za polovinu dužine strane, njegova kapacitivnost se smanji na

$C'=C/2$, jer se površina ploča smanjila za isto toliko, dok količina elektriciteta ostane nepromenjena ($q=q'$). Dakle,

$$q=CU=C'U'$$

što znači da napon na krajevima razmaknutog kondenzatora postane

$$U'=U\frac{C}{C'}=2U=200\text{ V}$$

tj. dva puta veći.

701. $q_1=C_1U'=\frac{2}{1+\varepsilon_r}C_1U=0,48\ \mu\text{C};$

$$q_2=C_2U'=\frac{2}{1+\varepsilon_r}C_2U=\varepsilon_r\frac{2}{1+\varepsilon_r}C_1U=$$
$$=\varepsilon_r q_1=0,96\ \mu\text{C}.$$

2. JEDNOSMERNA ELEKTRIČNA STRUJA

702. $\mathcal{E}=\frac{E}{q}=\frac{10\text{ J}}{5\text{ C}}=2\text{ V}.$

703. $\mathcal{E}=50\text{ V}.$

704. $I=\frac{q}{t}=\frac{ne}{t}=\frac{2\cdot 10^{16}\cdot 0,16\cdot 10^{-18}\text{ C}}{1\text{ s}}=$

$$=3,2\cdot 10^{-3}\frac{\text{C}}{\text{s}}=3,2\text{ mA}.$$

705. a) $q=It=0,5\text{ A}\cdot 0,1\text{ s}=0,05\text{ C}.$

b) $q=I_1t_1+I_2t_2=$

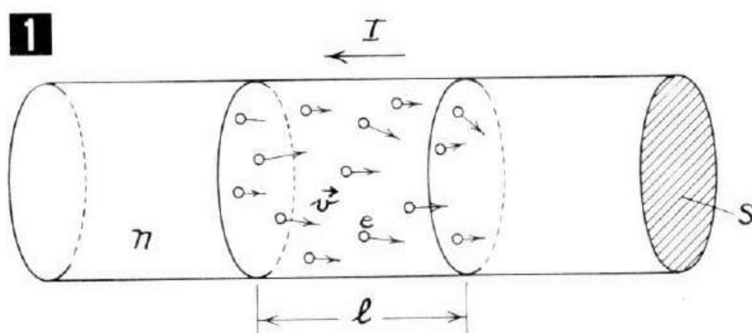
$=0,25\text{ A}\cdot 0,05\text{ s}+0,5\text{ A}\cdot 0,05\text{ s}=$

$=0,0375\text{ C}.$

c) $q=\langle I\rangle t=\frac{0,5\text{ A}\cdot 0,1\text{ s}}{2}=0,025\text{ C}.$

d) $q=\langle I\rangle t=\frac{0,5\text{ A}\cdot 0,1\text{ s}}{2}=0,025\text{ C}.$

706. a) Iz relacije $I=\frac{q}{t}$ nalazi se da je protekla količina elektriciteta $q=It=0,2\text{ A}\times$ $\times\ 20\cdot 60\text{ s}=240\text{ C}.$



b) Neka kroz provodnik, površine poprečnog preseka S 1, protiče struja stalne jačine. Pošto na sve slobodne elektrone u ovom provodniku deluju električne sile, oni će se kretati u pravcu dejstva ovih sila, ali u suprotnom smeru. Neka uočeni elektron pređe za vreme t rastojanje l, srednjom brzinom $\langle v\rangle=$ $=l/t$. To znači da će za vreme t kroz površinu S proći onoliko elektrona koliko ih ima u zapremini Sl. Taj broj iznosi nSl, gde je n — koncentracija slobodnih elektrona u provodniku. Kako je naelektrisanje svakog elektrona e, kroz uočeni presek provodnika S za vreme t proteći će količina elektriciteta

$$q=neSl$$

pa je onda jačina struje kroz provodnik

$$I=\frac{q}{t}=neS\langle v\rangle$$

a srednja brzina usmerenog kretanja slobodnih elektrona

$$\langle v\rangle=\frac{I}{neS}=\frac{I}{ne\cdot\pi r^2}\approx 0,01\frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

707. Jačina struje kroz provodnik je $I=\frac{q}{t}=neS\langle v\rangle$, odakle je srednja brzina usmerenog kretanja slobodnih elektrona

$$\langle v\rangle=\frac{I}{neS}=$$
$$=\frac{3\text{ A}}{4,8\cdot 10^{28}\frac{1}{\text{m}^3}\cdot 0,16\cdot 10^{-18}\text{ C}\cdot 4\cdot 10^{-6}\text{m}^2}=$$
$$=0,098\frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

708. Iz relacije $I=neS\langle v\rangle$ koncentracija slobodnih elektrona je

$$n=\frac{I}{eS\langle v\rangle}=$$
$$=\frac{10\text{ A}}{0,16\cdot 10^{-18}\text{C}\cdot 4\cdot 10^{-6}\text{m}^2\cdot 0,27\cdot 10^{-3}\frac{\text{m}}{\text{s}}}=$$
$$=5,8\cdot 10^{28}\frac{1}{\text{m}^3}$$

709. $N=22,5\cdot 10^{23}.$

710. a) Iz relacije $I_1t_1=I_2t_2$ nalazi se da je $t_2=t_1\frac{I_1}{I_2}=3\text{ s}\cdot\frac{120\text{ A}}{5\text{ A}}=72\text{ s}.$

b) $I=\frac{q}{t}=\frac{30\cdot 3600\text{ A}\cdot\text{s}}{10\cdot 60\text{ s}}=180\text{ A}.$

711. Iz tablice 19 nalazi se da je specifična otpornost bakra $\rho=17\text{ n}\Omega\cdot\text{m}$, pa je

$$R=\rho\frac{l}{S}=17\cdot 10^{-9}\ \Omega\cdot\text{m}\frac{1000\text{ m}}{1\cdot 10^{-6}\text{m}^2}=17\ \Omega$$

712. $R=\rho\dfrac{l}{S}=\rho\dfrac{4l}{\pi d^2}\approx 162\,\Omega.$

713. $d=\sqrt{\rho\dfrac{4l}{\pi R}}\approx 0{,}4\,\text{mm}.$

714. Zapremine provodnika su jednake ($V_{\bigcirc}=V_{\square}$), pa je $S_{\bigcirc}\cdot l_{\bigcirc}=S_{\square}\cdot l_{\square}$. Kako je $l_{\bigcirc}=l_{\square}$, to je i $S_{\bigcirc}=S_{\square}$, što znači da je i $R_{\bigcirc}=R_{\square}$.

715. Dužina žice je $l=2\pi rN$, a njen presek $S=\pi d^2/4$, pa je ukupna otpornost

$$R=\rho\frac{l}{S}=\rho\frac{2\pi rN}{\dfrac{\pi d^2}{4}}=\rho\frac{8rN}{d^2}=$$

$$=17\cdot 10^{-9}\,\Omega\cdot\text{m}\,\frac{8\cdot 0{,}1\,\text{m}\cdot 500}{(10^{-4}\,\text{m})^2}=680\,\Omega$$

716. Otpornost jednakostranog valjka između njegovih osnova je $R_v=\rho\dfrac{l}{S}=\dfrac{4\rho}{\pi d}$, a kocke $R_k=\rho\dfrac{l}{S}=\dfrac{\rho}{a}$.

Iz uslova da su zapremine valjka V_v i kocke V_k jednake, tj.

$$\frac{\pi d^2}{4}d=a^3$$

nalazi se da je $a=d\sqrt[3]{\dfrac{\pi}{4}}$, pa je odnos njihovih otpornosti

$$\frac{R_v}{R_k}=\frac{4a}{\pi d}=\left(\frac{4}{\pi}\right)^{2/3}=1{,}17$$

717. $l=2\,\text{km}.$

718. Površina poprečnog preseka provodnika je $S=\dfrac{1}{\gamma}\cdot\dfrac{l}{R}$, a zapremina $V=Sl$, pa je njegova masa

$$m=\rho V=\frac{\rho}{\gamma}\cdot\frac{l^2}{R}=$$

$$=\frac{8000\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{59\cdot 10^6\,\dfrac{\text{S}}{\text{m}}}\cdot\frac{(100\,\text{m})^2}{52\,\Omega}=0{,}026\,\text{kg}$$

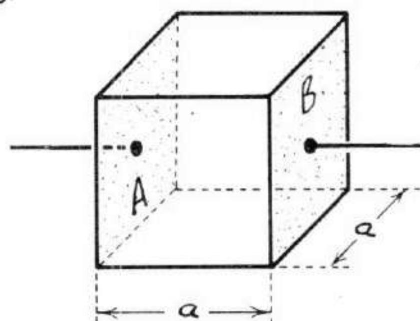
719. Masa kocke je $m=\rho a^3$, odakle je njena strana $a=\sqrt[3]{\dfrac{m}{\rho}}$, pa je otpornost kocke između strana A i B **2**

$$R=\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{l}{S}=\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{a}{a^2}=\frac{1}{\gamma a}$$

odnosno

$$R=\frac{1}{\gamma}\sqrt[3]{\frac{\rho}{m}}=0{,}152\,\mu\Omega$$

pošto je $\gamma=59\cdot 10^6$ S/m, $\rho=8\,000$ kg/m³, $m=1$ kg.



2

720. Potrebno je da ima cilindričan oblik, jer je površina kruga veća od površine svih drugih mogućih profila istog obima.

721. Površina poprečnog preseka provodnika je $S=\pi r^2=\pi\left(\dfrac{O}{2\pi}\right)^2$ i dužina $l=2\pi r_0$, pa je njegova otpornost

$$R=\rho\frac{l}{S}=\frac{8\pi^2\rho r_0}{O^2}=0{,}22\,\text{M}\Omega$$

722. Za pomenutu paralelnu vezu je $R_e=\dfrac{R}{5}$, a za n jednakih otpornika je $R_e=\dfrac{R}{n}$.

Za rednu vezu je $R_e=5R$, a za n jednakih otpornika je $R_e=nR$.

723. $n=6.$

724. Može, paralelnim vezivanjem $n=8$ otpornika.

725. a) $R_1=80\,\Omega$, $R_2=80\,\Omega$; b) $R_1=60\,\Omega$, $R_2=120\,\Omega$; c) $R_1=200\,\Omega$, $R_2=50\,\Omega$, itd. Ovakvih rešenja ima beskonačno mnogo.

726. Za rednu vezu ovih otpornika je

$$R_e=R_1+R_2=12\,\Omega+6\,\Omega=18\,\Omega$$

dok je za paralelnu vezu

$$R_e=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{12\,\Omega\cdot 6\,\Omega}{12\,\Omega+6\,\Omega}=4\,\Omega$$

Dobijeni rezultati ukazuju da je otpornost paralelne veze otpornika manja od otpornosti onog otpornika čija je otpornost najmanja. Kod redne veze otpornika je obratno.

727. Iz jednačina $R_r=R_1+R_2$ i $R_p=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ nalaze se nepoznate otpornosti R_1 i R_2. Eliminisanjem R_2 iz prethodnih jednačina, dobija se kvadratna jednačina

$$R_1^2-R_1R_r+R_rR_p=0$$

čiji su koreni

$$R_1=\frac{R_r\pm\sqrt{R_r^2-4R_rR_p}}{2}=(25\pm5)\ \Omega$$

tj. $R_1'=20\ \Omega$ i $R_1''=30\ \Omega$. Za postavljene uslove, otpornosti R_1' odgovara otpornost

$$R_2'=R_r-R_1'=50\ \Omega-20\ \Omega=30\ \Omega$$

a otpornosti R_1''—odgovara otpornost

$$R_2''=R_r-R_1''=50\ \Omega-30\ \Omega=20\ \Omega$$

Očigledno je da dobijena dvojna rešenja predstavljaju, u stvari, jedno rešenje.

728. Ekvivalentna otpornost je manja od vrednosti najmanje otpornosti, tj. od $10\ \Omega$. Iz relacije

$$\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{10\ \Omega}+\frac{1}{20\ \Omega}+\frac{1}{15\ \Omega}=\frac{13}{60}\frac{1}{\Omega}$$

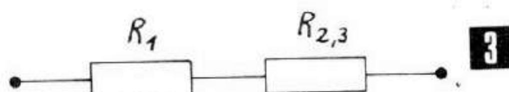
nalazi se da je $R_e=\frac{60}{13}\ \Omega\approx4{,}6\ \Omega$.

729. Ovu vezu otpornika treba svesti na rednu vezu dva otpornika čije su otpornosti R_1 i $R_{2,3}$ **3**, pri čemu je

$$R_{2,3}=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=\frac{20\ \Omega\cdot10\ \Omega}{20\ \Omega+10\ \Omega}\approx6{,}7\ \Omega$$

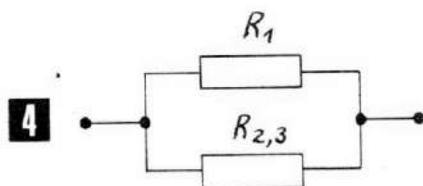
pa je ukupna ekvivalentna otpornost

$$R_e=R_1+R_{2,3}=12\ \Omega+6{,}7\Omega=18{,}7\ \Omega$$



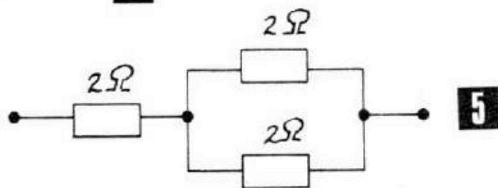
730. Ovu složenu vezu tri otpornika treba svesti na paralelnu vezu dva otpornika čije su otpornosti R_1 i $R_{2,3}$ **4**, gde je $R_{2,3}=R_2+R_3=8\Omega+12\Omega=20\Omega$. Rezultujuća ekvivalentna otpornost cele veze je

$$R_e=\frac{R_1R_{2,3}}{R_1+R_{2,3}}=\frac{10\ \Omega\cdot20\ \Omega}{10\ \Omega+20\ \Omega}\approx6{,}7\ \Omega$$



731. $R_e=881{,}6\ \Omega$.

732. Otpornike treba vezati kao što je pokazano na slici **5**.



733. Otpornike R_1 i R_3 treba vezati paralelno, pa toj vezi dodati redno otpornik R_2.

Ekvivalentna otpornost ove veze je

$$R_e=R_2+\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}=8\ \Omega+\frac{6\ \Omega\cdot3\ \Omega}{6\ \Omega+3\ \Omega}=$$
$$=8\ \Omega+2\ \Omega=10\ \Omega$$

734. a) $R_e=5\ \Omega$; b) $R_e=30\ \Omega$; c) $R_e=15\ \Omega$; d) $R_e=12\ \Omega$.

735. $R_1=R_0(1+\alpha t_1)$, odakle je $R_0=\frac{R_1}{1+\alpha t_1}$, pa je otpornost telegrafske linije na temperaturi t_2

$$R_2=R_0(+\alpha t_2)=R_1\frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}=82{,}5\ \Omega$$

736. Kako je $R_1=R_0(1+\alpha t_1)$, a $R_2=R_0(1+\alpha t_2)$, deljenjem ovih jednačina dobija se da je

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_x}$$

odakle je nepoznata temperatura

$$t_x=\frac{R_2(1+\alpha t_1)-R_1}{\alpha R_1}=68\ ^\circ\text{C}$$

737. a) Ako je R_0 otpornost provodnika na temperaturi 0 °C, onda je na nekoj temperaturi t_1 njegova otpornost $R_1=R_0(1+\alpha t_1)$. Prema uslovu zadatka je $R_1=1{,}1R_0$, pa je

$$1{,}1R_0=R_0(1+\alpha t_1)$$

$$\text{odakle je } t_1=\frac{0{,}1}{\alpha}=\frac{0{,}1}{0{,}004\,\frac{1}{^\circ\text{C}}}=25\ ^\circ\text{C}.$$

b) Na isti način se nalazi iz uslova $2R_0=R_0(1+\alpha t_2)$ da je $t_2=\frac{1}{\alpha}=250^\circ\text{C}$.

738. Iz jednačina

$$R_1=R_0(1+\alpha t_1)$$
$$R_2=R_0(1+\alpha t_2)$$

eliminisanjem otpornosti R_0 nalazi se da je temperaturski koeficijent otpornosti srebra

$$\alpha=\frac{R_2-R_1}{R_1t_2-R_2t_1}\approx0{,}004\ \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

739. $t_x=1653\ ^\circ\text{C}\ \left(\alpha=0{,}0048\ \frac{1}{\text{K}}\right)$.

740. a) $R_e=R_A+\frac{R_BR_C}{R_B+R_C}$.

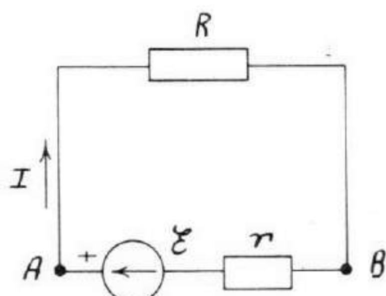
b) $$I_{0C}=\mathcal{E}\frac{R_{0B}}{R_{0A}(R_{0B}+R_{0C})+R_{0B}\cdot R_{0C}}=$$
$$=0{,}048\ \text{A}$$

c) Zanemarujući član drugog reda $\alpha_C\alpha_B t^2$ i uzimajući da je $R_{0A}=R_{0B}$, nalazi se da je tražena temperatura

$$t=\frac{\mathcal{E}-I_{0C}(R_{0A}+2R_{0C})}{I_{0C}[R_{0A}\alpha_B+R_{0C}(\alpha_B+2\alpha_C)]-\mathcal{E}\alpha_B}\approx 5{,}7\ ^\circ\mathrm{C}$$

741. Ako su A i B krajevi električnog izvora **6**, onda se unutrašnja otpornost izvora r smatra kao redno vezana otpornost u kolu, pa je ukupna otpornost kola $r+R$, a jačina struje kroz njega

$$I=\frac{\mathcal{E}}{r+R}=\frac{2{,}1\ \mathrm{V}}{0{,}1\ \Omega+2\ \Omega}=1\ \mathrm{A}$$



6

742. a) $I=\frac{U}{R}=\frac{220\ \mathrm{V}}{55\ \Omega}=4\ \mathrm{A}$;

b) $R=\frac{U}{I}=44\ \Omega$.

743. Jačina struje kroz kolo generatora je

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

odakle je unutrašnja otpornost generatora

$$r=\frac{\mathcal{E}}{I}-R=\frac{110\ \mathrm{V}}{10\ \mathrm{A}}-2\ \Omega=9\ \Omega$$

744. Jačina struje kroz kolo je $I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$, pa vreme proticanja količine elektriciteta q kroz kolo iznosi

$$t=\frac{q}{I}=q\,\frac{R+r}{E}=21\ \mathrm{C}\cdot\frac{1{,}2\ \Omega}{3{,}6\ \mathrm{V}}=7\ \mathrm{s}$$

745. a) Maksimalnu jačinu struje daje električni izvor kada je otpornost spoljašnjeg kola $R=0$, tj. kada je *kratko vezan*. Kratka veza nastaje kad se krajevi električnog izvora vežu provodnikom zanemarljive otpornosti. Ova jačina struje iznosi

$$I_{\max}=\frac{\mathcal{E}}{r}=\frac{6\ \mathrm{V}}{0{,}2\ \Omega}=30\ \mathrm{A}$$

b) Iz jednačine $\frac{I_{\max}}{2}=\frac{\mathcal{E}}{R_x+r}$ nalazi se da je $R_x=r=0{,}2\ \Omega$.

746. a) $I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}=1\ \mathrm{A}$.

b) Prema Omovom zakonu je $U=RI=9\ \Omega\cdot 1\ \mathrm{A}=9\ \mathrm{V}$, ili prema II Kirhofovom pravilu

$$U=\mathcal{E}-rI=10\ \mathrm{V}-1\ \Omega\cdot 1\ \mathrm{A}=9\ \mathrm{V}$$

c) Tada bi jačina struje bila $I=\frac{\mathcal{E}}{2r}$, pa je

$$U=rI=r\cdot\frac{\mathcal{E}}{2r}=\frac{\mathcal{E}}{2}=5\ \mathrm{V}$$

747. Kada je ampermetar A uključen u kolo **7**, jačina struje kroz kolo je

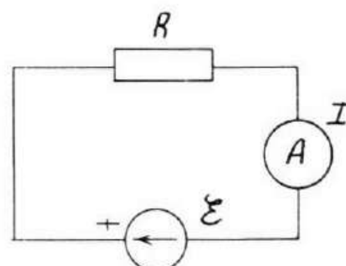
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

odakle je otpornost kola bez ampermetra

$$R=\frac{\mathcal{E}}{I}-r=1{,}2\ \Omega$$

Međutim, kada se ampermetar isključi iz kola, jačina struje kroz kolo iznosi

$$I_1=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{6\ \mathrm{V}}{1{,}2\ \Omega}=5\ \mathrm{A}$$



7

748. Kako ukupna otpornost kola (sl. *a*) iznosi

$$R_e=R_1+R_2+R_3+r=$$
$$=8\ \Omega+10\ \Omega+5\ \Omega+2\ \Omega=25\ \Omega$$

to je, prema Omovom zakonu, jačina struje kroz kolo

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{21\ \mathrm{V}}{25\ \Omega}=0{,}84\ \mathrm{A}$$

Ampermetar unutrašnje otpornosti $r_A=0{,}5\ \Omega$, uključen u kolo prikazano na slici (*b*), pokazivaće struju jačine

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2+R_3+r+r_A}=$$
$$=\frac{21\ \mathrm{V}}{(8+10+5+2+0{,}5)\ \Omega}\approx 0{,}82\ \mathrm{A}$$

749. Kako su otpornici R_1 i R_2 vezani paralelno, njihova ekvivalentna otpornost iznosi

$$R_e=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\ \Omega\cdot 3\ \Omega}{6\ \Omega+3\ \Omega}=2\ \Omega$$

a jačina struje koju daje električni izvor

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_e}=\frac{45\text{ V}}{2\,\Omega}=22{,}5\text{ A}$$

750. Kada su otpornici vezani redno, jačina struje je

$$I_1=\frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2} \qquad (1)$$

a kada su vezani paralelno

$$I_2=\frac{\mathcal{E}}{R_e}=\mathcal{E}\frac{R_1+R_2}{R_1R_2} \qquad (2)$$

Kako je prema uslovu zadatka $I_2=4I_1$, to se iz jednačina (1) i (2) dobija kvadratna jednačina

$$R_2^2-R_2\left(\frac{\mathcal{E}}{I_1}\right)+\left(\frac{\mathcal{E}}{2I_1}\right)^2=0$$

čiji je realan koren

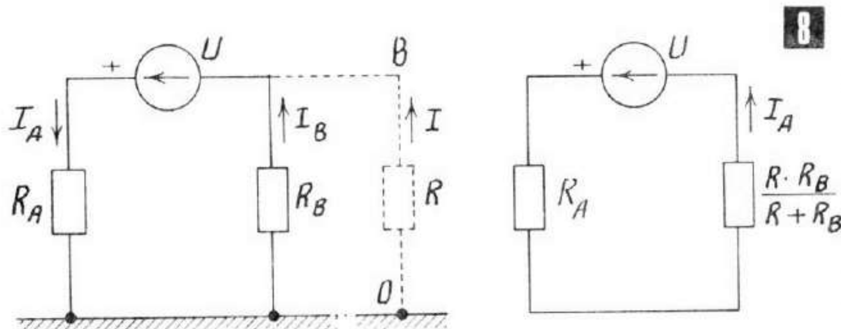
$$R_2=\frac{\mathcal{E}}{2I_1}=\frac{12\text{ V}}{2\cdot 6\text{ A}}=1\,\Omega$$

dok prema jednačini (1) vrednost druge otpornosti iznosi

$$R_1=\frac{\mathcal{E}}{I_1}-R_2=\frac{\mathcal{E}}{2I_1}=1\,\Omega$$

što znači da su one jednake.

751. a) $I=2$ A; b) $I=2$ A; c) $I\approx 1{,}2$ A; d) $I=0{,}5$ A.



752. Smatrajući električnu mrežu kao električni izvor zanemarljive unutrašnje otpornosti, ovaj električni vod se može prikazati ekvivalentnom vezom kao na slici 8. Prema Omovom zakonu, jačina struje koju daje električni izvor je

$$I_A=\frac{U}{R_A+\dfrac{RR_B}{R+R_B}}$$

pa je napon na krajevima otpornika R (između tačaka O i B)

$$U_{OB}=\frac{RR_B}{R+R_B}\cdot\frac{U}{R_A+\dfrac{RR_B}{R+R_B}}$$

a jačina struje koja protiče kroz čoveka

$$I=\frac{U_{OB}}{R}=\frac{U}{R+R_A\left(1+\dfrac{R}{R_B}\right)}\approx 1{,}2\text{ mA}$$

753. Na osnovu I Kirhofovog pravila nalazi se da je jačina struje u trećoj grani kola $I_3=I_1-I_2=10\text{ A}-8\text{ A}=2\text{ A}$.

754. a) Kroz otpornike u skupini A protiču struje jednakih jačina $I_A=\frac{I}{2}=\frac{12\text{ A}}{2}=6\text{ A}$, jer su otpornosti otpornika jednake.

b) Kroz otpornike u skupini A protiču, takođe, struje jednakih jačina $I_B=\frac{I}{3}=\frac{12\text{ A}}{3}=4\text{ A}$.

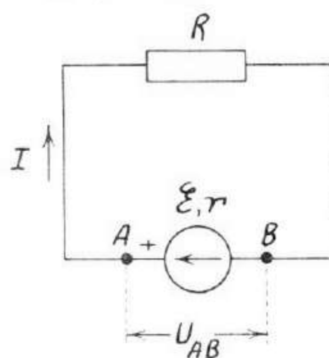
755. Prema I Kirhofovom pravilu je $I_1=I_2+I_3$, odakle je

$$I_3=I_1-I_2=10\text{ A}-12\text{ A}=-2\text{ A}$$

Znak (—) ukazuje da struja I_3 ima suprotan smer od pretpostavljenog.

756. a) Jačina struje kroz dato strujno kolo, prema Omovom zakonu, iznosi 9

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}=\frac{12\text{ V}}{10\,\Omega+2\,\Omega}=1\text{ A}$$

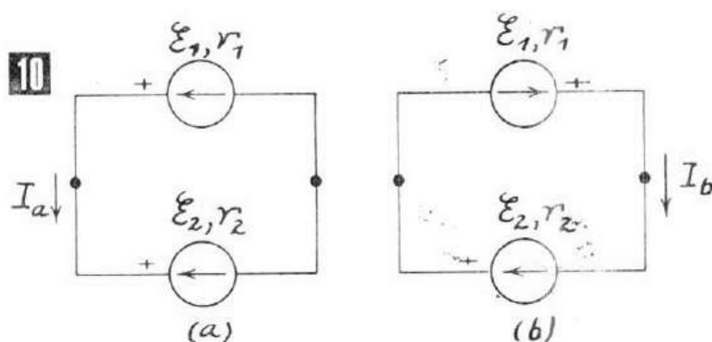


b) $U_{AB}=\mathcal{E}-rI=12\text{ V}-2\,\Omega\cdot 1\text{ A}=10\text{ V}$.

757. Prema Omovom zakonu je 10

a) $I_a=\frac{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}=\frac{4\text{ V}-6\text{ V}}{0{,}1\,\Omega+0{,}2\,\Omega}=-6{,}67\text{ A}$;

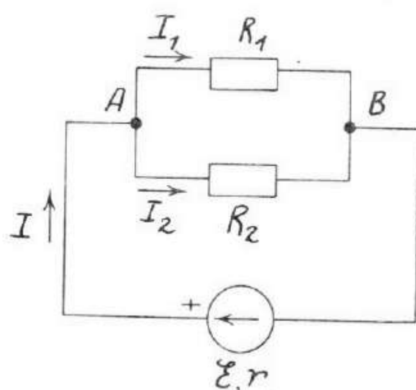
b) $I_b=\frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}=\frac{4\text{ V}+6\text{ V}}{0{,}1\,\Omega+0{,}2\,\Omega}=33{,}3\text{ A}$.



758. a) Jačina struje koju daje električni izvor je **11**

$$I=\frac{\mathcal{E}}{r+R_e}=\frac{\mathcal{E}}{r+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}} \qquad (1)$$

11



Napon između tačaka A i B je

$$U_{AB}=R_eI=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I$$

pa je prema relaciji (1)

$$U_{AB}=\frac{\mathcal{E}}{1+r\dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2}}$$

a tražene jačine struja

$$I_1=\frac{U_{AB}}{R_1}=\frac{\mathcal{E}}{R_1+\dfrac{r(R_1+R_2)}{R_2}}=1{,}17\text{ A}$$

$$I_2=\frac{U_{AB}}{R_2}=\frac{\mathcal{E}}{R_2+\dfrac{r(R_1+R_2)}{R_1}}=0{,}58\text{ A}$$

pošto je $\mathcal{E}=12$ V; $r=0{,}2\,\Omega$; $R_1=10\,\Omega$, $R_2=20\,\Omega$.

b) Napon između polova električnog izvora je

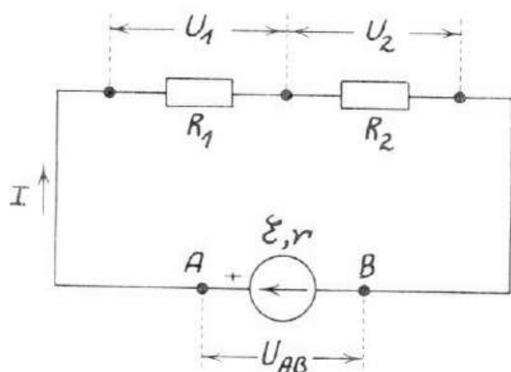
$$U=\mathcal{E}-rI=\mathcal{E}\left(1-\frac{r}{r+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\right)=11{,}65\text{ V}$$

759. a) Jačina struje kroz kolo **12** je

$$I=\frac{\mathcal{E}}{\Sigma R}=\frac{\mathcal{E}}{r+R_1+R_2}=1\text{ A}$$

pošto je $\mathcal{E}=40$ V, $r=1\,\Omega$, $R_1=18\,\Omega$, $R_2=21\,\Omega$.

12



b) $U_1=R_1I=18\,\Omega\cdot1\text{ A}=18$ V;

$U_2=R_2I=21\,\Omega\cdot1\text{ A}=21$ V.

c) $U_{AB}=\mathcal{E}-rI=40\text{ V}-1\,\Omega\cdot1\text{A}=39$ V, ili

$U_{AB}=U_1+U_2=18\text{ V}+21\text{ V}=39$ V.

760. a) Jačina struje kroz kolo je $I=\dfrac{\Sigma\mathcal{E}}{R_e}$, pa je napon na krajevima otpornika R_3

$$U_{AB}=R_{2,3}I$$

a jačina struje kroz njega

$$I_3=\frac{U_{AB}}{R_3}=\frac{R_{2,3}}{R_3}I$$

Kako je

$$R_{2,3}=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3},\quad I=\frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{r_1+r_2+R_1+R_{2,3}}$$

to je

$$I_3=\frac{R_2(\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2)}{(R_2+R_3)(r_1+r_2+R_1)+R_2R_3}=71\text{ mA}$$

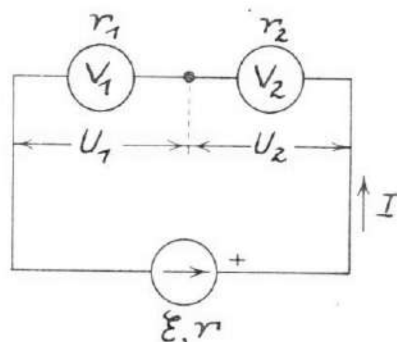
pošto je $\mathcal{E}_1=8$ V, $\mathcal{E}_2=12$ V, $r_1=r_2=0{,}5\,\Omega$, $R_1=100\,\Omega$, $R_2=200\,\Omega$, $R_3=120\,\Omega$.

b) $U_1=\mathcal{E}_1-r_1I=$

$$=\mathcal{E}_1-r_1\frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{r_1+r_2+R_1+R_{2,3}}=7{,}94\text{ V}$$

gde je $R_{2,3}=75\,\Omega$.

13



761. Prema Omovom zakonu, jačina struje kroz kolo je **13**

$$I=\frac{\mathcal{E}}{r+r_1+r_2}$$

pa su naponi na krajevima voltmetara, tj. naponi koje oni pokazuju

$$U_1=r_1I=\frac{r_1\mathcal{E}}{r+r_1+r_2}\approx\frac{\mathcal{E}}{1+(r_2/r_1)}=152\text{ V}$$

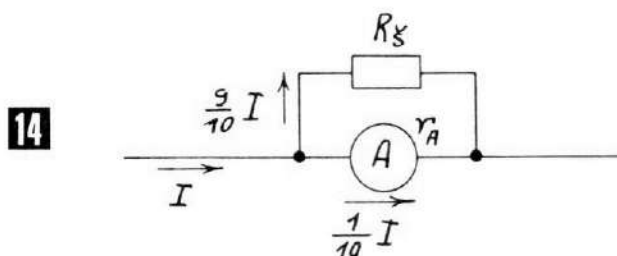
$$U_2=r_2I=\frac{r_2\mathcal{E}}{r+r_1+r_2}\approx\frac{\mathcal{E}}{1+(r_1/r_2)}=228\text{ V}$$

pošto je $\mathcal{E}=380$ V, $r=10\,\Omega$, $r_1=10\text{ k}\Omega$, $r_2=15\text{ k}\Omega$, pri čemu treba imati u vidu da je $r\ll r_1\,(r_2)$.

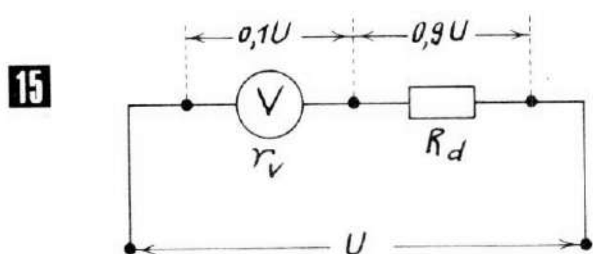
762. $U=\mathcal{E}\left(1-\dfrac{r}{r+r_V}\right)\approx\mathcal{E}\left(1-\dfrac{r}{r_V}\right)=$

$=219{,}78$ V.

763. Ako je jačina merene struje I **14**, onda kroz instrument protiče struja jačine $I/10$, a kroz šant $9I/10$, pa prema II Kirhofovom

14 

pravilu za prikazano strujno kolo je $r_A \cdot \frac{I}{10} = R_š \cdot \frac{9I}{10}$, odakle je $R_š = r_A/9$.

15 

764. Ako je mereni napon U **15**, onda je napon na krajevima instrumenta $0{,}1U$, a na krajevima dodatnog otpornika $0{,}9U$, što znači da je

$$0{,}1U = r_V I \quad \text{i} \quad 0{,}9U = R_d I$$

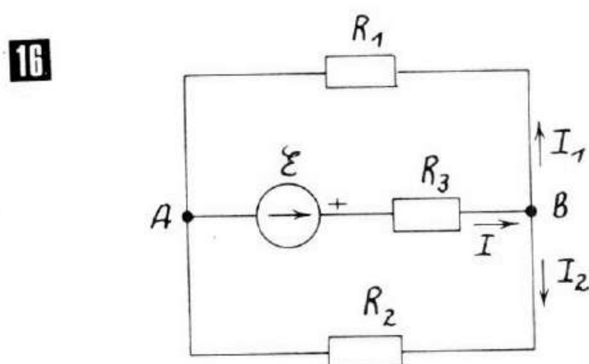
odakle je $R_d = 9r_V$.

765. Za dato strujno kolo **16**, prema I Kirhofovom pravilu, dobija se da je

$$I = I_1 + I_2 \qquad (1)$$

a prema II Kirhofovom pravilu

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E} &= R_3 I + R_2 I_2 \\ \mathcal{E} &= R_3 I + R_1 I_1 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

16 

Na osnovu jednačina (1) i (2) nalazi se da je

$$I = \frac{\mathcal{E}(R_1+R_2)}{R_3(R_1+R_2)+R_1R_2} = 61{,}7 \text{ mA}$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} - \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{\mathcal{E}(R_1+R_2)}{R_3(R_1+R_2)+R_1R_2} = 27{,}5 \text{ mA}$$

$$I_2 = I - I_1 = 34{,}2 \text{ A}$$

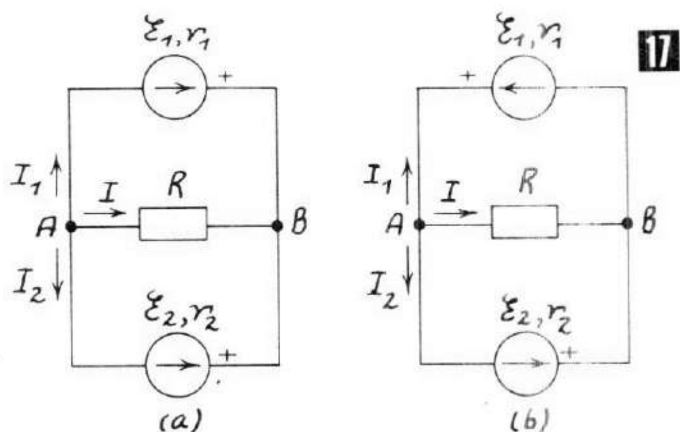
pošto je $\mathcal{E} = 12$ V, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 80\ \Omega$, $R_3 = 150\ \Omega$.

766. a) Prema I Kirhofovom pravilu, za čvor A je **17** (sl. *a*)

$$I_1 + I_2 + I = 0 \qquad (1)$$

dok se, prema II Kirhofovom pravilu, i za smer obilaženja po konturama, koji se poklapa sa smerom kretanja kazaljke na časovniku, dobija da je

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= r_1 I_1 - RI \\ -\mathcal{E}_2 &= -r_2 I_2 + RI \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

 **17**

Prema relacijama (1) i (2) nalazi se da je

$$I = -\frac{r_2\mathcal{E}_1 + r_1\mathcal{E}_2}{r_1r_2 + R(r_1+r_2)} = -4{,}71 \text{ A}$$

pošto je $\mathcal{E}_1 = 2$ V, $\mathcal{E}_2 = 4$ V, $r_1 = 0{,}1\ \Omega$, $r_2 = 0{,}2\ \Omega$, $R = 0{,}5\ \Omega$. Znak (—) ukazuje da struja I u kolu ima suprotan smer od pretpostavljenog.

b) Na analogan način je u slučaju koji je prikazan na slici (*b*)

$$I_1 + I_2 + I = 0$$

$$-\mathcal{E}_1 = r_1 I_1 - RI$$

$$-\mathcal{E}_2 = -r_2 I_2 + RI$$

odakle je

$$I = \frac{r_2\mathcal{E}_1 - r_1\mathcal{E}_2}{r_1r_2 + R(r_1+r_2)} = 0$$

pošto je $r_2\mathcal{E}_1 = r_1\mathcal{E}_2$.

767. a) Kroz kondenzator protekne količina elektriciteta $q = CU_2$, gde je

$$U_2 = R_2 I = R_2 \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$$

pa je

$$q = \frac{\mathcal{E} R_2 C}{R_1 + R_2} = 0{,}18 \text{ mC}$$

pošto je $\mathcal{E} = 100$ V, $C = 2 \cdot 10^{-6}$ F, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 90\ \Omega$.

b) Oslobođena količina toplote je

$$Q = W = \frac{q^2}{2C} = 8{,}1 \text{ mJ}$$

768. $I_{kv} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{24 \text{ V}}{0{,}12\ \Omega} = 200$ A.

769. $R=r$, što se dobija iz uslova $\frac{\mathcal{E}}{2}=$ $=\mathcal{E}-rI$, gde je $I=\mathcal{E}/(r+R)$.

770. a) $\mathcal{E}_e=\mathcal{E}=2{,}2$ V;

b) $r_e=r/5=0{,}1\,\Omega$.

771. a) $\mathcal{E}_e=\sum\mathcal{E}_i=5\mathcal{E}=11$ V;

b) $r_e=\sum r_i=5r=2{,}5\,\Omega$.

772. $I=\frac{\mathcal{E}_e}{r_e+R}=\frac{5\mathcal{E}}{6r}=3{,}7$ A.

773. $I=\frac{\mathcal{E}_e}{r_e+R}=\frac{5\mathcal{E}}{6r}=3{,}7$ A.

774. a) Električna snaga grejača iznosi

$$P=UI=220\text{ V}\cdot 10\text{ A}=2{,}2\text{ kW}$$

b) $E=Pt=2{,}2\text{ kW}\cdot 1\text{ h}=2{,}2$ kWh, tj.

$$E=2{,}2\cdot 10^3\text{ W}\cdot 3600\text{ s}=7{,}92\text{ MJ}.$$

775. a) Kroz motor protiče struja jačine I koja je određena relacijom $\frac{P_k}{\eta}=UI$, odakle je

$$I=\frac{P_k}{\eta U}=9{,}57\text{ A}$$

pošto je $P_k=2\cdot 10^3$ W, $\eta=0{,}95$, $U=220$ V.

b) Potrošnja električne energije iznosi

$$E=Pt=\frac{P_k t}{\eta}\ 7{,}58\text{ MJ}$$

gde je $t=3\,600$ s.

776. Potrebna otpornost grejača nalazi se iz relacije $Q=\frac{U^2}{R}t$, odakle je

$$R=\frac{U^2 t}{Q}=\frac{(220\text{ V})^2\cdot 30\cdot 60\text{ s}}{2\cdot 10^6\text{ J}}=43{,}56\,\Omega$$

777. Potrebno vreme uključenja grejača nalazi se iz relacije $Q=\frac{U^2}{R}t$, odakle je

$$t=\frac{RQ}{U^2}=\frac{1{,}5\,\Omega\cdot 0{,}7\cdot 10^9\text{ J}}{(220\text{ V})^2}=21{,}7\cdot 10^3\text{ s}$$

tj. $t\approx 6$ h.

778. a) Osigurač treba da izdrži struju jačine

$$I=\frac{P}{U}=\frac{2\cdot 10^3\text{ W}}{220\text{ V}}=9{,}1\text{ A}$$

Kako se ne proizvode osigurači za ovoliku jačinu struje već za struju jačine 10 A, to je potrebno i upotrebiti takav osigurač.

b) Potrošena električna energija u bojleru iznosi

$$E=30Pt=30\cdot 2\cdot 10^3\text{ W}\cdot 3{,}5\cdot 3600\text{ s}=756\text{ MJ}$$

779. a) Korisna snaga sijalice je $P_k=\eta P$, a snaga gubitaka $P_g=P-P_k=(1-\eta)P$, pa je oslobođena količina toplote

$$Q=P_g t=(1-\eta)Pt=$$

$$=(1-0{,}10)\,100\text{ W}\cdot 5\cdot 3600\text{ s}=1{,}62\text{ MJ}$$

b) Otpornost sijalice iznosi

$$R=\frac{U^2}{P}=\frac{(220\text{ V})^2}{100\text{ W}}=484\,\Omega$$

780. a) Oslobođena količina toplote u bojleru je $Q=Pt$. Kako je $Q=mc\Delta T=\rho Vc\Delta T$, to je

$$Pt=\rho Vc\Delta T$$

odakle je traženo vreme

$$t=\frac{\rho Vc\Delta T}{P}=$$

$$=\frac{1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 50\cdot 10^{-3}\text{ m}^3\cdot 4186\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\cdot 70\text{ K}}{2\cdot 10^3\text{ W}}=$$

$$=7326\text{ s}$$

tj. $t=122$ min 6 s $=2$ h 2 min 6 s.

b) Utrošena električna energija iznosi

$$E=Pt=2\text{ kW}\frac{7326}{3600}\text{ h}=4{,}07\text{ kWh}$$

čemu odgovara cena

$$4{,}07\text{ kWh}\cdot 0{,}55\frac{\text{din.}}{\text{kWh}}=2{,}24\text{ din.}$$

781. a) Korisna snaga dizalice je $P_k=Fv$, gde je $F=mg$, pa je

$$P_k=mgv=800\text{ kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}}=784{,}8\text{ W}$$

b) Motor opterećuje električnu mrežu snagom $P=P_k/\eta$, pa kako je $P=UI$, a $P_k=mgv$, to je

$$UI=\frac{mgv}{\eta}$$

odakle je tražena jačina struje

$$I=\frac{mgv}{\eta U}\approx 0{,}4\text{ A}$$

782. a) Jačina struje koja protiče kroz potrošač je $I_n=P_n/U_n$, dok je otpornost napoj-

nog voda $R=\rho\frac{2l}{S}$, na kome je pad napona

$$\Delta U=RI_n=\rho\frac{2l}{S}\cdot\frac{P_n}{U_n}$$

pa je potreban napon na početku voda

$$U=U_n+\Delta U=U_n+\rho\frac{2l}{S}\cdot\frac{P_n}{U_n}=316{,}6\ \text{V}$$

pošto je $U_n=220$ V, $\rho=17\cdot10^{-9}\,\Omega\cdot\text{m}$, $l=2\cdot10^3$ m, $S=16\cdot10^{-6}\,\text{m}^2$, $P_n=5\cdot10^3$ W, $U_n=220$ V.

b) $P_g=RI_n^2=\rho\frac{2l}{S}\left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2=2195$ W.

783. a) Potrebna korisna snaga motora je

$$P_k=F\cdot v=mg\sin\alpha\cdot v=15\cdot10^3\ \text{kg}\cdot9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\times$$

$$\times\sin10°\cdot\frac{20}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}=142\ \text{kW}$$

b) Motori tramvaja opterećuju trolnu mrežu snagom

$$P=\frac{P_k}{\eta}$$

a kako je $P=UI$ i $P_k=mgv\sin\alpha$, to je $\eta UI=mgv\sin\alpha$, odakle je tražena jačina struje

$$I=\frac{mgv\sin\alpha}{\eta U}\approx249\ \text{A}$$

784. a) Intenzitet električne sile koja deluje na elektron je

$$F_e=eE=0{,}16\cdot10^{-18}\ \text{C}\cdot50\ \frac{\text{N}}{\text{C}}=8\ \text{aN}$$

b) Ubrzanje elektrona je, prema II Njutnovom zakonu,

$$a=\frac{F_e}{m}=\frac{eE}{m}=8{,}9\ \frac{\text{Tm}}{\text{s}^2}$$

pošto je $e=0{,}16\cdot10^{-18}$ C, $E=50$ V/m, $m=9\cdot10^{-31}$ kg.

c) Elektron se kreće ravnomerno ubrzano s obzirom na to da na njega deluje sila stalnog intenziteta, pa se njegova brzina povećava po zakonu $v=at$, odakle je traženo vreme

$$t=\frac{v}{a}=\frac{mc}{20eE}=1{,}7\ \mu\text{s}$$

pošto je $c=3\cdot10^8$ m/s.

785. a) Energija elektrona, naelektrisanja e, ubrzanog potencijalnom razlikom U je

$$E=eU=e\cdot100\ \text{kV}=100\ \text{keV}$$

tj. $E=0{,}16\cdot10^{-18}\ \text{C}\cdot100\ \text{V}=16$ aJ.

b) Elektron se kreće pod dejstvom električne sile stalnog intenziteta $F_e=eE$, usled čega on ima stalno ubrzanje $a=F_e/m$, pa se njegova brzina ravnomerno povećava sa porastom vremena kretanja.

Posle pređenog puta s elektron ima energiju eU, tj. energiju $mv^2/2$, pa je

$$eU=\frac{mv^2}{2}$$

odakle je brzina elektrona na kraju pređenog puta s

$$v=\sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

a srednja brzina elektrona je

$$\langle v\rangle=\frac{v}{2}=\sqrt{\frac{eU}{2m}}\qquad(1)$$

dok je pređeni put

$$s=\langle v\rangle t$$

odakle je, prema relaciji (1), traženo vreme kretanja elektrona

$$t=\frac{s}{\langle v\rangle}=s\sqrt{\frac{2m}{eU}}=0{,}33\ \mu\text{s}$$

pošto je $s=1$ m, $m=9\cdot10^{-31}$ kg, $e=0{,}16\times10^{-18}$ C, $U=100$.

786. Pošto se elektron kreće stalnim ubrzanjem, njegov pređeni put je

$$s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$$

odakle je tražena jačina polja

$$E=\frac{2ms}{et^2}=$$

$$=\frac{2\cdot9\cdot10^{-31}\ \text{kg}\cdot0{,}5\ \text{m}}{0{,}16\cdot10^{-18}\ \text{C}\cdot(4\cdot10^{-6}\ \text{s})^2}=0{,}35\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

787. a) Na elektron deluje električna sila intenziteta $F_e=eE$. Kako ova sila ima suprotan smer u odnosu na smer kretanja elektrona, ona elektronu saopštava stalno usporenje

$$a=\frac{F_e}{m}=\frac{eE}{m}$$

pa se brzina elektrona smanjuje po zakonu $v=v_0-at$, tj.

$$v^2=v_0^2-2as$$

odakle je za $v=0$ zaustavni put elektrona

$$s_0=\frac{v_0^2}{2a}=\frac{mv_0^2}{2eE}=28{,}1\ \text{mm}$$

pošto je $m=9\cdot10^{-31}$ kg, $v_0=10^6$ m/s, $e=$ $=0{,}16\cdot10^{-18}$ C, $E=100$ V/m.

Vreme zaustavljanja nalazi se iz uslova $0=v_0-at_0$, odakle je

$$t_0=\frac{v_0}{a}=\frac{mv_0}{eE}=56{,}3\text{ ns}$$

b) Iz relacije $v^2=v_0^2+2as$, gde je $v=2v_0$, nalazi se da je tražena dužina puta

$$s=\frac{3v_0^2}{2a}=\frac{3mv_0^2}{2eE}=3s_0=84{,}3\text{ mm}$$

dok odgovarajuće vreme kretanja elektrona, iz uslova $2v_0=v_0+at$, iznosi

$$t=\frac{v_0}{a}=\frac{mv}{eE}=t_0=56{,}3\text{ ns}$$

788. U električnom polju elektron će skretati pod dejstvom električne sile $\vec{F}_e=-e\vec{E}$ **18**, pa je ubrzanje elektrona u pravcu Y-ose

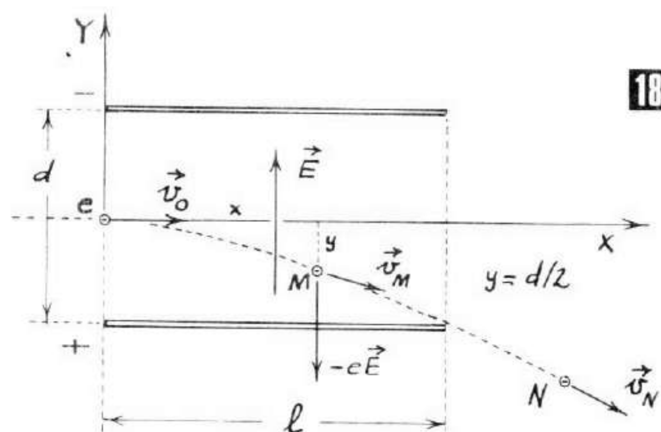
$$a_y=\frac{F_e}{m}=\frac{eE}{m}$$

a brzina

$$v_y=a_yt=\frac{eE}{m}t$$

dok je pređeni put u ovom pravcu

$$y=\frac{1}{2}a_yt^2=\frac{eE}{2m}t^2$$



Prema uslovu zadatka, potrebno je da bude $y\leqslant d/2$, pri čemu je $t=l/v_0$, pošto se elektron u pravcu X-ose kreće ravnomerno stalnom brzinom $v_x=v_0$. Prema tome, iz uslova

$$\frac{d}{2}\geqslant\frac{eEl^2}{2mv_0^2}$$

imajući u vidu da je $E=U/d$, nalazi se da je traženi napon između ploča

$$U\leqslant\frac{md^2v_0^2}{el^2}$$

789. a) $\dfrac{E_e}{E_p}=1$;

b) $\dfrac{v_e}{v_p}=\sqrt{\dfrac{m_p}{m_e}}=\sqrt{1836{,}1}=42{,}85.$

790. Iz relacije $k=\dfrac{m_0}{Ze}$ masa jednog jona (atoma) bakra je

$$m_0=kZe=0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot2\cdot0{,}16\cdot10^{-18}\text{ C}=$$
$$=0{,}105\cdot10^{-24}\text{ kg}$$

pa je molarna masa bakra

$$M=m_0N_A=0{,}105\cdot10^{-24}\text{ kg}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\frac{1}{\text{mol}}=$$
$$=0{,}063\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

791. a) $m=kq=0{,}329\cdot10^{-6}\dfrac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot10^6\text{ C}=$
$=0{,}329$ kg;

b) $m=kq$. Kako je $q=N_Ae$ (gde je $N_A=$ $=6{,}02\cdot10^{23}$ — Avogadrov broj), to je

$$m=kN_Ae=0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\times$$
$$\times0{,}16\cdot10^{-18}\text{ C}=0{,}0317\text{ C}$$

792. Potrebno vreme proticanja struje je

$$t=\frac{m}{kI}=\frac{1{,}2\cdot10^{-3}\text{ kg}}{0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot2\text{ A}}=1824\text{ s}$$

793. Masa nataložene količine bakra je:

a) $m=k\,(I_1t_1+I_2t_2+I_3t_3)=$

$$=0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\times$$

$\times(2\text{ A}\cdot10\cdot60\text{ s}+1\text{ A}\cdot5\cdot60\text{ s}+2\text{ A}\cdot20\cdot60\text{ s})=$ $=1{,}28$ g;

b) $m=k\langle I\rangle t=$

$$=0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot\frac{10}{2}\text{ A}\cdot35\cdot60\text{ s}=3{,}45\text{ g};$$

c) $m=k\,(\langle I_1\rangle t_1+I_2t_2+\langle I_3\rangle t_3)=$

$$=0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\times$$

$\times(3\text{ A}\cdot5\cdot60\text{ s}+4\text{ A}\cdot5\cdot60\text{ s}+3\text{ A}\cdot5\cdot60\text{ s})=$ $=0{,}987$ g.

794. $m=kIt=kbt^3=$

$$=1{,}118\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot15\cdot10^{-3}\frac{\text{A}}{\text{s}}\times$$
$$\times(10\cdot60\text{ s})^3=3{,}62\text{ kg}.$$

795. Masa bakra u ploči je $m=0{,}95\,\rho V=0{,}95\,\rho Sd$, pa je potrebno vreme elektrolize

$$t=\frac{m}{kI}=\frac{0{,}95\rho Sd}{kI}=8\text{ h }58\text{ min}$$

pošto je $\rho=8950\text{ kg/m}^3$, $S=1\times0{,}5\text{ m}^2$, $d=3\cdot10^{-3}\text{ m}$, $k=0{,}329\cdot10^{-6}\text{ kg/C}$, $I=1200\text{ A}$.

796. Masa nataloženog sloja srebra je $m=\rho V=\rho\pi Dhd$, pa je traženo vreme

$$t=\frac{m}{kI}=\frac{\rho\pi Dhd}{kI}=295\text{ s}$$

pošto je $\rho=10\,500\text{ kg/m}^3$, $D=0{,}05\text{ m}$, $h=0{,}1\text{ m}$, $d=1\cdot10^{-6}\text{ m}$, $k=1{,}118\cdot10^{-6}\text{ kg/C}$, $I=0{,}5\text{ A}$.

797. $\frac{m_{Ag}}{m_{Cu}}=\frac{k_{Ag^+}}{k_{Cu^{2+}}}=\frac{2m_{0Ag}}{m_{0Cu}}=\frac{2M_{Ag}}{M_{Cu}}$. Kako su molarne mase srebra i bakra $M_{Ag}=0{,}108\text{ kg/mol}$, $M_{Cu}=0{,}0635\text{ kg/mol}$, to je traženi odnos 3,40.

798. a) Otpornost suda za elektrolizu nalazi se na osnovu činjenice da je oslobođena količina toplote u kalorimetru $Q=C\Delta T$, tj. $Q=RI^2t$, gde je $I=m/kt$, pa je $C\Delta T=\frac{Rm^2}{k^2t}$, odakle je tražena otpornost elektrolita, priključaka i provodnika

$$R=\frac{k^2tC\Delta T}{m^2}=$$

$$=\frac{0{,}329\cdot10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot5\cdot60\text{ s}\cdot1{,}5\cdot10^3\frac{\text{J}}{\text{K}}\cdot10\text{ K}}{50\cdot10^{-6}\text{ kg}}=$$

$$=29{,}6\text{ k}\Omega$$

b) $$I=\frac{m}{kt}=\frac{50\cdot10^{-6}\text{ kg}}{0{,}1180\frac{\text{kg}}{\text{C}}\cdot5\cdot60\text{ s}}\approx1{,}41\text{ A}.$$

799. Provodnost elektrolita se povećava sa porastom temperature zbog toga što se usled povišenja temperature stepen disocijacije povećava, a viskoznost smanjuje.

3. MAGNETNO POLJE

800. Permeabilnost sredine je

$$\mu=\mu_r\mu_0=50\cdot4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}=2\pi\cdot10^{-5}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$$

801. Iz relacije $\mu=\mu_r\mu_0$ nalazi se da je relativna permeabilnost gvožđa

$$\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0}=\frac{15\cdot10^{-5}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}}{4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}}=119{,}4$$

802. a) Pošto je za vazduh $\mu\approx\mu_0$, to je tražena magnetna indukcija

$$B=\mu H\approx\mu_0H=4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\cdot5\frac{\text{A}}{\text{m}}=2\pi\ \mu\text{T}$$

b) Vektori $\vec{B}$ i $\vec{H}$ su kolinearni vektori, tj. vektori istog pravca i smera.

803. $\frac{B}{H}=\mu_r\mu_0$. Kako je za vakuum $\mu_r=1$, a za vazduh $\mu_r\approx1$ (tačnije 1,000 000 38), to je u oba slučaja $\frac{B}{H}=\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$.

804. Pošto je $B=\mu_r\mu_0H$, to je relativna permeabilnost

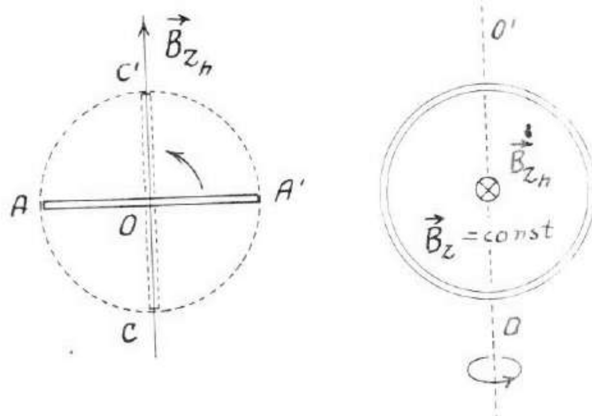
$$\mu_r=\frac{B}{\mu_0H}=\frac{0{,}5\cdot10^{-6}\text{ T}}{4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\cdot0{,}06\frac{\text{A}}{\text{m}}}=6{,}63$$

805. $\Phi=BS=10\cdot10^{-3}\text{ T}\cdot40\cdot10^{-4}\text{ m}^2=40\ \mu\text{Wb}$.

806. a) Maksimalna vrednost magnetnog fluksa je kada se ram postavi u položaj AA', tj. u pravac istok—zapad **1**, i on iznosi

$$\Phi_{max}=B_{Z_h}\frac{\pi D^2}{4}=0{,}16\ \mu\text{Wb}$$

1

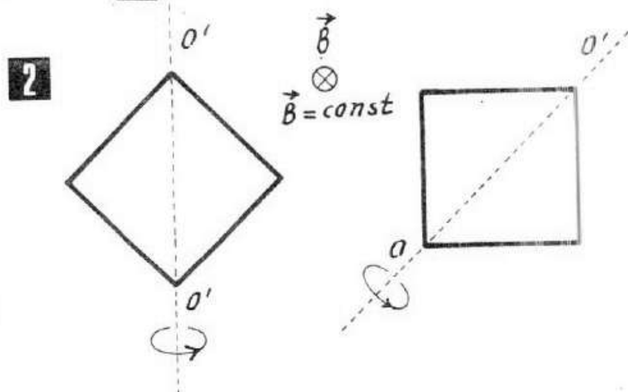


b) U položaju CC', tj. kada ravan rama zauzme pravac sever—jug.

c) $\Phi=0$.

807. Osa rotacije OO' mora da bude u takvom položaju da je normalna na linije sile magnetnog polja, tj. na pravac vektora magnetne indukcije $\vec{B}$. Ovakvih položaja ima beskonačno mnogo, a dva od njih prikazana su na slici **2**.

2



Maksimalna vrednost fluksa je

$$\Phi_{max}=Ba^2=0{,}05\ \mathrm{T}\cdot 0{,}3^2\ \mathrm{m}^2=4{,}5\ \mathrm{mWb}$$

808. $\Phi_a=BS=B\cdot\pi r^2=628\ \mu\mathrm{Wb}$,

$$\Phi_b=BS\cos 45°=\Phi_a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=444\ \mu\mathrm{Wb}.$$

809. Prema Bio-Savarovom zakonu je

$$B=\mu_0\frac{I}{2\pi a}=4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}\cdot\frac{5\ \mathrm{A}}{2\pi\cdot 0{,}1\ \mathrm{m}}=10\ \mu\mathrm{T}$$

810. Iz relacije

$$B=\mu_0\frac{I}{2\pi a}$$

nalazi se da je

$$I=\frac{2\pi aB}{\mu_0}=0{,}375\ \mathrm{A}$$

811. Iz relacije

$$B=\mu_0\frac{I}{2a}$$

nalazi se da je

$$I=\frac{2aB}{\mu_0}=\frac{2\cdot 1\ \mathrm{m}\cdot 4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}}{4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}}\approx 6{,}4\ \mathrm{A}$$

812. Jačina struje kroz provodnik iznosi

$$I=\frac{\mathcal{E}}{r+\rho\frac{l}{S}}=\frac{\mathcal{E}}{r+\rho\frac{2\pi a}{S}}=12{,}8\ \mathrm{A}$$

jer je $\mathcal{E}=2\ \mathrm{V}$, $r=0{,}1\ \Omega$, $\rho=17{,}8\cdot 10^{-9}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$, $a=2\ \mathrm{m}$, $S=4\ \mathrm{mm}^2$, pa je magnetna indukcija u središtu provodnika

$$B=\mu_0\frac{I}{2a}\approx 4\ \mu\mathrm{T}$$

813. Iz relacije $B_Z=\mu_0\frac{I}{2R}$ nalazi se da je tražena jačina struje

$$I=\frac{2RB_Z}{\mu_0}=\frac{2\cdot 6{,}37\cdot 10^6\ \mathrm{m}\cdot 20\cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}}{4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}}\approx 0{,}2\ \mathrm{GA}$$

što je praktički neostvarljiv uslov.

814. Magnetna indukcija u središtu kalema iznosi

$$B=\mu_0\frac{NI}{l}=4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}\cdot\frac{100\cdot 2\ \mathrm{A}}{0{,}25\ \mathrm{m}}\approx 1\ \mathrm{mT}$$

Smer ovog polja zavisi od smera struje. Kako se kalem ponaša kao magnet, njegov južni magnetni pol će se nalaziti na onoj strani kalema gde struja teče u smeru kazaljke na časovniku, a severni — u suprotnom smeru (u oba slučaja posmatrano sa čeone strane kalema).

815. a) $B_0=\mu_0\frac{NI}{l}=\mu_0 nI=$

$$=4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Tm}}{\mathrm{A}}\cdot 40\cdot 10^2\frac{1}{\mathrm{m}}\cdot 0{,}1\ \mathrm{A}\approx 0{,}5\ \mathrm{mT}$$

b) $B=\mu_r B_0=100\cdot 0{,}5\ \mathrm{mT}=50\ \mathrm{mT}$.

816. a) Jačina magnetnog polja ne zavisi od magnetnih svojstava sredine i ista je u kalemu bez obzira na to da li je u njemu gvozdena šipka (jezgro) ili nije, i iznosi

$$H=\frac{NI}{l}=\frac{150\cdot 0{,}2\ \mathrm{A}}{0{,}3\ \mathrm{m}}=100\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

b) Kada se u kalemu nalazi gvozdena šipka relativne permeabilnosti μ_r, magnetna indukcija u njemu iznosi

$$B=\mu_0\mu_r H=4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}\ 300\cdot 100\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\approx 38\ \mathrm{mT}$$

a kada se ova šipka izvuče

$$B_0=\mu_0 H=126{,}5\ \mu\mathrm{T}$$

817. Na osnovu Bio-Savarovog zakona dolazi se do zaključka da je

$$B_A=B_B=\frac{B}{2}$$

gde je $B=\mu_0\frac{I}{2\pi a}$ — magnetna indukcija beskonačno dugog pravolinijskog provodnika, na udaljenosti a od njega. Prema tome,

$$B_A=B_B=\mu_0\frac{I}{4\pi a}=1\ \mu\mathrm{T}$$

pošto je $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A}$, $I=10\ \mathrm{A}$, $a=1\ \mathrm{m}$.

818. Na osnovu Bio-Savarovog zakona i prethodnog zadatka može se zaključiti da je rezultujuća jačina magnetnog polja u tački A

$$H=H_1+H_2=\frac{I_1}{4\pi a}+\frac{I_2}{4\pi a}=$$

$$=\frac{I_1+I_2}{4\pi a}=\frac{3I_1}{4\pi a}=\frac{2{,}5}{\pi}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

819. Jačina magnetnog polja u središtu kružnog strujnog provodnika je $H=I/2r$. A kako je ovde u pitanju polovina ovakvog provodnika, to je

$$H_A=\frac{H}{2}=\frac{I}{4r}=\frac{0{,}5\ \mathrm{A}}{4\cdot 0{,}5\ \mathrm{m}}=0{,}25\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

820. Imajući u vidu prethodni zadatak može se odmah napisati da je

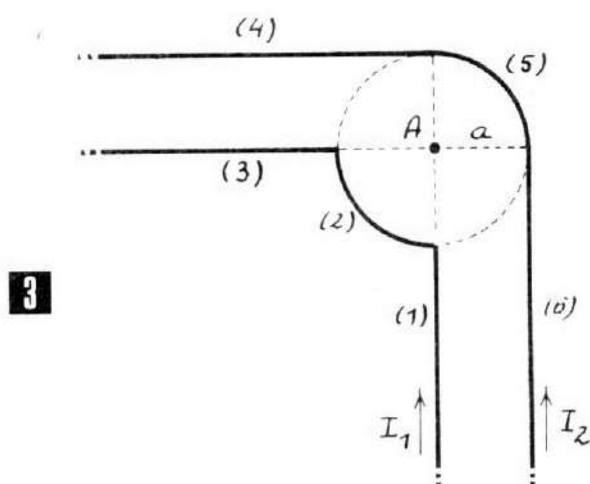
$$B_A=\frac{B}{4}=\frac{\mu_0\frac{I}{2r}}{4}=\mu_0\frac{I}{8r}=$$

$$=4\pi\cdot10^{-7}\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\cdot\frac{2\ \text{A}}{8\cdot2\ \text{m}}=\frac{\pi}{20}\ \mu\text{N}$$

821. Imajući u vidu zadatke 817 i 821 može se neposredno napisati da je **3**

$$\vec{H}_A=\sum_{i=1}^{6}\vec{H}_i$$

3



Kako je $H_1=0$, $H_2=\frac{I_1}{8a}$, $H_3=0$, $H_4=\frac{I_2}{4\pi a}$, $H_5=\frac{I_2}{8a}$, $H_6=\frac{I_2}{4\pi a}$, a imajući u vidu smerove ovih polja (pravilo desnog zavrtnja), može se napisati da je

$$H_A=H_2-H_4-H_5-H_6=$$

$$=-\frac{I}{2\pi a}=-\frac{10\ \text{A}}{2\pi\cdot1\ \text{m}}=-\frac{5}{\pi}\frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Znak (—) ukazuje da je smer vektora $\vec{H}_A$ isti kao što su smerovi vektora jačine magnetnog polja drugog provodnika ($\vec{H}_4$, $\vec{H}_5$, $\vec{H}_6$).

822. a) $F_1=\mu_0\frac{I_1I_2l}{2\pi a}+lI_1B=1{,}8$ mN, dok je intenzitet Amperove sile koja deluje na drugi provodnik

$$F_2=lI_2B-\mu_0\frac{I_1I_2l}{2\pi a}=0{,}9\ \text{mN}$$

Nacrtati provodnike i odgovarajuće vektore Amperovih sila koje deluju na njih.

b) $F_2'=lI_2B+\mu_0\frac{I_1I_2}{2\pi a}l=2{,}1$ mN.

823. $F=F_1+F_2=\mu_0\frac{I_1I_2}{2\pi a}l+I_1lB=2{,}3$ mN.

824. a) $I_1=I_{AB}=\frac{\pi aB_Z}{\mu_0}\operatorname{tg}\alpha_1=2$ A.

b) U drugom slučaju skretanje magnetne igle je veće. Jačina struje I_{CD} iznosi

$$I_{CD}=\frac{\pi aB_Z}{2\mu_0}(\operatorname{tg}\alpha_3-\operatorname{tg}\alpha_2)=0{,}5\ \text{A}$$

Elektromotorna sila izvora iznosi $\mathcal{E}=R\cdot I_{CD}=1$ V, a otpornost provodnika AB

$$R_{AB}=\frac{\mathcal{E}}{I_{AB}}=0{,}5\ \Omega$$

825. Intenzitet Amperove sile koja deluje na provodnik AC je $F_{AC}=bI_2B_1$, gde je B_1 — magnetna indukcija magnetnog polja beskonačno dugog pravolinijskog provodnika. Prema Bio-Savarovom zakonu, ona je $B_1=\mu_0\frac{I_1}{2\pi a}$, pa je

$$F_{AC}=\mu_0\frac{I_1I_2b}{2\pi a}$$

Imajući u vidu da je $\vec{F}_{AC}=\vec{b}I_2\times\vec{B}_1$, dolazi se do zaključka da je sila $\vec{F}_{AC}$ normalna na provodnik AC, da leži u ravni crteža i da je njen smer ulevo (strujni provodnici se međusobno privlače).

826. a, b) Na ram ABCD deluje Amperova sila koja se, radi lakše analize, može razložiti na četiri sile, $\vec{F}_{AB}$, $\vec{F}_{BC}$, $\vec{F}_{CD}$, $\vec{F}_{DA}$, čiji su pravci i smerovi prikazani na slici **4**, a ustanovljeni su na osnovu odgovarajućih vektorskih izraza za navedene Amperove sile:

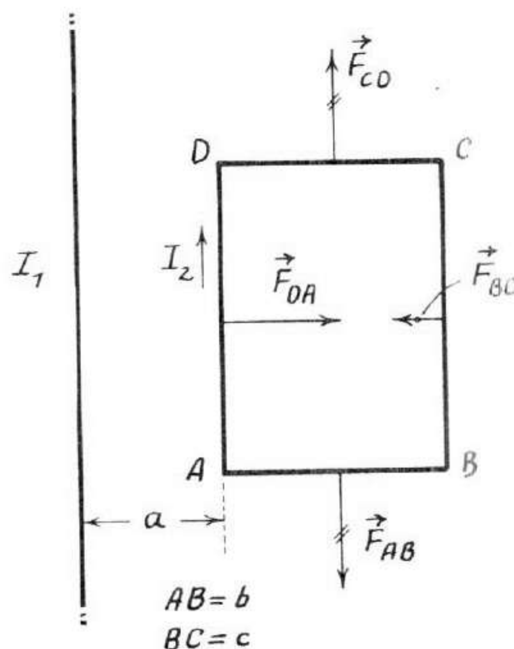
$$\Delta\vec{F}_{AB}=\Delta\vec{AB}I_2\times\Delta\vec{B}_{AB}$$

$$\vec{F}_{BC}=\vec{BC}I_2\times\vec{B}_{BC}$$

$$\Delta\vec{F}_{CD}=\Delta\vec{CD}I_2\times\Delta\vec{B}_{CD}$$

$$\vec{F}_{DA}=\vec{DA}I_2\times\vec{B}_{DA}$$

4



Rezultujuća Amperova sila koja deluje na ram je

$$\vec{F}=\vec{F}_{AB}+\vec{F}_{BC}+\vec{F}_{CD}+\vec{F}_{DA}$$

Kako je $\vec{F}_{AB}+\vec{F}_{CD}=0$ (v. sliku), to je $\vec{F}=\vec{F}_{BC}+\vec{F}_{DA}$. Imajući u vidu da sile $\vec{F}_{BC}$ i $\vec{F}_{DA}$ imaju isti pravac a suprotan smer, to je intenzitet rezultujuće sile

$$F=F_{DA}-F_{BC} \qquad (1)$$

Smer sile $\vec{F}$ je isti kao i sile $\vec{F}_{DA}$, jer je $F_{DA}>F_{BC}$ s obzirom na to da je $B_{DA}>B_{BC}$. Kako je

$$F_{BC}=\mu_0\frac{I_1I_2c}{2\pi(a+b)}$$

a

$$F_{DA}=\mu_0\frac{I_1I_2c}{2\pi a}$$

pošto je za vazduh $\mu\approx\mu_0$, to je prema relaciji (1)

$$F=\mu_0\frac{I_1I_2bc}{2\pi a(a+b)}=12\ \mu\text{N}$$

pošto je $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$, $I_1=5$ A, $I_2=10$ A, $a=1$ m, $b=1{,}5$ m, $c=2$ m.

Ram će se kretati udesno.

827. Imajući u vidu prethodni zadatak lako je zaključiti da je rezultujuća Amperova sila koja deluje na ram $\vec{F}=0$, i da se ram nalazi u položaju labilne ravnoteže.

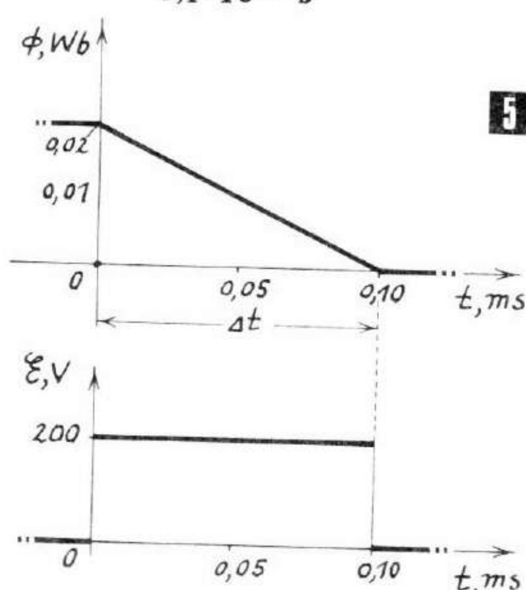
828. a) Prema Faradejevom zakonu, indukovana elektromotorna sila u provodniku je

$$\mathscr{E}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}=+\frac{\Phi_0}{\Delta t}$$

pošto je $\Phi_2=0$, a $\Phi_1=\Phi_0$. Zamenom se nalazi da je

$$\mathscr{E}=\frac{0{,}02\ \text{Wb}}{0{,}1\cdot10^{-3}\ \text{s}}=200\ \text{V}$$

b) 5.



829. Na osnovu relacije $\mathscr{E}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ traženo vreme iznosi

$$\Delta t=\frac{\Delta\Phi}{\mathscr{E}}=\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\mathscr{E}}=\frac{(102-2)\cdot10^{-6}\ \text{Wb}}{30\ \text{V}}=$$
$$=3{,}3\ \mu\text{s}$$

830. a) U vremenskom intervalu Δt_1 indukovana elektromotorna sila je stalna (jer magnetni fluks ravnomerno opada) i iznosi

$$\mathscr{E}_1=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t_1}=-\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t_1}=$$
$$=-\frac{\frac{B_0}{2}S-B_0S}{\Delta t_1}=\frac{B_0a^2}{2\Delta t_1}$$

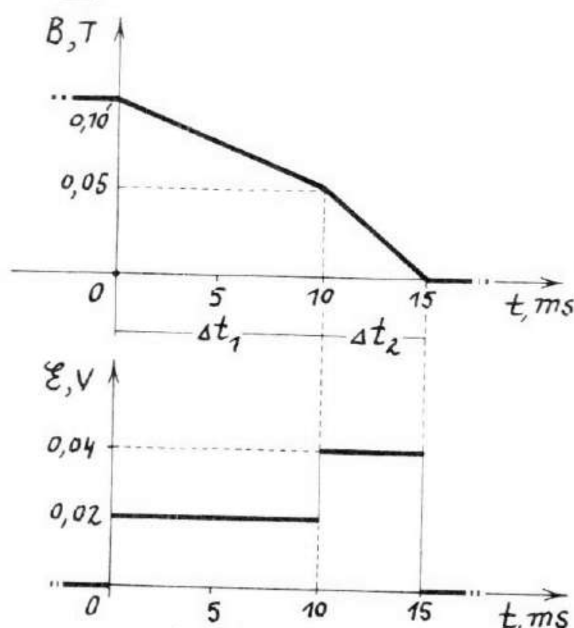
odnosno

$$\mathscr{E}_1=\frac{0{,}1\ \text{T}\cdot(0{,}2\ \text{m})^2}{2\cdot10\cdot10^{-3}\ \text{s}}=0{,}2\ \text{V}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 indukovana elektromotorna sila iznosi

$$\mathscr{E}_2=-\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t_2}=-\frac{0-\frac{B_0}{2}S}{\Delta t_2}=\frac{B_0a^2}{2\Delta t_2}=0{,}4\ \text{V}$$

b) 6



831. a) Jeste. b) Prema Faradejevom zakonu indukcije, brzina promene fluksa iznosi

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\mathscr{E}=12\ \text{V}=12\ \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

832. a) $\mathscr{E}_i=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{\Delta(BS)}{\Delta t}=-S\frac{\Delta B}{\Delta t}$

Kako je $\frac{\Delta B}{\Delta t}=-20\cdot10^{-3}\ \frac{\text{T}}{\text{s}}$, a $S=\pi r^2=$ $=3{,}14(0{,}4\ \text{m})^2=0{,}5\ \text{m}^2$, to je indukovana elek-

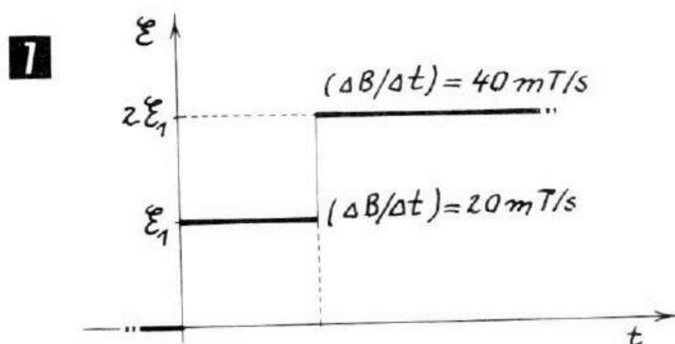
tromotorna sila

$$\mathcal{E}_1=0{,}5\ \text{m}^2\cdot 20\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{T}}{\text{s}}=10\ \text{mV}$$

b) $$I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{\mathcal{E}}{\rho\frac{l}{S}}=\frac{\mathcal{E}}{\rho\frac{8r}{d^2}}=0{,}18\ \text{A}.$$

c) Indukovana elektromotorna sila će se povećati za dva puta **7**, tj. biće $\mathcal{E}_2=2\mathcal{E}_1$.

7



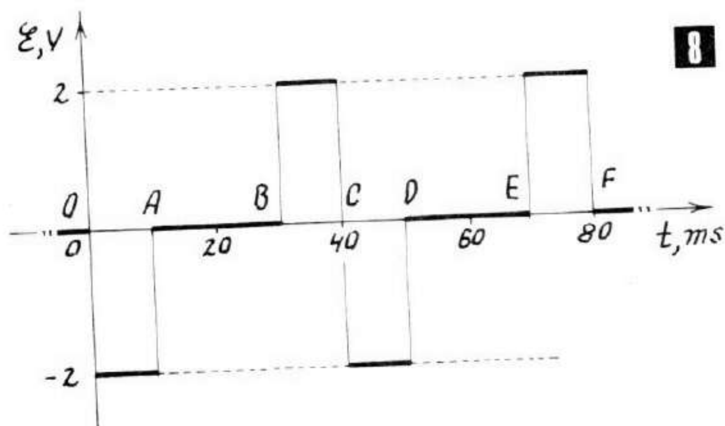
d) Biće $\mathcal{E}=0$, jer je tada $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0$.

833. U vremenskom intervalu $\Delta t_{OA}=10$ ms magnetni fluks linearno naraste do vrednosti $\Phi_0=0{,}02$ Wb, pa je u tom intervalu indukovana elektromotorna sila stalna i ima vrednost **8**

$$\mathcal{E}_{OA}=-\frac{\Delta\Phi_{OA}}{\Delta t_{OA}}=-\frac{\Phi_0}{\Delta t_{OA}}=$$

$$=-\frac{0{,}02\ \text{Wb}}{10^{-2}\ \text{s}}=-2\ \text{V}$$

8



U vremenskom intervalu $\Delta t_{AB}=20$ ms magnetni fluks je stalan, pa je indukovana elektromotorna sila u kolu jednaka nuli, tj. $\mathcal{E}_{AB}=0$. U trenutku t_B magnetni fluks počne linearno da opada i u toku vremena $\Delta t_{BC}=10$ ms opadne do nule. Indukovana elektromotorna sila za ovo vreme iznosi

$$\mathcal{E}_{BC}=-\frac{\Delta\Phi_{BC}}{\Delta t_{BC}}=-\frac{0-\Phi_0}{\Delta t_{BC}}=$$

$$=\frac{\Phi_0}{\Delta t_{BC}}=-\mathcal{E}_{OA}=+2\ \text{V}$$

Na isti način se nalazi da je $\mathcal{E}_{CD}=\mathcal{E}_{OA}$.

834. Češći je slučaj u praksi da se magnetni fluks u električnim mašinama, koje rade na principu elektromagnetne indukcije, menja na neki drugi način, tj. na način koji uslovljava nelinearnu promenu magnetnog fluksa. Uostalom, linearnu promenu magnetnog fluksa je teško i ostvariti. Najčešći oblici promene fluksa su sinusni (ili kosinusni), pa je i indukovana elektromotorna sila kosinusna (ili sinusna) funkcija vremena.

835. $$\mathcal{E}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-B\frac{\Delta S}{\Delta t}=$$

$$=-B\frac{S_2-S_1}{\Delta t}=B\frac{S_0}{\Delta t}=0{,}6\ \text{mV}.$$

836. Protekla količina elektriciteta potiče (kao što je već rečeno) od indukovane elektromotorne sile i ona je prema opštoj definiciji

$$q=I\Delta t=\frac{\mathcal{E}}{R}\Delta t=\frac{-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}{R}\Delta t$$

odnosno

$$q=-\frac{\Delta\Phi}{R}=-\frac{\Phi_2-\Phi_1}{R}$$

gde je prema uslovu zadatka $\Phi_2=0$. Zamenom se dobija da je

$$q=\frac{\Phi_1}{R}=\frac{20\cdot 10^{-6}\ \text{Wb}}{0{,}8\ \Omega}=25\ \mu\text{C}$$

837. Protekla količina elektriciteta kroz kalem je

$$q=-N\frac{\Delta\Phi}{R}=-N\frac{\Phi_2-\Phi_1}{R}$$

gde je prema uslovu zadatka $\Phi_2=0$, pa je

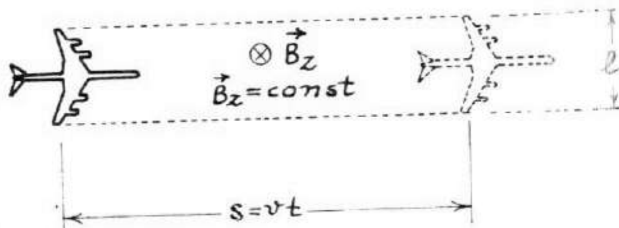
$$q=\frac{N\Phi}{R}=\frac{NBS_0}{R}$$

odakle je tražena magnetna indukcija

$$B=\frac{qR}{NS_0}=\frac{1{,}2\cdot 10^{-3}\ \text{C}\cdot 0{,}5\ \Omega}{20\cdot 5\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2}=0{,}06\ \text{T}$$

838. Krila aviona treba posmatrati kao pravolinijski provodnik dužine l, koji za vreme Δt pređe put $s=v\Delta t$. Krila aviona za vreme Δt „prebrišu" površinu **9**

$$\Delta S=ls=lv\Delta t$$



9

Magnetni fluks kroz ovu površinu je

$$\Delta\Phi = B_{Z_v} \cdot \Delta S = B_{Z_v} lv\Delta t$$

pa indukovana elektromotorna sila u krilima aviona iznosi

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = lvB_{Z_v} = 35\,\text{m} \cdot 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-4}\,\text{T} =$$

$$= 70 \cdot 10^{-3}\,\text{V} = 70\,\text{mV}$$

839. $v = \dfrac{\mathcal{E}}{lB} = 733\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

840. $\mathcal{E} = lvB_Z = 0{,}1\,\text{mV}$.

841. $\mathcal{E} = 64\,\text{mV}$ ($v = 8$ km/s).

842. $\mathcal{E} = lvB \sin i =$

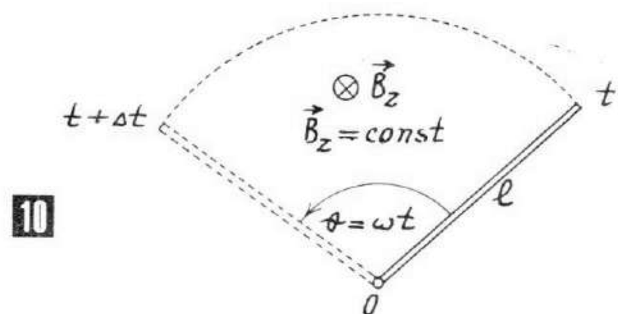
$$= 1{,}8\,\text{m} \cdot 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-3}\,\text{T} \cdot \sin 60° \approx 72\,\text{mV}.$$

843. Indukovana elektromotorna sila u štapu je

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (1)$$

gde je $\Delta S = \dfrac{l\theta \cdot l}{2} = \dfrac{\omega\Delta t l^2}{2}$ — površina koju „prebriše" štap za vreme Δt **10**. Zamenom ovog rezultata u relaciju (1) nalazi se da je

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}B\omega l^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\,\text{T} \cdot 20\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\,(1\,\text{m})^2 = 0{,}5\,\text{V}$$



844. $\mathcal{E} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = BLv = BLat,$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLat}{r_0(2L + at^2)}.$$

Jačina struje ima maksimalnu vrednost posle vremena

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}} \qquad (1)$$

pa je

$$I_{\max} = \frac{B}{r_0}\sqrt{\frac{La}{8}} = 10\,\mu\text{A}$$

U ovom trenutku brzina štapa iznosi $v = at = \sqrt{2La} = 0{,}4$ m/s.

Napomena: Rezultat (1) dobija se diferencijalnim računom.

845. Prema zad. 836, protekla količina elektriciteta je

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta(BNS)}{R} = NS\frac{\Delta B}{R} =$$

$$= NS\frac{B_2 - B_1}{R} = NSH\frac{\mu_2 - \mu_1}{R}$$

Kako je $\mu_2 = \mu_0\mu_r$, $\mu_1 = \mu_0$, $R = NR_1$, onda je

$$q = \mu_0 SH\frac{\mu_r - 1}{R_1} = 0{,}31\,\text{C}$$

846. $a = \dfrac{F}{m + B^2l^2C}$.

847. a) $R = \rho\,\dfrac{8N(AB + CD)}{\pi d^2} = 1{,}35\,\Omega$.

b) Na delove kalema AB deluje Amperova sila intenziteta

$$F = N \cdot AB \cdot IB = 20 \cdot 0{,}05\,\text{m} \cdot 1\,\text{A} \cdot 0{,}1\,\text{T} = 0{,}1\,\text{N}$$

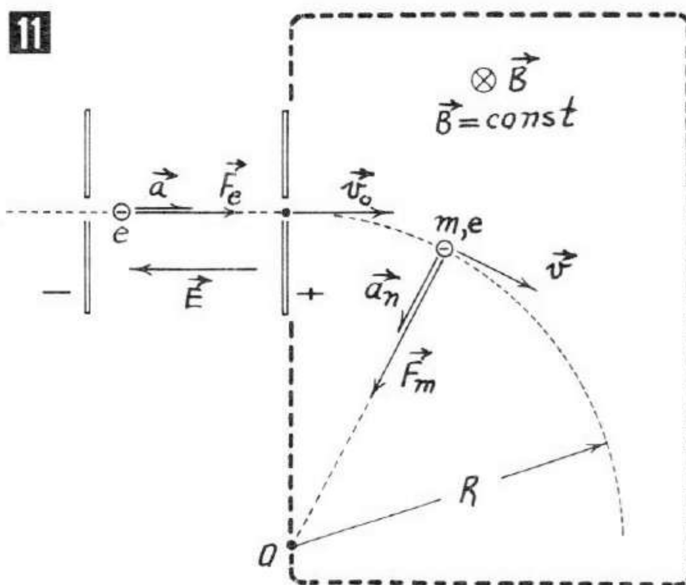
čemu odgovara potrebna težina tegova na drugom tasu $Q = 0{,}1$ N, pa je njihova masa, ako je na mestu gde se nalazi kalem ubrzanje slobodnog padanja $g = 9{,}81$ m/s²,

$$m = \frac{Q}{g} = \frac{0{,}1\,\text{N}}{9{,}81\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}0102\,\text{kg}$$

848. Na slici **11** je prikazana pravolinijska putanja elektrona kroz električno polje. U toku kretanja kroz njega na elektron deluje električna sila intenziteta $F_e = eE$, pa on ima ubrzanje

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{eE}{m}$$

sve do ulaska u magnetno polje.



Neka je v_0 brzina koju je stekao elektron u toku kretanja kroz električno polje, pa ako se sa t označi vreme kretanja elektrona

kroz električno polje, onda je

$$v_0=a\cdot t=\frac{eE}{m}t$$

Posle izlaska iz električnog polja, elektron uleti u magnetno polje pa na njega deluje magnetna (Lorencova) sila $F_m=ev_0B=\frac{e^2EB}{m}t$, u pravcu koji je normalan na pravac kretanja. Ova sila ne menja intenzitet brzine elektrona $\vec{v}_0$ ali menja njen pravac. Naime, elektron se u magnetnom polju kreće po kružnoj putanji.

Intenzitet normalnog ubrzanja $\vec{a}_n$ elektrona pri ovom kretanju je stalan i iznosi

$$a_n=\frac{F_m}{m}=\frac{e^2EB}{m^2}t$$

pa odnos intenziteta ubrzanja elektrona $\vec{a}$ neposredno pre ulaska u magnetno polje (tangencijalno ubrzanje elektrona) i intenziteta normalnog ubrzanja $\vec{a}_n$ iznosi

$$\frac{a_n}{a}=\frac{e}{m}Bt\approx 1{,}8\cdot 10^4$$

849. Iz relacije $\mathcal{E}_s=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ nalazi se da je induktivnost električnog kola $L=-\frac{\mathcal{E}_s}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}$, pa je njena jedinica

$$[L]=\frac{[\mathcal{E}]}{\left[\frac{\Delta I}{\Delta t}\right]}=\frac{\text{V}}{\text{A/s}}=\text{H}$$

Ako je $\mathcal{E}_s=1\,\text{V}$, a $\frac{\Delta I}{\Delta t}=1\frac{\text{A}}{\text{s}}$, tada je

$$1\,\text{H}=1\frac{\text{V}}{\text{A/s}}$$

Dakle,

- induktivnost od 1 H ima ono kolo u kome se indukuje *ems* samoindukcije od 1 V pri ravnomernoj promeni jačine struje brzinom od 1 A/s.

Međutim, prema relaciji za sopstveni fluks

$$\Phi=LI$$

induktivnost od 1 H ima ono kolo čiji je sopstveni magnetni fluks 1 Wb kada kroz kolo protiče struja jačine 1 A.

850. $\mathcal{E}=L\frac{\Delta I}{\Delta t}=0{,}1\,\text{H}\cdot 2{,}1\frac{\text{A}}{\text{s}}=0{,}21\,\text{V}.$

851. $\mathcal{E}=-L\frac{I_2-I_1}{\Delta t}=L\frac{I}{\Delta t}=$

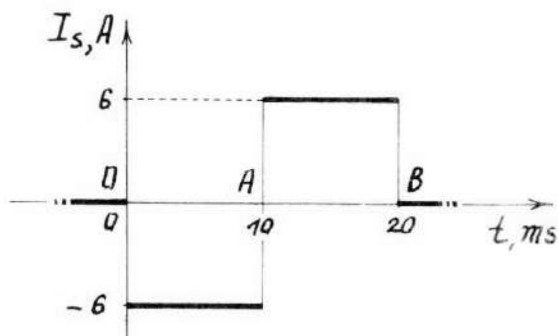
$$=50\cdot 10^{-3}\,\text{H}\frac{4\,\text{A}}{30\cdot 10^{-6}\,\text{s}}\approx 6{,}7\,\text{kV}.$$

852. $L=\frac{\mathcal{E}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=\mathcal{E}\frac{\Delta t}{\Delta I}=0{,}55\,\text{mH}.$

853. U vremenskom intervalu $\Delta t_{OA}=10$ ms jačina struje kroz kolo linearno se poveća od $I_1=0$ do $I_2=2\,\text{A}$ **12**, pa indukovana elektromotorna sila samoindukcije u kolu iznosi

$$\mathcal{E}_{OA}=-L\frac{I_2-I_1}{\Delta t_{OA}}=-L\frac{I_2}{\Delta t_{OA}}=$$

$$=-3\cdot 10^{-3}\,\text{H}\frac{2\,\text{A}}{10\cdot 10^{-3}\,\text{s}}=-0{,}6\,\text{V}$$



12

Dakle, u vremenskom intervalu Δt_{OA} kroz kolo protiče struja samoindukcije jačine

$$I_{sOA}=\frac{\mathcal{E}_{OA}}{R}=-\frac{0{,}6\,\text{V}}{0{,}1\,\Omega}=-6\,\text{A}$$

Lako se nalazi da je $I_{s_{OB}}=-I_{s_{AB}}=+6\,\text{A}.$

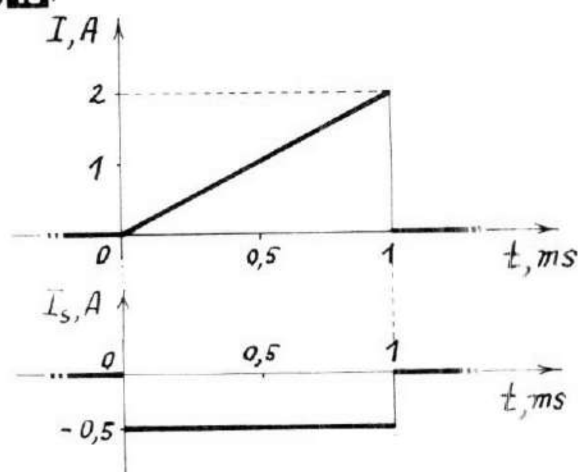
854. a) Kako je indukovana elektromotorna sila samoindukcije

$$\mathcal{E}=RI_s=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

to je induktivnost kola

$$L=\frac{RI_s}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=\frac{0{,}25\,\Omega\cdot 0{,}5\,\text{A}}{2\frac{\text{A}}{\text{s}}}=62{,}5\,\text{mH}$$

b) **13**



13

. Struja samoindukcije I_s protiče kroz isti provodnik, i to istovremeno sa primarnom strujom I koja ju je izazvala, te se usled toga može jednostavnim metodama izmeriti samo rezultujuća struja $I-I_s$ (one su u ovom slučaju suprotnih smerova). Ipak, efekti samoindukcije mogu se utvrđivati i meriti odgovarajućim metodama i uređajima.

855. a) U kolu nastaje indukovana elektromotorna sila samoindukcije zbog promene jačine struje u njemu, a ona se pak menja zbog promene otpornosti u kolu. Naime, prema Faradejevom zakonu indukcije, srednja vrednost indukovane elektromotorne sile samoindukcije u vremenskom intervalu Δt iznosi

$$\mathscr{E}_s = -L\frac{I_2-I_1}{\Delta t} = -L\frac{\frac{\mathscr{E}}{R'}-\frac{\mathscr{E}}{R}}{\Delta t} =$$

$$= -L\mathscr{E}\frac{R-R'}{RR'\Delta t} = -50 \text{ mV}$$

b) Pre početka promene otpornosti, kroz kolo protiče struja jačine $I=\frac{\mathscr{E}}{R}=83{,}3$ mA, a u toku promene rezultujuća struja jednaka je razlici trenutne vrednosti primarne struje, koja linearno raste od vrednosti

$$I=83{,}3 \text{ mA} \quad \text{do} \quad I'=\frac{\mathscr{E}}{R'}=500 \text{ mA}$$

i struje samoindukcije I_s, koja se takođe povećava od vrednosti

$$I_s=\frac{\mathscr{E}_s}{R}=2{,}1 \text{ mA} \quad \text{do} \quad I_s'=\frac{\mathscr{E}_s}{R'}=12{,}5 \text{ mA}$$

Dakle, u početku vremenskog intervala Δt rezultujuća struja iznosi

$$I_r = I - I_s = 83{,}3 \text{ mA} - 2{,}1 \text{ mA} =$$
$$= 81{,}2 \text{ mA}$$

a na kraju

$$I_r' = I' - I_s = 500 \text{ mA} - 12{,}5 \text{ mA} =$$
$$= 487{,}5 \text{ mA}$$

856. a) Elektromotorna sila međusobne indukcije u drugom kolu je

$$\mathscr{E}_2 = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0{,}1\cdot 10^{-3}\text{H}\cdot 5\,\frac{\text{A}}{\text{m}} = -0{,}5 \text{ mV};$$

b) $I_2=\frac{\mathscr{E}_2}{R}=\frac{0{,}5\cdot 10^{-3}\text{V}}{10\,\Omega}=50\,\mu\text{V}.$

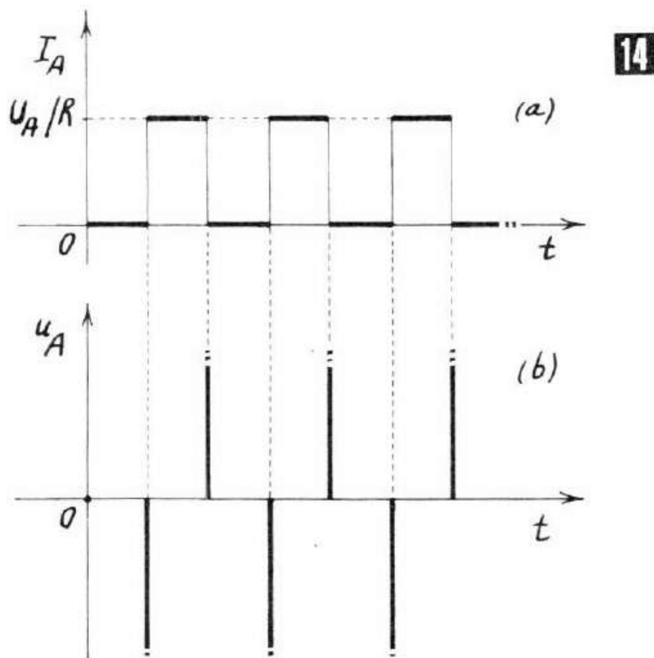
857. Jačina struje koja protiče kroz sekundarno kolo je

$$I_s=\frac{\mathscr{E}_s}{R_s} \qquad (1)$$

gde je $\mathscr{E}_s=-M\frac{\Delta I_p}{\Delta t}=-M\frac{I_{p2}-I_{p1}}{\Delta t}=M\frac{I_{p1}}{\Delta t}$, pa je prema relaciji (1) međusobna induktivnost

$$M=\frac{I_s R_s \Delta t}{I_{p1}}=\frac{0{,}25\text{ A}\cdot 12\,\Omega\cdot 3\text{ s}}{2\text{ A}}=4{,}5 \text{ H}$$

858. **14**.



4. NAIZMENIČNA ELEKTRIČNA STRUJA

859. $i = I_{max}\cdot \sin \omega t = I_{max}\cdot \sin 2\pi\nu t =$

$$= 5 \text{ A}\cdot\sin\left(314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\,t\right)$$

$$u = U_{max}\cdot\sin\omega t = U_{max}\cdot\sin 2\pi\nu t =$$

$$= 100 \text{ V}\cdot\sin\left(314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\,t\right)$$

860. Maksimalna vrednost ovog napona je $U_{max}=\sqrt{2}\,U_{ef}=1{,}41\cdot 220 \text{ V}=310$ V, dok frekvencija javne električne mreže iznosi u Evropi $\nu=50$ Hz (ona je u Americi 60 Hz), pa je jednačina trenutne vrednosti napona javne električne mreže

$$u=U_{max}\cdot\sin\omega t=\sqrt{2}\,U_{ef}\cdot\sin 2\pi\nu t=$$

$$=310 \text{ V}\cdot\sin\left(314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\,t\right)$$

861. Amplitudu napona predstavlja duž $OC=\frac{CD}{2}=2$ cm. Kako 1 cm ove dužine odgovara naponu od 10 V, to je onda

$$U_{max}=k_v\cdot OC=10\,\frac{\text{V}}{\text{cm}}\cdot 2\text{ cm}=20 \text{ V}$$

Period napona predstavlja duž $AB=2OB=$ $=10$ cm, pa je

$$T=k_h\cdot AB=1\,\frac{\text{ms}}{\text{cm}}\cdot 10\text{ cm}=10 \text{ ms}$$

dok je frekvencija

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{1}{10\cdot 10^{-3}\ \text{s}}=100\ \text{Hz}$$

Jednačina trenutne vrednosti napona ima oblik

$$U=U_{max}\cdot\sin 2\pi\nu t=20\ \text{V}\cdot\sin\left(628\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\ t\right)$$

Kolika je efektivna vrednost ovog napona?

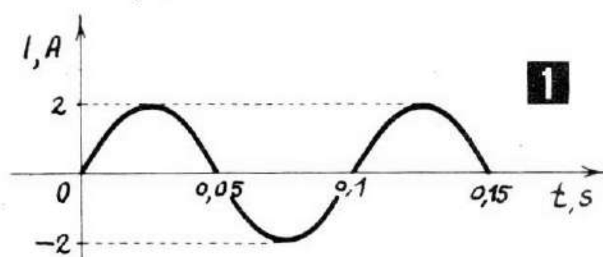
862. a) Maksimalna vrednost ovog napona je $U_{max}=10$ V, pa je, prema Omovom zakonu, maksimalna vrednost jačine struje

$$I_{max}=\frac{U_{max}}{R}=\frac{10\ \text{V}}{5\ \Omega}=2\ \text{A}$$

Period struje i napona je $T=0{,}1$ s, odnosno frekvencija $\nu=10$ Hz. Prema tome, dijagram trenutne vrednosti naizmenične struje je kao na slici 1.

b) $U_{ef}=\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}=\frac{10\ \text{V}}{1{,}41}=7{,}07$ V.

$$I_{ef}=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}=\frac{2\ \text{A}}{1{,}41}=1{,}41\ \text{A}.$$



863. a) $I_{ef}=8$ A; b) $T=\frac{1}{50}$ s.

864. Ekvivalentna otpornost date veze je

$$R_e=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=24\ \Omega$$

Kako je efektivna vrednost jačine struje $I=\frac{3}{\sqrt{2}}$ A $=2{,}12$ A, to je oslobođena količina toplote

$$Q=R_eI^2T=R_eI^2\frac{2\pi}{\omega}=$$

$$=24\ \Omega\ (2{,}12\ \text{A})^2\cdot\frac{6{,}28\ \text{rad}}{314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}=2{,}16\ \text{J}$$

865. a) Impedanca ovakvog kola je

$$Z=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

(za jednosmernu struju je $\omega=0$, pa je za nju $Z=R$).

b) Za kola bez kondenzatora je

$$Z=\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$$

- Za kola bez kalema je

$$Z=\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}$$

- Za kola bez termogenog otpornika je

$$Z=L\omega-\frac{1}{C\omega}$$

c) Isto kao i za jednosmernu struju, samo što se umesto termogene otpornosti kola uzima impedanca. Dakle,

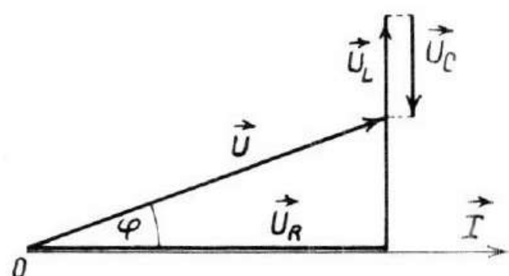
$$I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

d) Kako su naponi $\vec{U}$, $\vec{U}_R$, $\vec{U}_L$, $\vec{U}_C$ vektori, to se II Kirhofovo pravilo u ovom slučaju izražava na sledeći način:

$$\vec{U}=\vec{U}_R+\vec{U}_L+\vec{U}_C$$

Uzajamni položaj ovih vektora prikazan je na slici 2, koja predstavlja vektorski dijagram napona $\vec{U}$, $\vec{U}_R$, $\vec{U}_L$, $\vec{U}_C$, odakle se vidi da je intenzitet napona izvora U (rezultujućeg napona)

$$U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}$$



866. $I=\frac{U}{\frac{1}{C\omega}}=C\omega U=2\pi\nu CU=$

$$=6{,}28\ \text{rad}\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 10\cdot 10^{-6}\ \text{F}\cdot 220\ \text{V}=0{,}7\ \text{A}.$$

867. $I=\frac{U}{L\omega}=\frac{U}{2\pi\nu L}=$

$$=\frac{220\ \text{V}}{6{,}28\ \text{rad}\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 0{,}2\ \text{H}}=3{,}5\ \text{A}.$$

868. a) Impedanca redne veze termogenog otpornika R i kondenzatora C je

$$Z=\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}=376\ \Omega$$

pa je efektivna vrednost jačine struje kroz kolo

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{110\text{ V}}{376\,\Omega}=0{,}29\text{ A}$$

b) Pad napona na termogenom otporniku je

$$U_R=RI=200\,\Omega\cdot 0{,}29\text{ A}=58\text{ V}$$

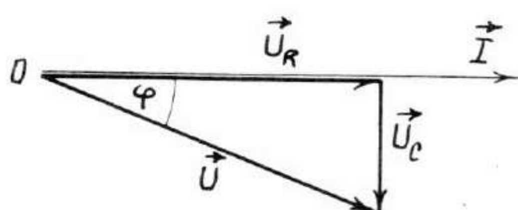
a na kondenzatoru

$$U_C=\frac{1}{C\omega}I=$$

$$=\frac{1}{10\cdot 10^{-6}\text{ F}\cdot 6{,}28\cdot 50\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}\cdot 0{,}29\text{ A}=92\text{ V}$$

Potrebno je zapaziti da u ovom slučaju nije $U=U_R+U_C$ **3**, kao kod jednosmerne struje, već $\vec{U}=\vec{U}_R+\vec{U}_C$, tj. $U=\sqrt{U_R^2+U_C^2}$.

3



Lako se nalazi da je

$$110\text{ V}\approx\sqrt{(58\text{ V})^2+(92\text{ V})^2}$$

i da je $110\text{ V}\neq 58\text{ V}+92\text{ V}$.

869. a) Impedanca ovog kola je

$$Z=\sqrt{R^2+L^2\omega^2}=$$

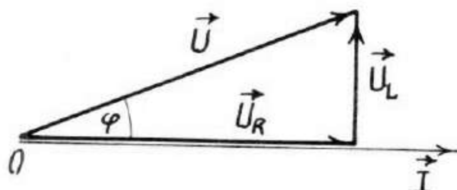
$$=\sqrt{(200\,\Omega)^2+\left(0{,}5\text{ H}\cdot 6{,}28\cdot 50\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}\approx$$

$$\approx 250\,\Omega$$

pa je efektivna vrednost jačine struje kroz kolo

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{110\text{ V}}{250\,\Omega}\approx 0{,}44\text{ A}$$

4



b) Pad napona na termogenom otporniku je

$$U_R=RI=200\,\Omega\cdot 0{,}44\text{ A}=88\text{ V}$$

a na kalemu

$$U_L=L\omega I=L\cdot 2\pi\nu I=$$

$$=0{,}5\text{ H}\cdot 6{,}28\cdot 50\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 0{,}44\text{ A}\approx 69\text{ V}$$

Provera: Iz vektorskog dijagrama ovih napona **4** vidi se da je

$$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2}$$

Naime, $110\text{ V}\approx\sqrt{(88\text{ V})^2+(69\text{ V})^2}=111\text{ V}$. Dakle, rezultat je približno tačan, jer je $110\approx 111$.

870. a) Impedanca ove veze iznosi

$$Z=L\omega-\frac{1}{C\omega}=$$

$$=0{,}02\text{ H}\cdot 314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}-\frac{1}{4\cdot 10^{-6}\text{ F}\cdot 314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}\approx$$

$$\approx -796\,\Omega$$

pošto je $\omega=2\pi\nu=6{,}28\text{ rad}\cdot 50\text{ Hz}=314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Znak minus ukazuje da je impedanca kapacitivne prirode, tj. da u kolu preovladava kapacitivna otpornost. Efektivna vrednost jačine struje u kolu je

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{50\text{ V}}{790\,\Omega}=0{,}06\text{ A}$$

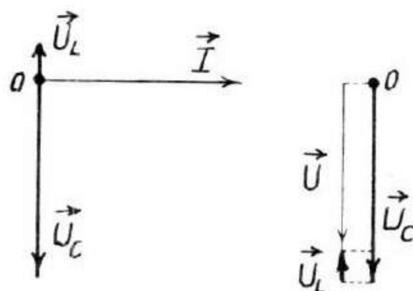
b) Napon na krajevima kalema iznosi

$$U_L=L\omega I=20\cdot 10^{-3}\text{ H}\cdot 314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 0{,}06\text{ A}\approx$$

$$\approx 0{,}38\text{ V}$$

a na krajevima kondenzatora

$$U_C=\frac{1}{C\omega}I=\frac{1}{4\cdot 10^{-6}\text{F}\cdot 314\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}\cdot 0{,}06\text{ A}\approx 47{,}8\text{ V}$$



5

c) Naponi $\vec{U}_L$ i $\vec{U}_C$ su vektori koji su suprotnog smera **5**, pa prema II Kirhofovom pravilu za kola naizmenične struje $(\vec{U}=\vec{U}_L+\vec{U}_C)$ napon izvora iznosi $U=U_C-U_L=47{,}8\text{ V}-0{,}38\text{ V}=47{,}42\text{ V}$, a ne $U=U_C+U_L$.

d) Za jednosmernu struju je $\omega=0$, pa je $I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\infty}=0$, pošto kondenzator predstavlja beskonačno veliku otpornost za jednosmernu struju $\left(\frac{1}{C\omega}=\frac{1}{0}=\infty\right)$.

871. a) Impedanca ovog kola iznosi

$$Z=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}\approx 313\ \Omega$$

gde je $\omega=2\pi\nu=314$ rad/s;

b) $I=\frac{U}{Z}=\frac{220\ \text{V}}{313\ \Omega}\approx 0{,}7$ A;

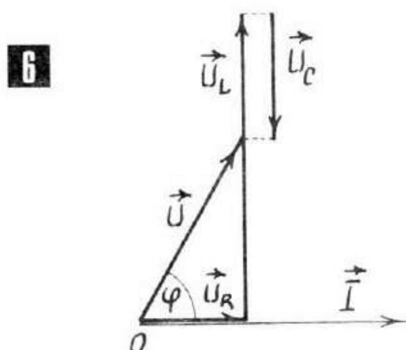
c) $U_R=RI=45\ \Omega\cdot 0{,}7\ \text{A}=31{,}5$ V,

$$U_L=L\omega I=2\ \text{H}\cdot 314\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 0{,}7\ \text{A}=440\ \text{V},$$

$$U_C=\frac{1}{C\omega}\,I=$$

$$=\frac{1}{10\cdot 10^{-6}\ \text{F}\cdot 314\frac{\text{rad}}{\text{s}}}\cdot 0{,}7\ \text{A}=223\ \text{V}.$$

6



Provera: Prema vektorskom dijagramu napona za ovo kolo 6 treba da je

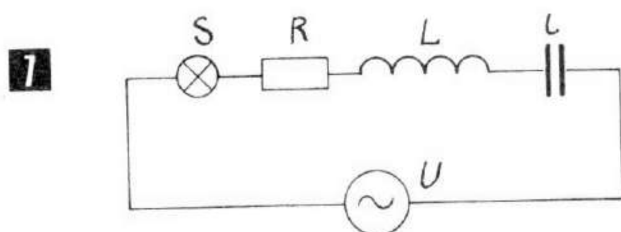
$$U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}$$

Zamenom se dobija da je zaista

$$220\ \text{V}\approx\sqrt{31{,}5^2+(440-225)^2}\ \text{V}$$

872. Kada se menja frekvencija izvora naizmenične struje, na čije krajeve je priključeno RLC-kolo (prikazano na slici 7), tada se

7

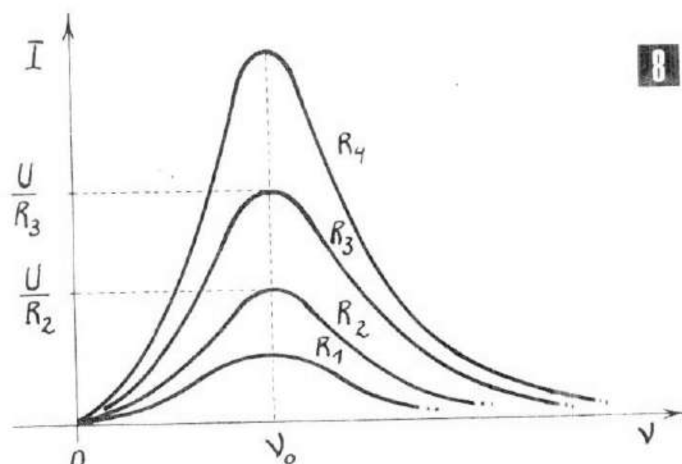


jačina struje kroz ovo kolo menja zavisno od frekvencije, prema dijagramu na slici 8.

Naime, postepeno povećavajući frekvenciju izvora ν, jačina struje u jednom trenutku dostigne vrlo veliku vrednost, pa sijalica S u kolu svetli najjače. Daljim povećavanjem frekvencije, jačina struje se smanjuje, pa sijalica svetli sve slabije. Frekvencija pri kojoj je u kolu struja imala najveću jačinu naziva se *rezonantna frekvencija*, a sama pojava *rezonancija*. Veličina struje pri rezonanciji, pa i svetlosna jačina sijalice zavise od veličine termogene otpornosti R u kolu. Ukoliko je ona manja, rezonancija se više izrazi, i obratno.

Zavisnost jačine struje u ovom kolu od frekvencije određena je relacijom

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$



8

Iz nje se vidi da će struja u kolu imati najveću jačinu kada je

$$L\omega=\frac{1}{C\omega} \qquad (1)$$

i da je tada

$$I_{\max}=I_0=\frac{U}{R}$$

što ukazuje da struja pri rezonanciji zavisi jedino od veličine termogene otpornosti R i napona izvora U.

Iz relacije (1) dobija se da je rezonantna frekvencija kola

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\quad \text{tj.}\quad \nu_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Potrebno je naglasiti da je pri rezonanciji napon na krajevima kalema U_L jednak (ali suprotnog znaka) naponu na krajevima kondenzatora U_C, jer su im otpornosti $L\omega$ i $1/C\omega$ jednake. Kako je struja u kolu pri rezonanciji I_0 vrlo velika, to i ovi naponi mogu da budu vrlo veliki, pa čak mnogo puta veći (do nekoliko hiljada puta) od napona izvora U.

873. a) $I_0=\frac{U}{R}=\frac{220\ \text{V}}{200\ \Omega}=1{,}1$ A.

b) $\nu_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=$

$$=\frac{1}{6{,}28\sqrt{0{,}3\ \text{H}\cdot 4\cdot 10^{-6}\ \text{F}}}=145\ \text{Hz}.$$

c) $U_R = RI_0 = 200 \cdot 1{,}1\ A = 220\ V$;

$U_L = L\omega_0 I_0 = L \cdot 2\pi\nu_0 I_0 =$

$= 0{,}3\ H \cdot 6{,}28 \cdot 145 \frac{rad}{s} \cdot 1{,}1\ A = 300\ V$;

$U_C = U_L = 300\ V$

pri čemu je $\vec{U}_C = -\vec{U}_L$.

d) Iz vektorskog dijagrama napona $\vec{U}_R$, $\vec{U}_L$, $\vec{U}_C$ (v. zad. 871) vidi se da je u ovom slučaju fazni ugao (ugao između vektora $\vec{U}$ i $\vec{I}$) toliki da je

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}}{R} = 0, \text{ tj. } \varphi = 0$$

pošto je $L\omega_0 = 1/C\omega_0$.

874. a) $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1\ kHz$;

b) $I_{max} = \frac{U_C}{\frac{1}{C\omega}} = C\omega \cdot U_C = 1{,}9\ A$.

Tada je napon na krajevima termogenog otpornika $U_R = RI_{max} = 38\ V$, a na krajevima kalema

$$U_L = U\omega I_{max} = 2\pi\nu L I_{max} = 2\ kV$$

Ovo znači da je $U_L = U_C$, tj. da je tada kolo u rezonanciji. Kako je u tom slučaju $\vec{U}_L = -\vec{U}_C$, odgovarajući napon izvora je $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C = \vec{U}_R$, odnosno $U = U_R = 38\ V$.

875. $\cos\varphi = \cos 12° = 0{,}98$.

876. a) Motor opterećuje električnu mrežu snagom

$$P = UI = 220\ V \cdot 2\ A = 440\ VA$$

što je ujedno i prividna snaga motora.

b) Aktivna snaga motora je

$$P_a = UI\cos\varphi = P\cos\varphi = 440 \cdot 0{,}90\ W = 396\ W$$

c) Korisna snaga motora je

$$P_k = \eta P_a = 0{,}85 \cdot 396\ W \approx 337\ W$$

Kolika je reaktivna snaga motora?

877. a) Motor u toku rada opterećuje električnu mrežu snagom

$$P = \frac{P_k}{\eta\cos\varphi} = \frac{10\ kW}{0{,}80 \cdot 0{,}90} = 13{,}9\ kW$$

b) $I = \frac{P}{U} = \frac{13{,}9 \cdot 10^3\ W}{220\ V} = 63{,}2\ A$.

878. Ako se pretpostavi da transformator nema gubitaka, onda je snaga primara $U_p I_p$ jednaka snazi sekundara $U_s I_s$, tj.

$$U_p I_p = U_s I_s$$

odakle je traženi odnos jačina struja

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{U_s}{U_p} = \frac{4}{440} = \frac{1}{110}$$

dok je odnos broja navojaka srazmeran naponima, tj.

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{U_p}{U_s} = \frac{440}{4\ V} = 110$$

879. a) Iz $\frac{U_p}{U_s} = \frac{N_p}{N_s}$ nalazi se da je

$$U_s = U_p \frac{N_s}{N_p} = 220\ V \cdot \frac{30}{1200} = 5{,}5\ V;$$

b) $I_p = I_s \frac{U_s}{U_p} = 6\ A \cdot \frac{5{,}5\ V}{220\ V} = 0{,}15\ A$.

880. Napon na krajevima sekundara je

$$U_s = U_p \frac{N_s}{N_p} = 220\ V \cdot \frac{600}{110} = 1200\ V$$

pa efektivna jačina struje kroz sekundar iznosi

$$I_s = \frac{U_s}{Z_s} = \frac{U_s}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \approx 1{,}8\ A$$

881. a) $I_p = 0{,}18\ A$; b) $I_s = 6{,}7\ A$.

882. $Q = (1-\eta)P\cos\varphi \cdot t = 1{,}15\ MJ$.

883. $U_s' = 6{,}16\ V$.

884. —

5. ELEKTROMAGNETNE OSCILACIJE

885. a) $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$

$$= \frac{1}{6{,}28\sqrt{10 \cdot 10^{-6}\ H \cdot 50 \cdot 10^{-12}\ F}} = 7{,}12\ MHz.$$

b) $T_0 = \frac{1}{\nu_0} = 140{,}4\ ns$.

886. Induktivnost kalema je

$$L = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 (16 \cdot 10^6\ Hz)^2\ 10 \cdot 10^{-12}\ F} =$$

$$= 9{,}9\ \mu H$$

887. Induktivnost kalema je

$$L=\frac{T^2}{4\pi^2 C}=50{,}7\ \mu\text{H}$$

pošto je $T=1\cdot10^{-6}$ s i $C=0{,}5\cdot10^{-9}$ F.

888. $\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}=6{,}28\cdot10^6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

889. Kapacitivnost kondenzatora u kolu je

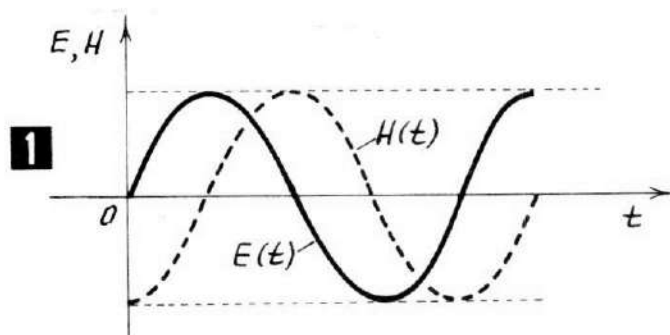
$$C=\frac{1}{\omega^2 L}=\frac{1}{\left(10^6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 50\cdot10^{-6}\ \text{H}}=20\ \text{nC}$$

890. a) $T=2\pi\sqrt{LC}=12{,}6\ \mu$s;
b) $Q=CU^2/2=2\ \mu$J.

891. $N=\frac{\nu_1}{\nu_2}=\sqrt{\mu_r}=300$.

892. Promene $E(t)$ i $H(t)$ su fazno pomerene za $\Delta\varphi=\pi/2$ rad, i to tako da $E(t)$ zakašnjava u odnosu na $H(t)$ za vreme $T/4$ **1**.

1



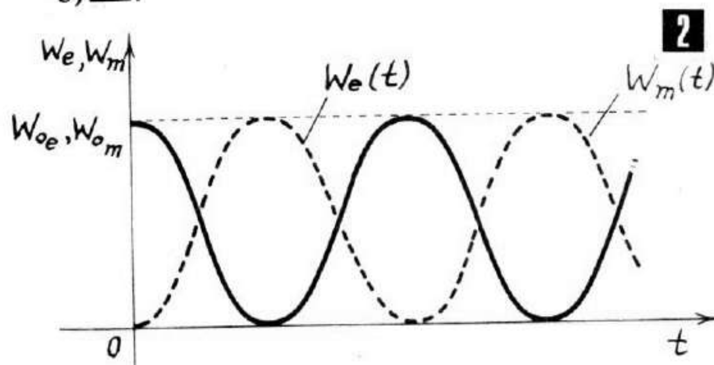
893. a) Maksimalna vrednost ukupne energije u kolu je

$$W_0=W_{0_m}=W_{0_e}$$

tj. $W_0=\frac{CU_0^2}{2}=\frac{LI_0^2}{2}$.

b) **2**.

2



Obe energije su uvek pozitivne, a njihove harmonijske promene imaju jednake amplitude.

894. $\frac{\nu_{max}}{\nu_{min}}=\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}=\sqrt{10}$.

895. Rezonantna frekvencija kola kada je prekidač P u položaju (1) je

$$\nu_1=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC_e}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L\,(C/2)}}=178\ \text{kHz}$$

a kada je prekidač u položaju (2)

$$\nu_2=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{\nu_1}{\sqrt{2}}=125{,}9\ \text{kHz}$$

896. $\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC}}=8{,}2\cdot10^5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$;

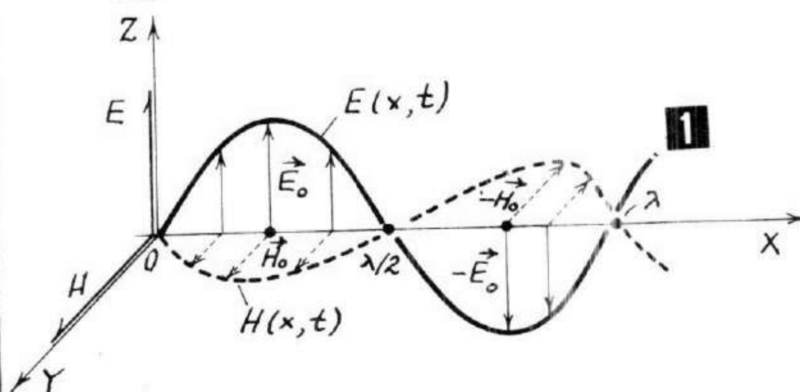
$$\omega_2=\frac{1}{\sqrt{L\,(2C)}}=\frac{\omega_1}{\sqrt{2}}=5{,}8\cdot10^5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

897. $\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

6. ELEKTROMAGNETNO POLJE. ELEKTROMAGNETNI TALASI

898. **1**.

1

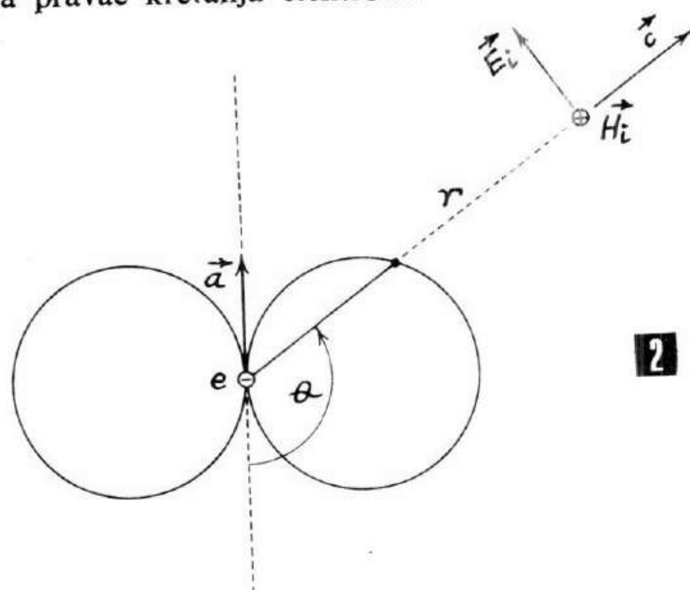


899. **2**. Intenzitet električnog polja $\vec{E_i}$ na udaljenosti r od elektrona koji se kreće ubrzanjem $\vec{a}$ je

$$E_i=\mu\,\frac{ea}{4\pi r}\sin\theta \qquad (1)$$

gde je μ — permeabilnost sredine, a θ — ugao vektora položaja $\vec{r}$ posmatrane tačke u odnosu na pravac kretanja elektrona.

2



Intenzitet magnetnog polja u istoj tački određen je relacijom $\varepsilon E_i^2 = \mu H_i^2$, gde je ε — permitivnost sredine, na osnovu koje je

$$H_i = \frac{E_i}{\sqrt{\mu/\varepsilon}}$$

ili ako je sredina vakuum (što približno važi i za vazduh)

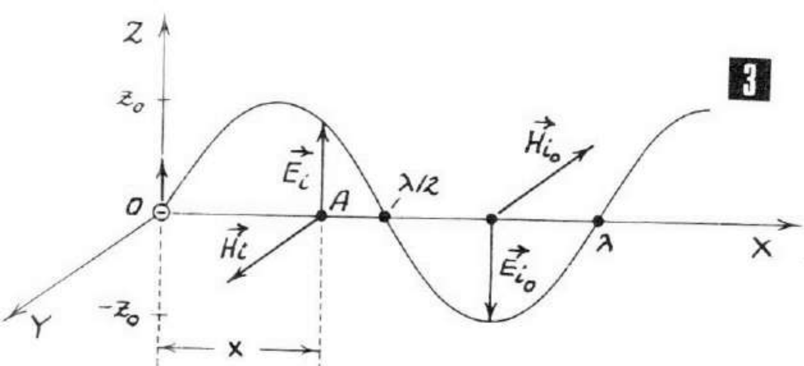
$$H_i = \frac{ea}{4\pi cr} \sin\theta \qquad (2)$$

gde je $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = 3 \cdot 10^8$ m/s — brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu.

Na osnovu relacija (1) i (2) izvodi se zaključak da je intenzitet E_i, tj. H_i najveći za $\theta = 90°$, što znači za tačke koje se nalaze u ravni normalnoj na pravac putanje elektrona u kojoj se on trenutno nalazi. Isto tako, na osnovu istih relacija se izvodi zaključak da je $E_i = 0$ i $H_i = 0$ za $\theta = 180°$, tj. za tačke koje se nalaze na putanji elektrona.

900. **3**

Ako elektron osciluje harmonijski duž Z-ose po zakonu $z = z_0 \cos \omega t$, njegovo ubrzanje će biti $a = z_0 \omega^2 \cos(\omega t + \pi) = a_0 \cos(\omega t + \pi)$, što



znači da će i njegovo elektromagnetno polje da bude harmonijsko.

Ako se za vreme t' određena harmonijska promena električnog i magnetnog polja prenese na rastojanje x duž X-ose, tada je u tački A na tom rastojanju intenzitet električne i magnetne komponente elektromagnetnog polja (zad. 899)

$$E_i = \mu \frac{ea}{4\pi x} \sin\theta =$$

$$= \mu \frac{e z_0 \omega^2 \sin\theta}{4\pi x} \cos[\omega(t - t') + \pi]$$

$$H_i = \frac{ea}{4\pi cx} \sin\theta =$$

$$= \frac{e z_0 \omega^2 \sin\theta}{4\pi cx} \cos[\omega(t - t') + \pi]$$

gde je $t = x/c$.

901. Pošto je kretanje elektrona promenljivo, sa ubrzanjem $\vec{a} = \vec{a_n} + \vec{a_t}$, gde je $\vec{a_n}$ — normalno ubrzanje ($a_n = r\omega^2$), a $\vec{a_t}$ — tangencijalno ubrzanje ($a_t = r\alpha$), on će posedovati elektromagnetno polje. To će da bude i ako je $a_t = 0$, tj. i kada je kretanje elektrona ravnomerno kružno. U slučaju kada je energija elektrona ~0,1 GeV, emitovani elektromagnetni talasi padaju u opseg vidljivog zračenja, usled čega se elektroni u ovakvom stanju nazivaju „svetleći elektroni".

902. Za elektrone na mikroputanjama zaključak iz prethodnog zadatka ne važi. Naime, elektron u sastavu atoma, krećući se oko jezgra, ne emituje elektromagnetne talase. Kada bi se to dešavalo, elektron bi tokom kretanja gubio energiju zračenjem i na kraju pao na jezgro. Međutim, to se ne dešava, osim u nekim veoma retkim slučajevima (tzv. K- ili L-zahvat elektrona od strane jezgra).

903. Jesu, pošto je ta struja neizmenična. Elektroni čije kretanje čini ovu struju kreću se promenljivo, pa samim tim predstavljaju izvore elektromagnetnih talasa. Pošto je frekvencija oscilovanja ovih elektrona veoma niska ($\nu = 50$ Hz), talasna dužina ovih elektromagnetnih talasa je veoma velika ($\lambda = 6 \cdot 10^6$ m).

904. Prilikom udara elektrona o ekran katodne cevi oni se zaustave na veoma kratkom putu, a to znači da je tom prilikom njihovo usporenje veoma veliko. Za to vreme elektroni emituju elektromagnetne talase. U slučaju kada se elektroni ubrzavaju velikim potencijalnim razlikama (~50 kV i više) ovako nastali elektromagnetni talasi nazivaju se zakočno rendgensko zračenje.

905. $$H_i = \frac{E_i}{\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}} = \frac{E_i}{120\pi\,\Omega} = \frac{10 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{V}}{\text{m}}}{377\,\Omega} =$$

$$= 26{,}5^{-9}\,\frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

906. Prilikom uspostavljanja i isključenja strujnog kola, kao i pri svim drugim promenama jačine struje ili njenog smera.

907. Kako je $[E_i] = \text{N/C}$, a $[H_i] = \text{A/m}$, to je

$$[E_i \cdot H_i] = \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

pošto je $\text{A} = \text{C/s}$ i $\text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$.

Fizička priroda ovog proizvoda je, prema tome, snaga po jediničnoj površini.

908. Kako je $[\mu] = \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} = \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$, a $[\varepsilon] = \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$, to je

$$\left[\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\right] = \left[\sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{\frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}}}\right] = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$$

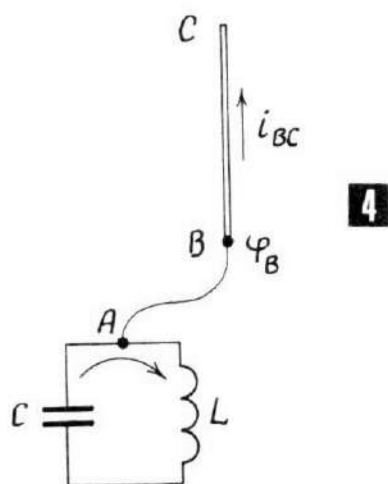
pošto je $\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}}=\frac{\text{J}}{\text{C}}=\text{V}$.

909. $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=120\pi\ \Omega\approx 377\ \Omega$, pošto je

$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A}$, a $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\ \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$.

910. Kroz LC-oscilatorno kolo **4** protiče harmonijska struja $i=I_0\sin\omega t=I_0\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$, gde je I_0 — njena amplituda. Potencijal tačke A na kolu, tj. tačke B na provodniku menja se takođe harmonijski, pa je

$$\varphi_A=\varphi_B=\varphi_0\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$



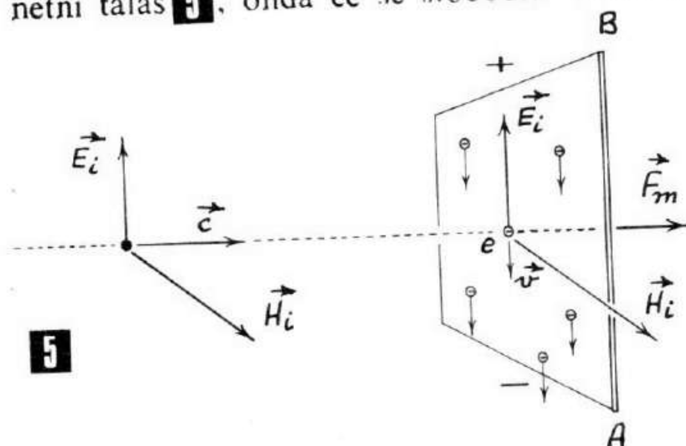
4

Zbog toga će kroz provodnik BC da protiče harmonijska struja

$$i_{BC}=I_{0BC}\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

što znači da slobodni elektroni u ovom provodniku osciluju harmonijski, pa na taj način svaki od njih predstavlja izvor harmonijskog talasa iste frekvencije $(\omega=1/\sqrt{LC})$. Ovakav provodnik se u praksi naziva štap-antena.

911. Ako na provodnik AB naiđe elektromagnetni talas **5**, onda će se slobodni elektroni



5

u površinskom sloju provodnika kretati nadole pod dejstvom električne sile $F_e=eE_i$, jer se nađu u električnom polju elektromagnetnog talasa. Krećući se nadole, oni naruše homogen raspored slobodnih elektrona u provodniku, pa kraj A provodnika postane naelektrisan negativno, a kraj B pozitivno. Ukoliko se jačina električnog polja $\vec{E_i}$ menja harmonijski, onda će se i naelektrisanje krajeva štapa (A i B), odnosno njihova potencijalna razlika φ_{AB}, takođe menjati harmonijski, tj. na isti način na koji se menja $\vec{E_i}$. Ovo znači da provodnik AB predstavlja prijemnu antenu.

Pošto se slobodni elektroni u površinskom sloju provodnika kreću pod dejstvom električnih sila, i to u prisustvu magnetnog polja jačine $\vec{H_i}$, na njih deluje magnetna (Lorencova) sila $\vec{F_m}$, čiji je smer normalan na provodnik AB. Lako se može zaključiti da je rezultujuća sila $\vec{F_m}$ na sve slobodne elektrone u površinskom sloju, u stvari, sila pritiska elektromagnetnog talasa.

912. Videti odgovore na zadatke 904 i 898 odnosno 900.

913. Mehanički talasi nastaju pri deformaciji (promenom njene gustine). Mesto deformacije je izvor mehaničkog talasa. Energija uložena za deformaciju je energija predata supstanciji, i ona je prenosi u okolni prostor (u procesu prenošenja deformacije od jedne čestice supstancije do druge).

Gravitacioni talasi nastaju, analogno, deformacijom gravitacionog polja, a elektromagnetni talasi — istovremenom deformacijom električnog i magnetnog polja.

914. $c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=3\cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

915. a) $I=\langle E_0H_0\rangle=\frac{E_0}{\sqrt{2}}\cdot\frac{H_0}{\sqrt{2}}=$

$=\frac{E_0H_0}{2}=135\ \frac{\text{nW}}{\text{m}^2}$;

b) $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=318{,}3\ \text{MHz}$;

c) $\lambda=\frac{c}{\nu}=0{,}942\ \text{m}$.

916. Pošto je $\lambda=\frac{c}{\nu}=2\pi c\sqrt{LC}$, to je za ovaj slučaj

$$LC=\frac{\lambda^2}{4\pi^2c^2}=6{,}54\cdot 10^{-14}\ \text{s}^2$$

pa ako je, na primer,

$L=10\ \mu\text{H}$, nalazi se da je $C=6{,}54\ \text{nF}$
$=5\ \text{mH}$ „ $=13{,}1\ \text{pF}$
$=1\ \text{mH}$ „ $=65{,}4\ \text{pF}$, itd.

ili

$C = 10\ \text{pF}$ " $= 6{,}54\ \text{mH}$
$= 50\ \text{pF}$ " $= 1{,}31\ \text{mH}$, itd.

917. a) $t_M = \frac{2d_M}{c} = 2{,}53\ \text{s}$;

b) $t_V = \frac{2d_V}{c} = 733\ \text{s} \approx 12{,}2\ \text{min}$.

918. a) $t = \frac{s}{c} = \frac{1}{299\,792\,458}\ \text{s}$;

b) $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta t}{t} \approx \frac{\Delta c}{c} = 4 \cdot 10^{-9}$.

919. $\lambda_{max} = 2\pi c \sqrt{LC_{max}} = 133{,}3\ \text{m}$;

$\lambda_{min} = 2\pi c \sqrt{LC_{min}} = 42{,}2\ \text{m}$.

OPTIKA

1. FOTOMETRIJA

920. Osvetljenosti koje stvaraju ove sijalice na zaklonu su

$$E_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \quad \text{i} \quad E_2 = \frac{I_2}{r_2^2}$$

Pošto je $E_1 = E_2 = E$, onda tražena svetlosna jačina sijalice iznosi

$$I_2 = I_1 \frac{r_2^2}{r_1^2} = 16\ \text{cd}\ \frac{4\ \text{m}^2}{0{,}25\ \text{m}^2} = 256\ \text{cd}$$

921. Da bi osvetljenosti zaklona bile jednake, potrebno je da bude

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2} \quad \text{ili} \quad \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

odakle je

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{10\ \text{cd}}{40\ \text{cd}}} = \frac{1}{2}$$

što znači da slabiji svetlosni izvor treba postaviti, u odnosu na zaklon, na rastojanje koje je dva puta manje od rastojanja jačeg svetlosnog izvora.

922. Ukupni svetlosni fluks iznosi

$$\Phi_0 = 4\pi I = 4 \cdot 3{,}14\ \text{sr} \cdot 200\ \text{cd} \approx 2510\ \text{lm}$$

a osvetljenost površine

$$E = \frac{I}{r^2} = \frac{200\ \text{cd}}{(5\ \text{m})^2} = 8\ \text{lx}$$

923. Iz relacije $E = \frac{I}{r^2}$ dobija se da svetlosna jačina Sunca, kao tačkastog svetlosnog izvora, iznosi $I = r^2E = 2{,}25 \cdot 10^{27}\ \text{cd}$.

924. Osvetljenost knjige je

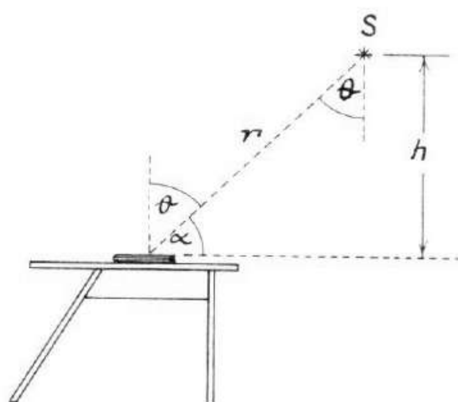
$$E = \frac{I}{r^2} \cos \theta$$

odakle je udaljenost knjige do sijalice (pošto je $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha = 30°$ **1**)

$$r = \sqrt{\frac{I \cos \theta}{E}} = \sqrt{\frac{200\ \text{cd} \cdot 0{,}866}{70\ \text{lx}}} \approx 1{,}6\ \text{m}$$

a tražena visina

$$h = r \cos \theta = 1{,}6\ \text{m} \cdot 0{,}866 = 1{,}4\ \text{m}$$



1

925. Osvetljenost Zemlje je $E_2 = \frac{I}{d_2^2}$, a osvetljenost Marsa $E_1 = \frac{I}{d_1^2}$, pa je njihov odnos

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 1{,}5^2 = 2{,}25$$

Ako je, na primer, osvetljenost Zemlje $E_2 = 100\,000\ \text{lx}$, to znači da je osvetljenost Marsa $E_1 = \frac{E_2}{2{,}25} \approx 44\,400\ \text{lx}$.

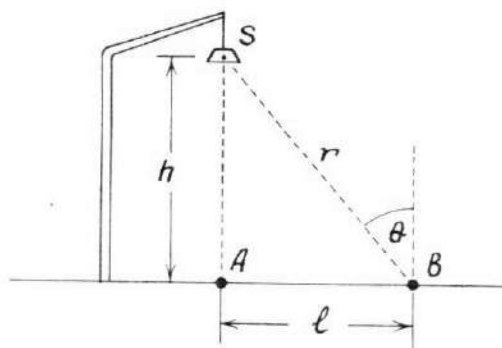
926. Osvetljenost u tački A **2** je

$$E_A = \frac{I}{h^2}$$

a u tački B

$$E_B = \frac{I \cos \theta}{r^2}$$

gde je θ — ugao koji zaklapaju svetlosni zraci sa normalom na površinu koja se osvetljava.



2

Sa slike se vidi da je

$$r=\sqrt{h^2+l^2} \quad \text{i} \quad \cos\theta=\frac{h}{r}$$

pa je na osnovu ovoga

$$E_B=\frac{Ih}{(h^2+l^2)^{3/2}}$$

odnosno

$$\frac{E_A}{E_B}=\frac{(h^2+l^2)^{3/2}}{h^3}$$

odakle se dobija da je

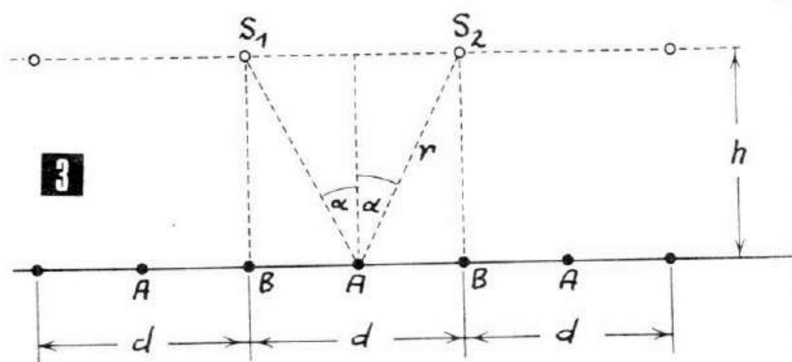
$$l=h\sqrt{\left(\frac{E_A}{E_B}\right)^{2/3}-1}=10\text{ m}\cdot\sqrt{8^{2/3}-1}=17{,}3\text{ m}$$

927. Osvetljenost u tački A biće jednaka zbiru osvetljenosti koje potiču od sijalica S_1 i S_2. Kako su one jednakih svetlosnih jačina, onda je ukupna osvetljenost

$$E=2\frac{I}{r^2}\cos\alpha$$

pod pretpostavkom da se zanemaruje osvetljenost u tački A koja potiče od ostalih sijalica u nizu **3**.

3



Sa slike se vidi da je $r=\dfrac{d}{2\sin\alpha}$, pa se za ukupnu osvetljenost dobija da je

$$E=8\frac{I}{d^2}\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha$$

Da bi se odredila maksimalna osvetljenost u tački A, potrebno je prvi izvod $E(\alpha)$ izjednačiti sa nulom. Iz tog uslova se dobija jednačina

$$\frac{dE}{d\alpha}=8\frac{I}{d^2}\sin\alpha\cdot(3\cos^2\alpha-1)=0$$

Prvo rešenje ove jednačine $\sin\alpha_1=0$ odgovara slučaju kada je razmak između svetiljki $d=0$, što ne predstavlja tehnički realan uslov. Drugo pak rešenje $\cos\alpha_2=\sqrt{1/3}$ odgovara tehnički realnom uslovu. Visina na koju je potrebno postaviti svetiljke da bi se dobila maksimalna osvetljenost u tački A je

$$h_m=r\cos\alpha_2=\frac{d\cos\alpha_2}{2\sqrt{1-\cos^2\alpha_2}}$$

Pošto je $\cos\alpha_2=\sqrt{1/3}$, dobija se najpovoljnija visina za dati uslov

$$h_m=\frac{d}{2\sqrt{2}}$$

a kako je $d=20$ m, to je $h_m=7{,}1$ m.

Primedba: Korisno je naći kolika je maksimalna osvetljenost u tački A i za koliko se ona razlikuje od osvetljenosti u tački B.

$$\left[E_{A\max}=\frac{16}{3\sqrt{3}}\frac{I}{d^2}=3{,}1\frac{I}{d^2};\right.$$

$$\left.E_A-E_B=-5{,}5\frac{I}{d^2}\right]$$

928. Osvetljenost poda je

$$E=\frac{\Phi}{S}$$

Kako je $\Phi=\eta\Phi_0$ — svetlosni fluks koji pada na površinu S poda, tražena osvetljenost je

$$E=\frac{\eta\Phi_0}{S}=\frac{0{,}25\cdot 12\,000\text{ lm}}{72\text{ m}^2}=41{,}7\text{ lx}$$

929. a) $E=\dfrac{\Phi}{S}=\dfrac{500\text{ lm}}{0{,}1\text{ m}^2}=5000\text{ lx}$;

b) Osvetljaj prednje strane ekrana je

$$R_1=\frac{0{,}4\,\Phi}{S}=\frac{0{,}4\cdot 500\text{ lm}}{0{,}1\text{ m}^2}=2000\frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$$

a zadnje strane

$$R_2=\frac{0{,}35\,\Phi}{S}=\frac{0{,}35\cdot 500\text{ lm}}{0{,}1\text{ m}^2}=1750\frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$$

930. Osvetljenost sredine ekrana je

$$E_1=\frac{I}{r^2}=\frac{10\text{ cd}}{(0{,}5\text{ m})^2}=40\text{ lx}$$

a periferije

$$E_2=\frac{Ir}{\left(r^2+\frac{d^2}{4}\right)^{3/2}}=\frac{10\text{ cd}\cdot 0{,}5\text{ m}}{\left[(0{,}5\text{ m})^2+\frac{(0{,}5\text{ m})^2}{4}\right]^{3/2}}=$$

$$=28{,}5\text{ lx}$$

931. Ekspozicija (vreme u toku kojeg pada svetlosni fluks na film) obrnuto je proporcionalna osvetljenosti predmeta, tj.

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{E_1}{E_2}$$

dok su osvetljenosti predmeta

$$E_1=\frac{I}{r_1^2} \quad \text{i} \quad E_2=\frac{I}{r_2^2}$$

Jačina svetlosnog izvora I u oba slučaja je jednaka, jer se koristi ista sijalica, pa je odnos vremena ekspozicije

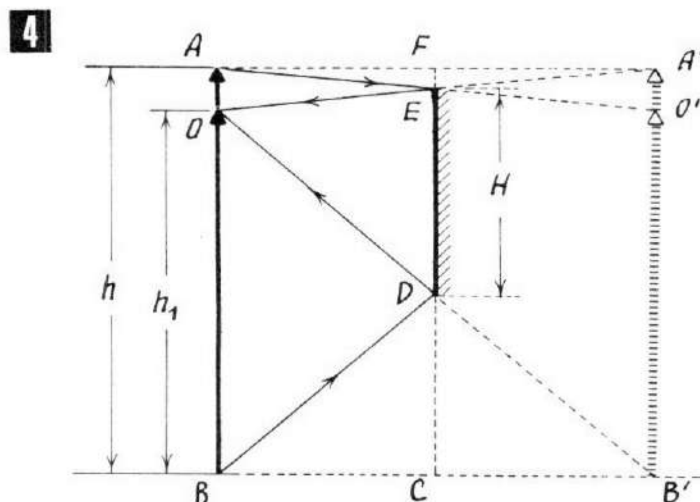
$$\frac{t_2}{t_1}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2=\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2$$

Kako je $l_2=4$ m i $l_1=2$ m, to je $\frac{t_2}{t_1}=4$, što znači da ekspoziciju filma treba povećati 4 puta. Ovo povećanje raste po kvadratnom zakonu. Naime, ako se rastojanje svetlosnog izvora od predmeta poveća, npr., 2, 3, 4, 5,... puta, onda ekspoziciju treba povećati 4, 9, 16, 25,... puta.

2. GEOMETRIJSKA OPTIKA

932. Visina ogledala H i njegov položaj moraju da budu takvi da svetlosni zraci iz krajnjih tačaka A i B, posle refleksije od ogledala, stignu do čovekovih očiju (tačka O) **4**.

4



Na osnovu zakona odbijanja može se zaključiti da je

$$CD=\frac{OB}{2}=\frac{h_1}{2} \quad \text{i} \quad EF=\frac{OA}{2}=\frac{h-h_1}{2} \qquad (1)$$

a sa slike se vidi da je visina ogledala $H=DE=h-CD-EF$, pa je prema relacijama (1)

$$H=\frac{h}{2}=\frac{1{,}72\ \text{m}}{2}=0{,}86\ \text{m}$$

Gornja ivica ogledala E treba da se nalazi na visini

$$CE=h_1+\frac{EF}{2}=\frac{h+h_1}{2}=\frac{1{,}72\ \text{m}+1{,}60\ \text{m}}{2}=1{,}66\ \text{m}$$

933. Imaginarni likovi predmeta S_1 i S_2 **5** nalaze se na istoj udaljenosti od ogledala kao i predmet S, što znači da je

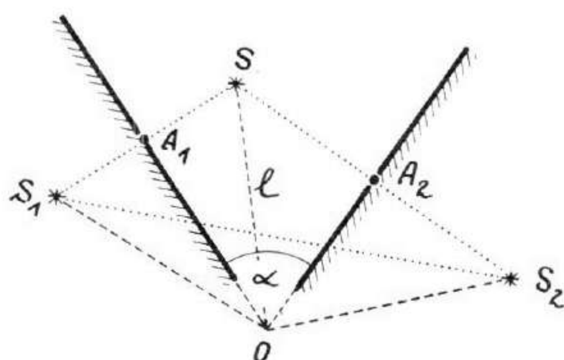
$$SA_1=S_1A_1 \quad \text{i} \quad SA_2=S_2A_2$$

pa su trouglovi OS_1S i OS_2S jednakokraki. Zbog toga je $OS_1=OS=l$ i $OS_2=OS=l$. Na isti način se lako može dokazati da je $\sphericalangle S_1OS_2=2\alpha$ pa je, prema kosinusnoj teoremi, traženo rastojanje

$$x=\sqrt{2l^2(1-\cos 2\alpha)}=2l\sin\alpha$$

a kako je $l=8$ cm i $\alpha=30°$, zamenom se dobija da je $x=8$ cm.

5



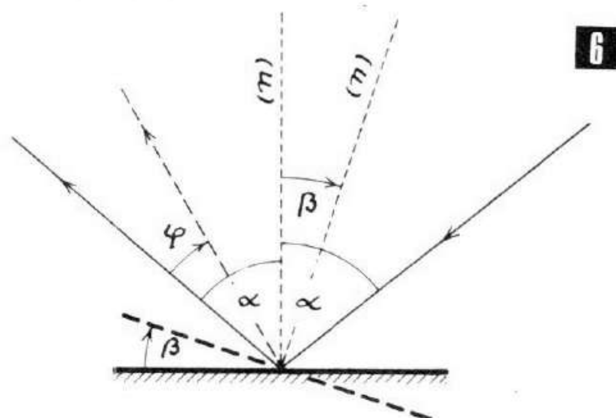
Korisno je zaključiti da ovo rastojanje ne zavisi od udaljenosti predmeta od ogledala (tj. od dužina SA_1 i SA_2) za sve položaje svetlosnog izvora S na jednakoj udaljenosti l.

934. U skladu za oznakama na slici **6** dobija se da je

$$\varphi=\alpha+\alpha+2(\alpha-\beta)=2\beta$$

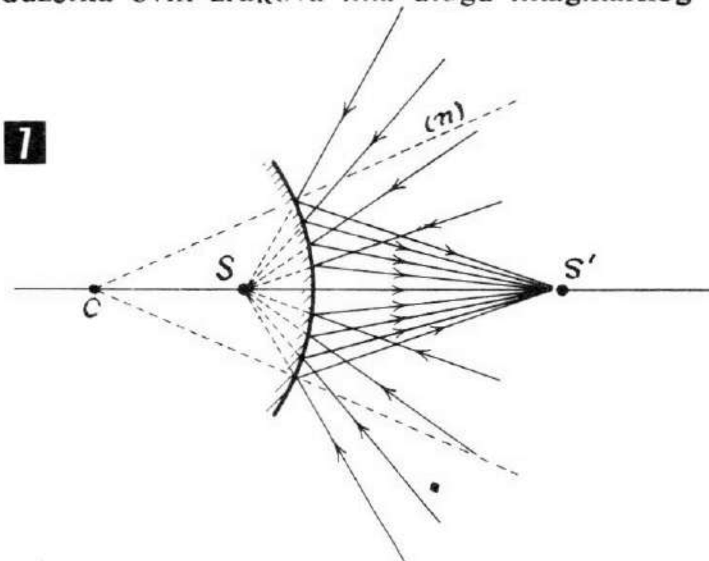
odnosno $\varphi=10°$.

6



935. Svetlosni zraci se odbijaju od sferne površine ogledala po zakonu odbijanja (upadni ugao jednak je odbojnom) i svi se seku u jednoj tački S' **7**. Tačka S — presek produžetka ovih zrakova ima ulogu imaginarnog

7



svetlosnog izvora, pa je jednačina sfernog ogledala za ovaj slučaj

$$-\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=-\frac{1}{f}=-\frac{2}{R}$$

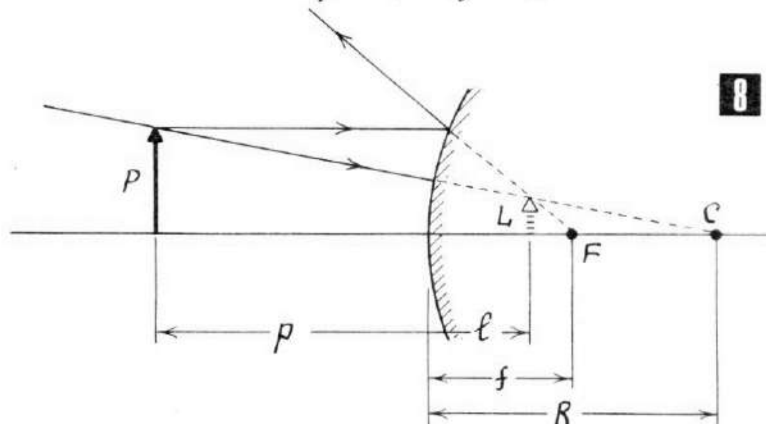
odakle je

$$l=\frac{pR}{R-2p}=\frac{0{,}15\ \mathrm{m}\cdot 0{,}6\ \mathrm{m}}{0{,}6\ \mathrm{m}-0{,}3\ \mathrm{m}}=0{,}3\ \mathrm{m}$$

Tačka preseka S' je realna.

936. Tražena udaljenost lika dobija se iz jednačine sfernog ogledala **8**

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}$$

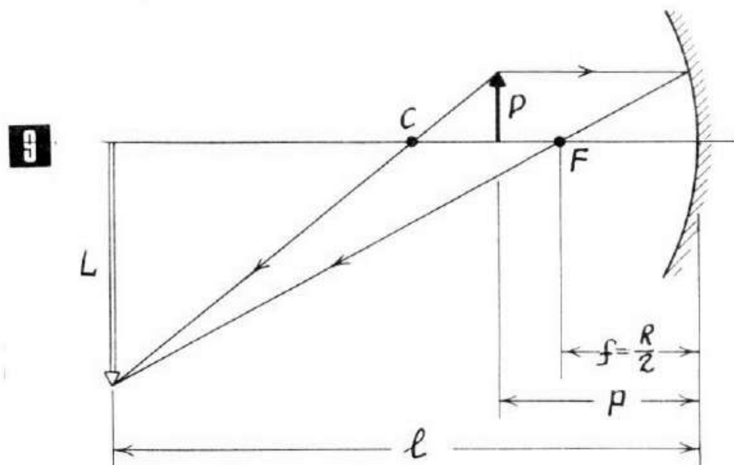


gde udaljenost lika od temena ogledala l treba uzeti kao negativnu, jer je lik imaginaran. Isto tako i žižnu daljinu f, tj. poluprečnik R, treba uzeti kao negativnu jer je sočivo ispupčeno-konveksno. Dakle, za ovaj slučaj je

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{l}=-\frac{1}{f}=-\frac{2}{R}$$

odakle je

$$l=\frac{pR}{p+2R}=\frac{0{,}2\ \mathrm{m}\cdot 0{,}15\ \mathrm{m}}{0{,}2\ \mathrm{m}+2\cdot 0{,}15\ \mathrm{m}}=0{,}06\ \mathrm{m}$$



937. Iz jednačine ogledala

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}$$

gde su sve veličine pozitivne (jer su lik i predmet realni a ogledalo izdubljeno-konkavno **9**) dobija se da udaljenost predmeta iznosi

$$p=\frac{lR}{2l-R}=\frac{0{,}5\ \mathrm{m}\cdot 0{,}3\ \mathrm{m}}{2\cdot 0{,}5\ \mathrm{m}-0{,}3\ \mathrm{m}}=0{,}214\ \mathrm{m}$$

938. U prvom slučaju **10** (sl. *a*) lik predmeta je imaginaran, pa u jednačini ogledala $\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}\right)$ udaljenost l treba uzeti kao negativnu, dok su f i R pozitivni, jer je ogledalo izdubljeno. Dakle, iz jednačine sfernog ogledala

$$\frac{1}{p_1}-\frac{1}{l_1}=\frac{1}{f}$$

dobija se da udaljenost lika iznosi $l_1=f=\frac{R}{2}=15\ \mathrm{cm}$.

U drugom slučaju (sl. *b*) je $l_2=\infty$, jer se predmet nalazi u žiži, dok je u trećem slučaju (sl. *c*) lik realan, pa se iz relacije

$$\frac{1}{p_3}+\frac{1}{l_3}=\frac{1}{f}=\frac{3}{R}$$

dobija da je udaljenost lika $l_3=R=30\ \mathrm{cm}$.

939. Uvećanje sfernog ogledala brojno je jednako količniku daljine lika i daljine predmeta od ogledala, tj.

$$u=\frac{l}{p}$$

Jednačina sfernog ogledala za ovaj slučaj ima oblik

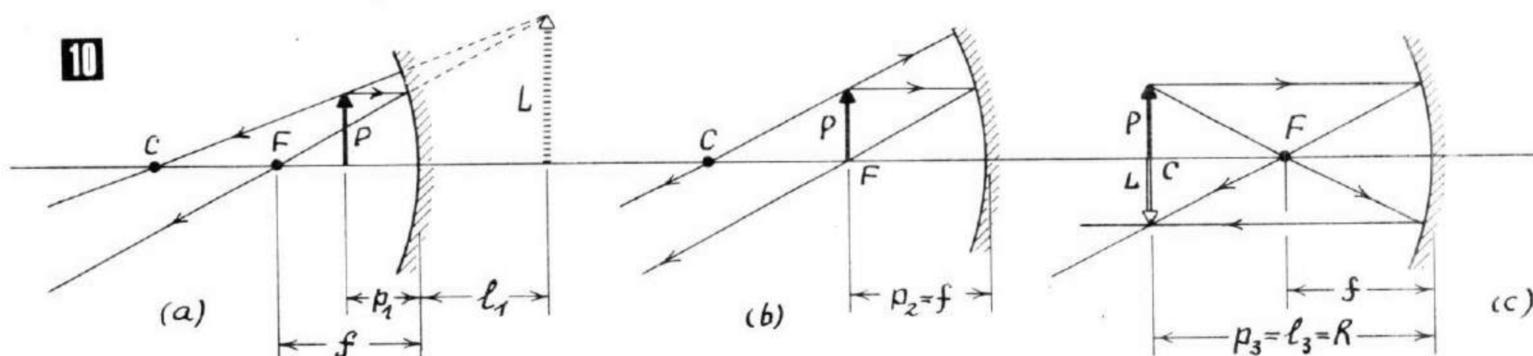
$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$$

odakle je $l=\frac{pf}{p-f}$, pa je traženo uvećanje

$$u=\frac{f}{p-f}\approx 0{,}3$$

940. Iz jednačine sfernih ogledala

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$$



i relacije za uvećanje $u=l/p$ dobija se da je udaljenost predmeta od ogledala

$$p=\frac{u+1}{u}f=\frac{30+1}{30}\cdot 0{,}4\ \text{m}=0{,}413\ \text{m}$$

941. Iz relacije za uvećanje $u=\frac{L}{P}=\frac{l}{p}$ dobija se da je veličina lika

$$L=P\frac{l}{p}$$

gde je l — udaljenost lika (koja je u ovom slučaju negativna, jer je lik imaginaran). Udaljenost l nalazi se iz jednačine sfernih ogledala $\frac{1}{p}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f}$, na osnovu koje je

$$l=\frac{fp}{f-p}$$

pa je

$$L=\frac{fP}{f-p}=\frac{fP}{f-\frac{f}{4}}=\frac{4}{3}P=4\ \text{mm}$$

Kod ispupčenog ogledala je

$$-\frac{1}{f}=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$$

pa se onda na sličan način nalazi da je veličina lika

$$L=\frac{fP}{p+f}=\frac{fP}{\frac{f}{4}+f}=\frac{4P}{5}=2{,}4\ \text{mm}$$

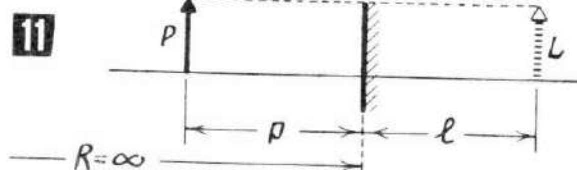
Korisno je da se grafički odrede ovi likovi i da se na taj način dokaže da su likovi u oba slučaja imaginarni.

942. Pošto je kod ravnog ogledala $R=\infty$ **11**, iz jednačine sfernih ogledala

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{2}{R}$$

nalazi se da je $p=-l$.

11



Ovo znači da je udaljenost lika od ravnog ogledala jednaka udaljenosti predmeta od ogledala. Znak minus ukazuje na činjenicu da je lik kod ravnog ogledala imaginaran.

943. Položaj lika se neće promeniti pošto uslovi refleksije ne zavise od sredine. Naime, upadni ugao jednak je odbojnom uglu u svakoj sredini. Potrebno je napomenuti da ovo ne važi za prelamanje svetlosti, tj. za sočiva!

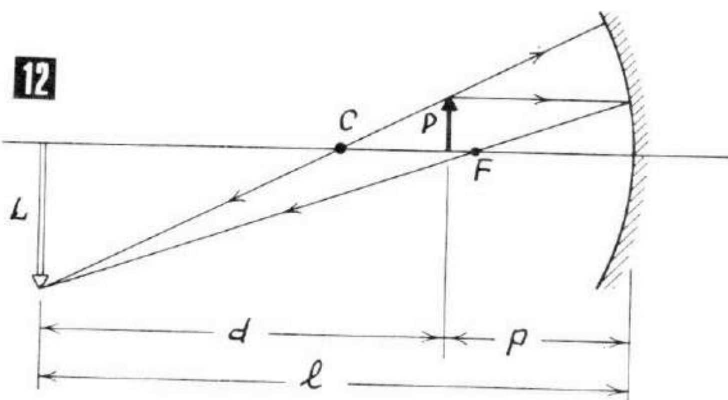
944. Sa slike **12** se vidi da je traženo rastojanje $d=l-p$, a kako je

$$u=\frac{l}{p},\ \text{odnosno}\ l=pu$$

onda je

$$d=p(u-1) \qquad (1)$$

12



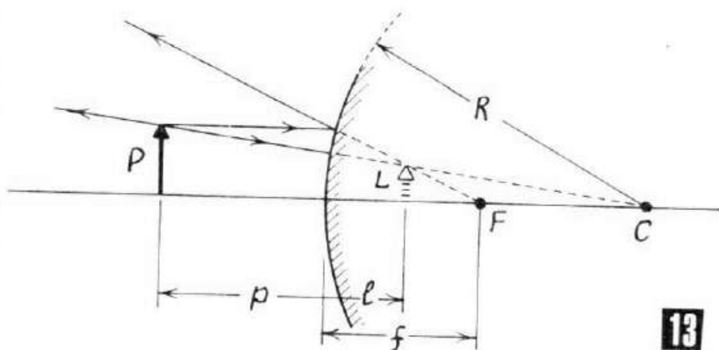
Rastojanje p dobija se iz jednačine sfernih ogledala $\left(\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}\right)$, uzimajući u obzir da je $l=pu$. Dakle,

$$p=\frac{u+1}{u}f$$

pa traženo rastojanje d, prema relaciji (1), iznosi $d=\frac{(u^2-1)}{u}f=20\ \text{cm}$, pošto je $u=3$ i $f=7{,}5\ \text{cm}$.

945. Uvećanje ogledala je $u=\frac{l}{p}$. Udaljenost lika l od ogledala dobija se iz jednačine sfernog ogledala $\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{l}=-\frac{1}{f}\right)$, odakle je **13**

$$l=\frac{pf}{p+f}$$



13

pa je traženo uvećanje

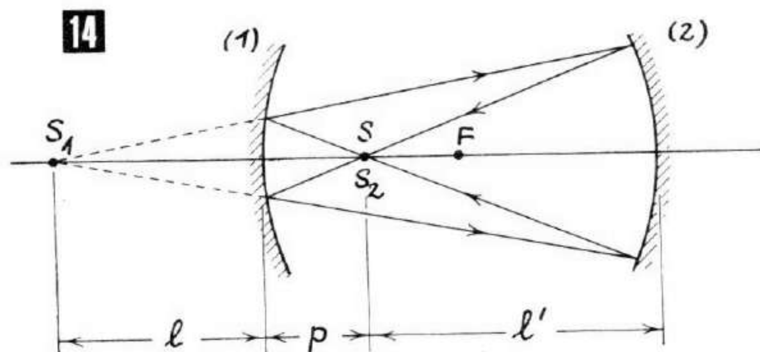
$$u=\frac{f}{p+f}=\frac{f}{\frac{2}{3}f+f}=\frac{3}{5}$$

946. Iz jednačine sfernih ogledala $\frac{1}{p}-\frac{1}{l}=1/f$ može se odrediti rastojanje l imagina-

rnog lika S_1 od prvog ogledala, s obzirom na to da je $p<f$ **14**

$$l=\frac{pf}{f-p}$$

14



Kada bi se usvojio takav položaj svetle tačke da je $p>f$, tada bi njen lik bio realan, a njegov položaj bi se odredio iz jednačine

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$$

Lik S_1 sada je predmet za drugo ogledalo i nalazi se na udaljenosti $p'=2f+l$ od njega. Njegov lik S_2 je realan, pa jednačina drugog ogledala ima oblik

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{2f+l}+\frac{1}{l'}$$

gde je l' — rastojanje definitivnog lika (tj. lika drugog ogledala) od drugog ogledala. Iz ove jednačine se nalazi da je

$$l'=\frac{f(2f+l)}{f+l}$$

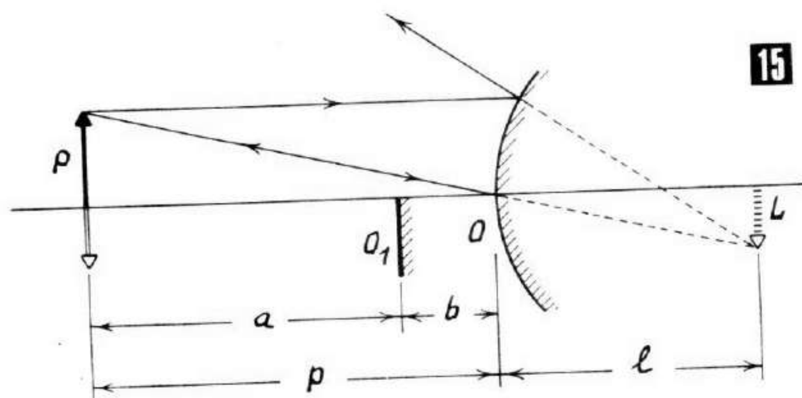
947. Pošto su žižna daljina i lik predmeta kod ispupčenih ogledala imaginarni (nalaze se iza ogledala, tj. u preseku imaginarnih zrakova **15**), jednačina ogledala ima oblik

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{l}=-\frac{1}{f}$$

odakle je žižna daljina

$$f=\frac{pl}{p-l}$$

15



Sa slike se vidi da je $p=a+b=24\text{ cm}+16\text{ cm}=40\text{ cm}$ i da je

$$a=b+l, \quad \text{tj.} \quad l=a-b=8\text{ cm}$$

pa je

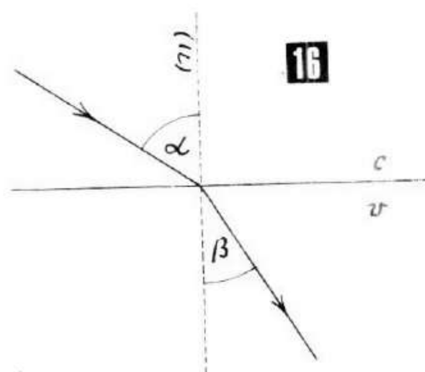
$$f=\frac{40\text{ cm}\cdot 8\text{ cm}}{40\text{ cm}-8\text{ cm}}=10\text{ cm}$$

948. Brzina prostiranja svetlosti u vodi je $v=\frac{c}{n}$, gde je $c=3\cdot 10^8\text{ m/s}$ — brzina prostiranja svetlosti u vazduhu (vakuumu), a $n=1{,}33$ — indeks prelamanja vode u odnosu na vazduh, pa je

$$v=\frac{3\cdot 10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}33}=2{,}25\cdot 10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ili $v=0{,}75c$.

16



Iz zakona prelamanja ($\sin\alpha=n\sin\beta$ **16**) dobija se da je

$$\sin\beta=\frac{\sin\alpha}{n}=\frac{0{,}5}{1{,}33}=0{,}376$$

pa je prelomni ugao $\beta\approx 22°$.

949. $v=c\,\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\approx 2{,}3\cdot 10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

950. $v=\frac{c}{n}=c\,\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=1{,}96\cdot 10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

951. Ako je brzina prostiranja svetlosti u vazduhu c, onda će njena brzina v u vodi da bude $v=\frac{c}{n}$, pa je promena brzine

$$\Delta c=c-v=c\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

odnosno relativna promena

$$\frac{\Delta c}{c}=\left(1-\frac{1}{n}\right)=\left(1-\frac{1}{\frac{4}{3}}\right)=\frac{1}{4}$$

ili

$$\frac{\Delta c}{c}\,100\%=25\%$$

952. Iz zakona prelamanja ($\sin\alpha=n\sin\beta$)

dobija se da je

$$\sin\alpha=\frac{4}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=0,943$$

tj. $\alpha=70°32'$.

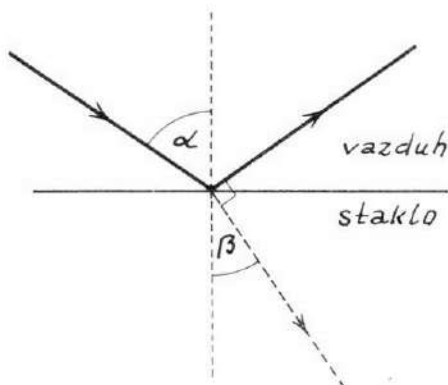
953. Prema zakonu prelamanja je

$$\sin\alpha=n\sin\beta \qquad (1)$$

dok se sa slike **17** vidi da je

$$\alpha+\beta=90° \qquad (2)$$

17



pa se iz relacija (1) i (2) dobija da je

$$\alpha\approx 57° \quad \text{i} \quad \beta\approx 33°$$

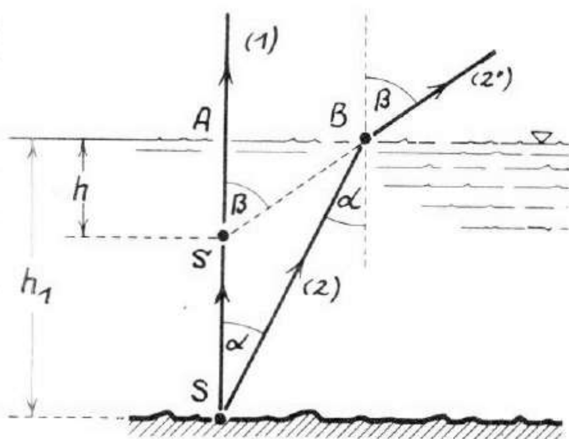
954. Indeks prelamanja vode u odnosu na vazduh iznosi $n_1=1,33$, a leda $n_2=1,31$, pa je indeks prelamanja leda u odnosu na vodu

$$n_{2/1}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{1,31}{1,33}=0,98$$

i vode u odnosu na led

$$n_{1/2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{1}{n_{2/1}}=1,02$$

18



955. Potrebno je uočiti dva svetlosna zraka koji polaze iz tačke S sa dna reke **18**. Zrak (1) pada normalno na graničnu površinu voda—vazduh i prelazi u vazduh ne menjajući svoj pravac. Zrak (2) pada na ovu graničnu površinu pod uglom α, a posle prelamanja njegov pravac zaklapa ugao β prema normali. Prema tome, dečak vidi lik tačke S (tj. tačku S') koji se nalazi u preseku pravaca zrakova (1) i (2'). Sa slike se vidi da je

$$h=\frac{AB}{\operatorname{tg}\beta} \quad \text{i} \quad h_1=\frac{AB}{\operatorname{tg}\alpha}$$

odakle je

$$\frac{h}{h_1}=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} \qquad (1)$$

Ako se gleda odozgo, onda je zbog malih vrednosti uglova α i β

$$\operatorname{tg}\beta\approx\sin\beta \quad \text{i} \quad \operatorname{tg}\alpha\approx\sin\alpha$$

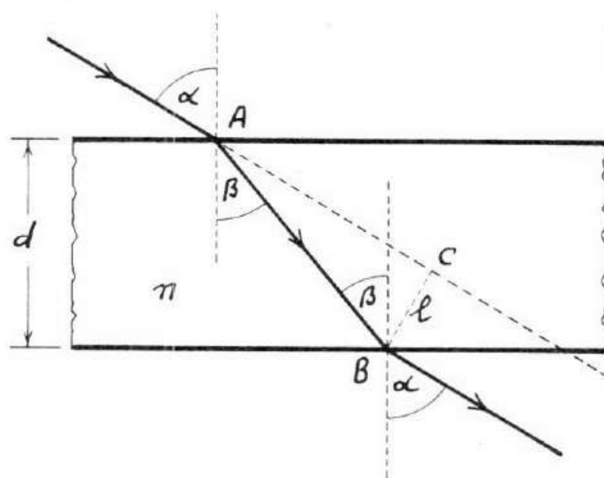
pa se relacija (1) može napisati u obliku

$$\frac{h}{h_1}\approx\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

Kako je $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=n$, to je $h_1=nh=1,33\cdot 2\,\text{m}=$ $=2,66\,\text{m}$.

956. U oba slučaja je izlazni ugao $\varphi=45°$. Na kom mestu će svetlosni zrak da napusti vodu? Dokazati da ugao φ ne zavisi od vrste tečnosti u sudu.

19



957. Iz trougla ABC **19** dobija se da je pomeranje svetlosnog zraka $BC=l=AB\sin(\alpha-\beta)$, gde je $AB=\frac{d}{\cos\beta}$, pa je

$$l=\frac{d}{\cos\beta}\sin(\alpha-\beta)$$

a daljim sređivanjem ove relacije dobija se

$$l=d\left(\sin\alpha-\frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}\cos\alpha\right)$$

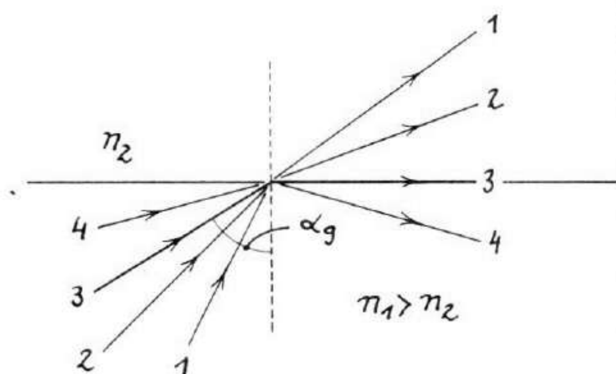
Kako je, na osnovu zakona prelamanja, $\sin\alpha=n\sin\beta$, onda je

$$l=d\sin\alpha\left(1-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)\approx 1,43\text{ mm}$$

958. Granični ugao totalne refleksije je onaj ugao kome odgovara prelomni ugao od 90°. Iz zakona prelamanja ($n_1 \sin\alpha_g = n_2 \sin 90°$ **20**) dobija se da je

$$\sin\alpha_g = \frac{n_2}{n_1}$$

20



Kako je u ovom slučaju $n_1 = n$, $n_2 = 1$, to je

$$\sin\alpha_g = \frac{1}{n} = \frac{1}{2,4} = 0,417$$

odnosno $\alpha_g = 24°\ 38'$.

959. $\sin\alpha_g = \frac{1}{\frac{v_2}{v_1}} = \frac{1}{1,8} = 0,556$; $\alpha_g = 33°\ 45'$.

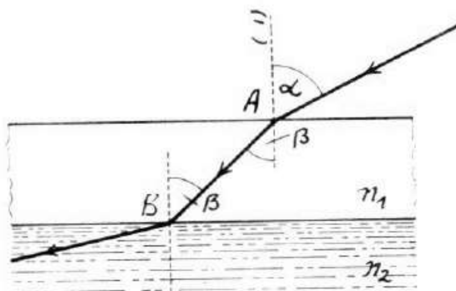
Totalna refleksija na datoj graničnoj površini desiće se onda kada svetlosni zraci pri prelasku iz optički gušće u optički ređu sredinu padaju na tu površinu pod uglom koji je veći od graničnog ugla totalne refleksije α_g.

960. Da bi nastupila totalna refleksija na graničnoj površini između tečnosti i stakla **21**, potrebno je da bude

$$\sin\beta > \frac{n_2}{n_1} \qquad (1)$$

pri čemu treba da je ostvaren uslov $n_1 > n_2$, jer je $\sin\beta < 1$.

21



Iz zakona prelamanja dobija se da je za graničnu površinu vazduh—staklo, tj. za tačku A

$$\sin\alpha = n_1 \sin\beta$$

Kako je maksimalna vrednost upadnog ugla $\alpha = 90°$, to je

$$\sin\beta_{max} = \frac{1}{n_1} \qquad (2)$$

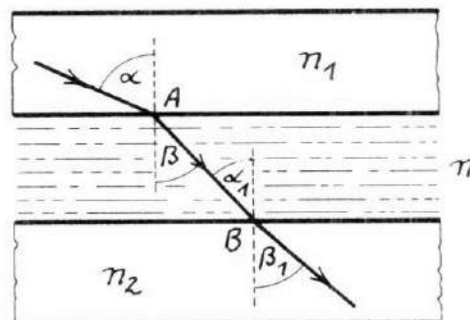
pa se na osnovu relacije (1) može zaključiti da su upadni uglovi zrakova svetlosti na graničnu površinu staklo—voda nedovoljno veliki da bi nastupila totalna refleksija. Naime, iz relacija (1) i (2) dobija se da za $n_2 < 1$ nastupa totalna refleksija, što je nerealno i potvrđuje prethodni zaključak.

961. Iz zakona prelamanja za graničnu površinu staklo—voda (tj. za tačku A **22**) dobija se da je

$$n_1 \sin\alpha = n \sin\beta \qquad (1)$$

a za graničnu površinu voda—staklo (tj. za tačku B)

$$n \sin\alpha_1 = n_2 \sin\beta_1 \qquad (2)$$



22

pa je prema relacijama (1) i (2) zaista

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta_1 \qquad (3)$$

pošto su uglovi β i α_1 jednaki. Znači, planparalelni sloj bilo koje supstancije i indeksa prelamanja neće uticati na uslove prelamanja svetlosti. Naime, ovi uslovi biće isti kao da nema ovog sloja. Izuzetak predstavlja onaj slučaj kada nastane totalna refleksija na prvoj graničnoj površini između stakla i tečnosti. Međutim, tada relacija (3) i nema neki značaj, pošto zraci ne dolaze do treće sredine.

962. a) Granični ugao totalne refleksije za ovaj slučaj iznosi $\alpha_g \approx 40°$, pa zrak svetlosti neće izaći iz stakla.

b) U ovom slučaju je $\alpha_{g1} \approx 59°$, pa će zrak svetlosti izaći iz stakla ($n_v = 4/3$).

963. Tada je upadni ugao $\alpha \approx 90°$, pa se iz relacije $\sin\alpha = n \sin\beta$ dobija da je sinus ugla pod kojim ronilac vidi Sunce (prema normali)

$$\sin\beta = \frac{1}{n} = \frac{3}{4}$$

odakle je $\beta = 48°\ 35'$.

964. Granični ugao totalne refleksije dobija se iz zakona prelamanja

$$n \sin\alpha = \sin\beta$$

Kako je $\beta = 90°$, a $n = \frac{c}{v}$, brzina prostiranja svetlosti u staklu iznosi

$$v = c \sin\alpha_g = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,64 \frac{m}{s} = 1,9 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

965. a) $n_1 = \frac{1}{\sin\alpha_{g1}} = \sqrt{2}$;

b) $\sin\alpha_{g_2}=\frac{n_2}{n_1}=0{,}940$, tj. $\alpha_{g_2}\approx 70°$.

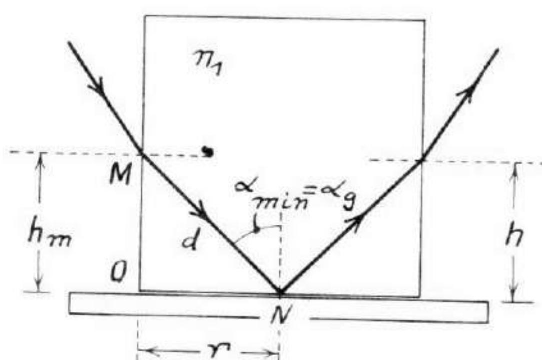
966. Sa slike **23** se vidi da je maksimalna visina h_m određena minimalnim uglom (α_{min}) pod kojim svetlosni zrak (posle prelamanja u tački M) treba da padne u tačku N da bi pri tome bio totalno reflektovan. Ugao α_{min} jednak je graničnom uglu totalne refleksije. Dakle, $\alpha_{min}=\alpha_g$. Iz pravouglog trougla MON dobija se da je

$$\sin\alpha_g=\frac{r}{d}=\frac{r}{\sqrt{r^2+h_m^2}} \qquad (1)$$

dok se sa druge strane, iz uslova za totalnu refleksiju u istoj tački, dobija da je

$$\sin\alpha_g=\frac{n_2}{n_1} \qquad (2)$$

23



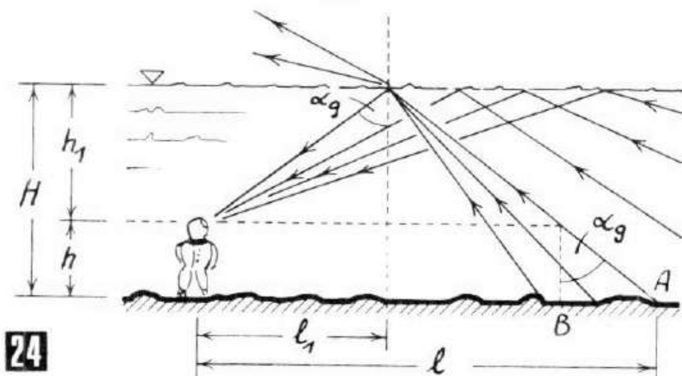
Iz jednačina (1) i (2) nalazi se da je

$$h_m=r\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2-1}=1{,}34\,\text{cm}\cdot\sqrt{\left(\frac{1{,}60}{1{,}31}\right)^2-1}=$$
$$=0{,}94\,\text{cm}$$

Pošto se u tački N (koja se nalazi na osi cilindra) upadni zrak totalno reflektuje, onda će visina h, na kojoj reflektovani zrak izlazi iz cilindra, da bude jednaka maksimalnoj visini h_m. Dakle,

$$h=h_m=0{,}94\,\text{cm}$$

967. Pod ovakvim uslovima ronilac će videti onaj deo dna koji se totalno reflektuje od površine vode. Najbliža vidljiva tačka na dnu jezera biće tačka A **24**



24

Svetlosni zraci koji polaze od ove tačke padaju na površinu vode pod upadnim uglom koji je jednak graničnom uglu totalne refleksije α_g, a posle odbijanja od površine jezera dolaze do očiju ronioca. Jasno je da su vidljivi svi delovi dna koji su dalje od tačke A, tj. na većoj udaljenosti od l.

Sa slike se vidi da je $h_1=\frac{l_1}{\text{tg}\,\alpha_g}$ i

$$l_1=\frac{l}{2}-\frac{AB}{2}=\frac{l}{2}-\frac{h}{2}\,\text{tg}\,\alpha_g \qquad (1)$$

Pošto je $\sin\alpha_g=\frac{1}{n}$, to je $\text{tg}\,\alpha_g=\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$,

pa je prema relaciji (1)

$$h=l\sqrt{n^2-1}-2h_1$$

a kako je $H=h+h_1$, to je (pošto je $n=1{,}33$)

$$h=2H-l\sqrt{n^2-1}=2{,}15\text{ m}$$

968. Iz zakona prelamanja se dobija da je indeks prelamanja vode

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

gde je $\sin\beta=\frac{D}{\sqrt{D^2+h^2}}$, pa je

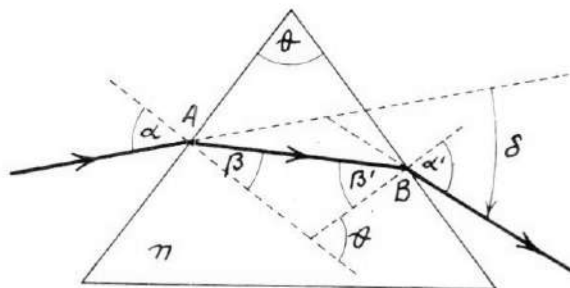
$$n=\frac{1}{D}\sin\alpha\sqrt{D^2+h^2}=1{,}4$$

969. a) Pošto je ugao prizme mali, traženi ugao skretanja može da se odredi iz aproksimativnog obrasca

$$\delta\approx\theta\,(n-1)=10°\,(1{,}6-1)=6°$$

b) $$n=\frac{\sin\dfrac{\delta_{min}+\theta}{2}}{\sin\dfrac{\theta}{2}}\approx 1{,}66.$$

25



970. Ugao skretanja svetlosnog zraka usled prolaska kroz prizmu je **25**

$$\delta=\alpha-\beta+\alpha'-\beta'=\alpha+\alpha'-\theta$$

jer je $\beta+\beta'=\theta$.

Iz zakona prelamanja, za tačku B dobija se da je

$$\sin\alpha'=n\sin\beta'=n\sin(\theta-\beta) \qquad (1)$$

a za tačku A je $n \sin\beta = \sin\alpha$, odakle je

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = 0{,}207, \text{ tj. } \beta \approx 12^\circ$$

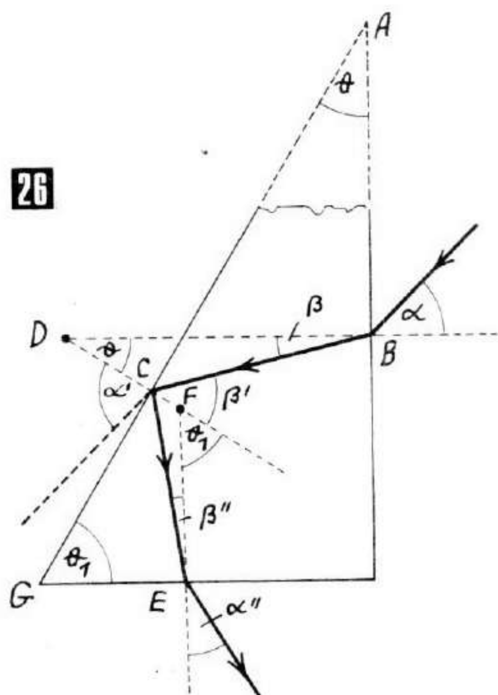
Zamenom ove vrednosti u relaciju (1) dobija se da je $\sin\alpha' = 1{,}65 \cdot \sin(45^\circ - 12^\circ) = 0{,}90$, odnosno $\alpha' \approx 64^\circ$, pa je traženi ugao skretanja

$$\delta = 20^\circ + 64^\circ - 45^\circ = 39^\circ$$

971. Ugao pod kojim svetlosni zrak izlazi iz prizme dobija se iz zakona prelamanja za tačku C **26**

$$\sin\alpha' = n \sin\beta' \qquad (1)$$

26



Kako je $\sphericalangle D = \sphericalangle A = \theta$ (uglovi sa normalnim kracima), onda je

$$\theta + \beta = \beta'$$

jer je β' spoljašnji ugao trougla BCD, pa je

$$\sin\alpha' = n \sin(\beta + \theta)$$

Ugao β može da se odredi iz zakona prelamanja za tačku B ($\sin\alpha = n \sin\beta$), odakle je

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{0{,}707}{1{,}51} = 0{,}47$$

tj. $\beta \approx 28^\circ$.

Traženi ugao α' dobija se na osnovu relacije (1), prema kojoj je sada

$$\sin\alpha' = 1{,}51 \sin(28^\circ + 30^\circ) = 1{,}51 \cdot 0{,}848 = 1{,}28$$

Pošto $\sin\alpha'$ ne može da bude veći od 1, onda na drugoj strani prizme AG neće doći do prelamanja nego do totalne refleksije. Svetlosni zrak će od ove strane prizme da bude totalno reflektovan pod uglom $\beta' = \beta + \theta = 58^\circ$ i na bazu prizme će pasti pod uglom β''.

Sa slike se vidi da je $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta = 60^\circ$ i da je ugao θ_1, kao spoljašnji ugao trougla FCE,

$$\theta_1 = \beta' + \beta''$$

odakle je

$$\beta'' = \theta - \beta' = 60^\circ - 58^\circ = 2^\circ$$

I najzad, ugao α'', pod kojim će svetlosni zrak da napusti prizmu, može se odrediti na osnovu zakona prelamanja za tačku E

$$\sin\alpha'' = n \sin\beta'' = 1{,}51 \cdot 0{,}035 = 0{,}0528$$

pa je $\alpha'' \approx 3^\circ$.

972. Totalna refleksija na drugoj strani optičkog klina desiće se ako je upadni ugao svetlosnog zraka na toj strani jednak ili veći od graničnog ugla totalne refleksije. To znači da je (v. prethodnu sliku) uslov za totalnu refleksiju

$$\beta' \geqslant \beta_g$$

Granični ugao β_g određen je relacijom

$$\sin\beta_g = \frac{1}{n} = \frac{1}{1{,}51} = 0{,}662$$

odakle je $\beta_g = 41^\circ\, 28'$.

Pošto je $\theta + \beta = \beta'$, onda je i $\theta + \beta \geqslant 41^\circ\, 28'$, odnosno $\beta \geqslant 11^\circ\, 28'$, pošto je $\theta = 30^\circ$.

Iz zakona prelamanja dobija se da je

$$\frac{\sin\alpha}{n} = \sin\beta$$

a kako je $\sin\beta \geqslant \sin 11^\circ\, 28'$, to je

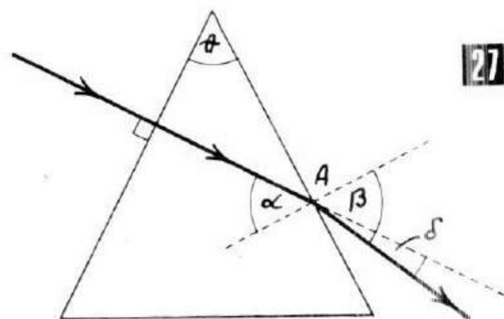
$$\sin\alpha \geqslant n \sin 11^\circ\, 28' = 1{,}51 \cdot 0{,}199 = 0{,}300$$

tj. $\alpha \geqslant 17^\circ\, 28'$.

Za sve upadne uglove koji zadovoljavaju prethodni uslov nastupiće totalna refleksija na strani klina AG (v. zad. 971).

973. Na levoj bočnoj strani prizme ne dolazi do prelamanja, jer je zrak svetlosti normalan na nju **27**. Ovaj zrak svetlosti padne pod uglom α na drugu bočnu stranu. Na osnovu zakona prelamanja (za tačku A) sledi da je

$$n \sin\alpha = \sin\beta \qquad (1)$$



27

Kako je upadni ugao α jednak uglu prizme θ, onda je prema slici izlazni ugao iz prizme

$$\beta = \alpha + \delta = \theta + \delta$$

pa je prema relaciji (1) $n \sin\theta = \sin(\theta+\delta)$, odakle je

$$\sin(\theta+\delta) = 1{,}6 \cdot 0{,}564 = 0{,}902$$

odnosno $\theta+\delta = 64°\,20'$, pa je $\delta = 30°$.

974. a) Ugao skretanja zraka svetlosti δ na graničnoj površini vazduh—tečnost, kao što se vidi sa slike **28**, jeste

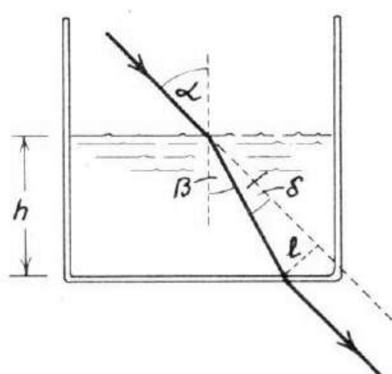
$$\delta = \alpha - \beta$$

Ugao δ može da se odredi na osnovu zakona prelamanja

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1{,}52} = 0{,}465$$

odakle je $\beta \approx 28°$, pa je $\delta = 45° - 28° = 17°$.

28



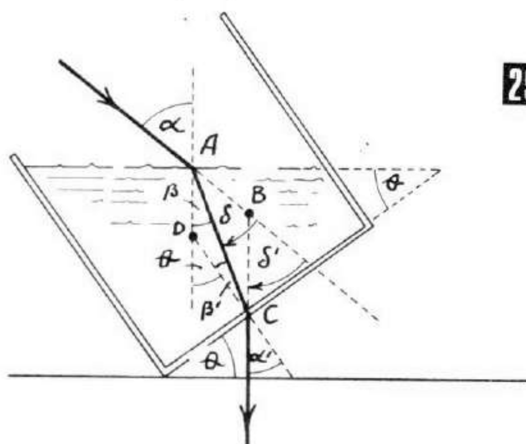
b) Paralelno pomeranje pravca prostiranja svetlosnih zrakova (v. zad. 957) iznosi

$$l = \frac{h}{\cos\beta} \sin\delta = \frac{20 \text{ cm}}{0{,}88} \cdot \sin 17° = 6{,}6 \text{ cm}$$

c) Ako se sud **29** obrće oko jedne svoje ivice, tečnost u sudu će imati oblik prizme. Sa slike se vidi da je traženi ugao između dna suda i horizontalne ravni jednak uglu θ ove prizme. Pošto je $\sphericalangle D = \theta$ (uglovi sa normalnim kracima) i pošto je on spoljašnji ugao trougla ACD, onda je

$$\beta + \beta' = \theta \qquad (1)$$

29



Radi nalaženja ugla β' potrebno je uočiti trougao ABC, iz koga se dobija da je ugao skretanja svetlosnih zrakova (kao spoljašnji ugao ovog trougla)

$$\delta' = \alpha - \beta + \alpha' - \beta' \qquad (2)$$

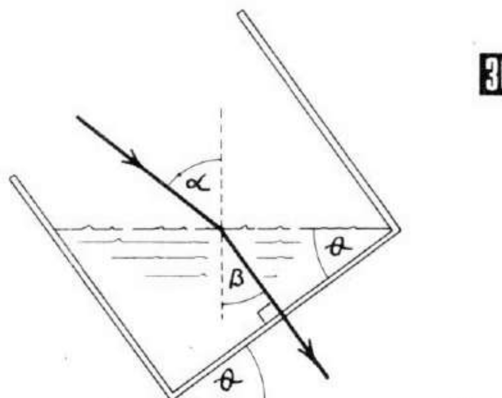
Kako je prema uslovu zadatka $\alpha - \beta = \delta = \delta'$, onda je

$$\alpha' = \beta' \qquad (3)$$

što znači da svetlosni zraci padaju normalno na drugu stranu prizme ne prelamajući se. U tom slučaju je **30**

$$\theta = \beta = 28°$$

30



d) Minimalno skretanje nastaje kada je $\alpha = \alpha'$. Tada je $\beta = \beta'$, pa je prema relaciji (2)

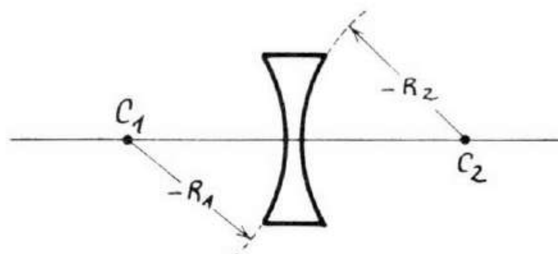
$$\delta_{min} = 2\alpha - 2\beta = 2(\alpha - \beta) = 2\delta$$

tj. $\delta_{min} = 2 \cdot 17° = 34°$, $\theta = 2\beta = 56°$.

975. Žižna daljina tankog sočiva određena je relacijom **31**

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

31



gde je n — indeks prelamanja supstancije od koje je načinjeno sočivo (u odnosu na spoljašnju sredinu), a R_1 i R_2 — poluprečnici krivine sfernih površina sočiva. U ovom slučaju njih je potrebno uzeti kao negativne jer su površine konkavne (udubljene), pa je $\frac{1}{f} = (n-1)\left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, odakle je žižna daljina ovog sočiva

$$f = -\frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)} = -11{,}1 \text{ cm}$$

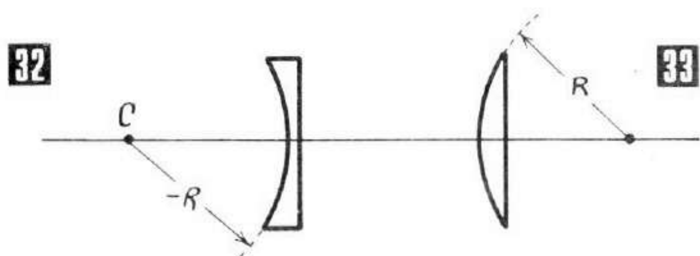
976. Optička moć ovih sočiva je

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

gde je potrebno uzeti da je $R_1 = R$, a $R_2 = \infty$, pošto je poluprečnik krivine ravne površine beskonačno veliki.

U prvom slučaju 32 je poluprečnik krivine negativan (jer je sferna površina sočiva izdubljena), pa je

$$f_1 = -\frac{R}{n-1} = -\frac{20\,\text{cm}}{1{,}60-1} = -33{,}3\,\text{cm}$$



dok je u drugom slučaju 33 poluprečnik krivine pozitivan jer je površina konveksna (ispupčena), pa je

$$f_2 = +\frac{R}{n-1} = +33{,}3\,\text{cm}$$

977. a) Žižna daljina sočiva f u opštem slučaju data je relacijom

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

gde je $n = \frac{n_2}{n_1}$ — relativni indeks prelamanja supstancije od koje je izrađeno sočivo, R_1 i R_2 — poluprečnici sfernih površina sočiva, n_2 — apsolutni indeks prelamanja supstancije od koje je izrađeno sočivo, a n_1 — apsolutni indeks prelamanja spoljašnje sredine.

U prvom slučaju dobija se da je

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad (1)$$

Prema uslovu zadatka, ovo sočivo u vazduhu ima žižnu daljinu f_0, koja je određena relacijom

$$\frac{1}{f_0} = \left(\frac{n}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

gde je $n_0 = 1$ (za vakuum je $n_0 = 1$, što približno važi i za vazduh), pa je

$$\frac{1}{f_0} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad (2)$$

Iz relacija (1) i (2) dobija se da je

$$f_1 = f_0 \frac{n-1}{\frac{n}{n_1} - 1} = 0{,}90\,\text{m}$$

b) Na sličan način se dobija i žižna daljina u drugom slučaju

$$f_2 = f_0 \frac{n-1}{\frac{n}{n_2} - 1} = -1{,}02\,\text{m}$$

Znak (—) ukazuje da se sočivo u ovom slučaju ponaša kao rasipno sočivo.

P r i m e d b a: Potrebno je zapaziti da bi ovo sočivo izgubilo svojstva sočiva kada bi se nalazilo u sredini indeksa prelamanja $n = 1{,}60$ (tada je $f = \infty$).

978. Zaostali vazduh ponaša se kao sočivo, čija se žižna daljina određuje iz relacije

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

gde je $n_1 \approx 1$ — indeks prelamanja supstancije od koje je načinjeno sočivo (u ovom slučaju vazduha), $n_2 = n$ — indeks prelamanja spoljašnje sredine (stakla), dok je $R_1 = R_2 = R$, pa je

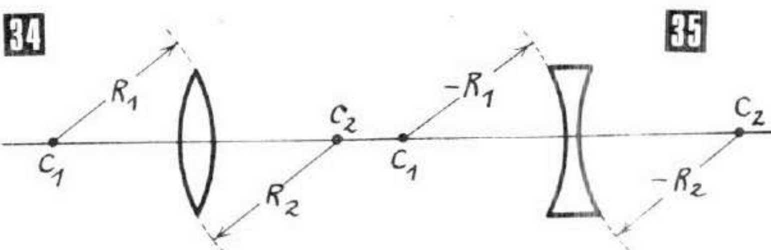
$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{n} - 1\right)\frac{2}{R}$$

odakle je žižna daljina

$$f = \frac{R}{2\left(\frac{1}{n} - 1\right)} = \frac{2\,\text{mm}}{2\left(\frac{1}{1{,}52} - 1\right)} \approx -3\,\text{mm}$$

što znači da se opisani vazdušni prostor ponaša kao rasipno sočivo.

979. a) Moguće je izraditi tri vrste bikonveksnih sočiva 34 čiji su poluprečnici krivina i žižne daljine:



$R_1 = 15$ cm, $R_2 = 15$ cm; $f_1 = 11{,}5$ cm

$R_1 = 30$ cm, $R_2 = 30$ cm; $f_2 = 23$ cm

$R_1 = 15$ cm, $R_2 = 30$ cm, $f_3 = 15{,}4$ cm

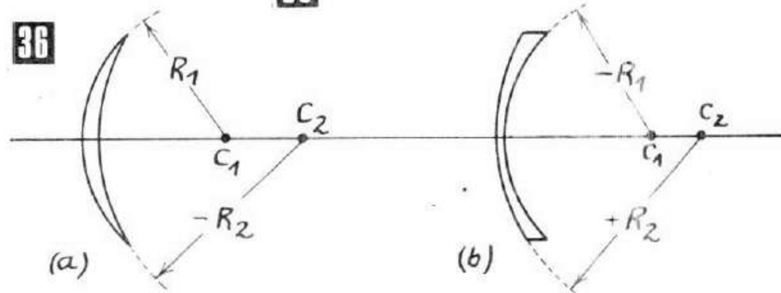
b) Isto tako je moguće načiniti tri bikonkavna sočiva 35 čiji su poluprečnici krivina i žižne daljine:

$R_1 = -15$ cm, $R_2 = -15$ cm; $f_4 = -11{,}5$ cm

$R_1 = -30$ cm, $R_2 = -30$ cm; $f_5 = -23$ cm

$R_1 = -15$ cm, $R_2 = -30$ cm; $f_6 = -15{,}4$ cm

c) Dva konkavno-konveksna sočiva prikazana su na slici 36 Žižna daljina prvog so-



čiva (sl. *a*) određuje se iz relacije

$$\frac{1}{f_1}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

odakle se dobija da je $f_7 \approx 46$ cm.

Za drugo sočivo (sl. *b*) optička moć je

$$\frac{1}{f_8}=(n-1)\left(-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

odakle je $f_8 \approx -46$ cm.

980. Optička moć $\omega=\frac{1}{f}$ dobija se u dioptrijama (D) kada se žižna daljina izrazi u metrima. Dakle,

$$f_1=\frac{1}{\omega_1}=+\frac{1}{2\,\text{D}}=+0{,}5\ \text{m}$$

$$f_2=\frac{1}{\omega_2}=-0{,}4\ \text{m}$$

Znak (+) ukazuje da je sočivo sabirno, a (—) da je ono rasipno.

981. a, b) U opštem slučaju žižna daljina sočiva određuje se iz relacije

$$\frac{1}{f}=\left(\frac{n_1}{n_2}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

gde je $\frac{n_1}{n_2}=n$ — relativni indeks prelamanja supstancije (od koje je načinjeno sočivo) u odnosu na spoljašnju sredinu. U datom slučaju je indeks prelamanja sočiva n_1, a spoljašnje sredine n_2', n_2'', n_2'''.

Kako je u ovom slučaju $R_1=+R$, a $R_2=\infty$, to je žižna daljina ovog sočiva u vazduhu

$$f_1=\frac{R}{n_1-1}=18{,}2\ \text{cm}$$

a u vodi

$$f_2=\frac{R}{\frac{n_1}{n_2'}-1}=61{,}5\ \text{cm}$$

c) Žižna daljina ovog sočiva u sredini čiji je indeks prelamanja isti kao i sočiva (dakle $n=n_2''$) jeste

$$f=\frac{R}{\frac{n_1}{n_2''}-1}=\infty$$

što znači da sočivo gubi svoja osnovna svojstva.

d) U sredini koja ima veći indeks prelamanja nego sočivo žižna daljina sočiva bila bi

$$f=\frac{R}{\frac{n_1}{n_2'''}-1}=-320\ \text{cm}$$

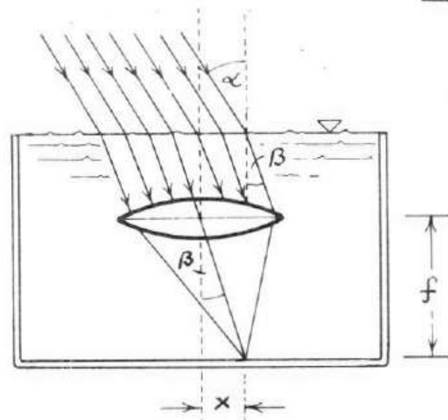
Znak (—) ukazuje da se sabirno sočivo u ovom slučaju ponaša kao rasipno.

982. $$f_1=\frac{(n_1-1)f}{\frac{n_1}{n_2'}-1}=201{,}3\ \text{cm};$$

$$f_2=\frac{(n_1-1)f}{\frac{n_1}{n_2''}-1}=-204\ \text{cm}.$$

983. Pretpostavlja se da na površinu vode pada pod uglom α paralelni snop svetlosti koji se na površini tečnosti prelama **37**.

37



Paralelni snop prelomljenih zrakova, posle prolaska kroz sočivo, skuplja se u nekoj tački njegove žižne ravni, koja se, prema uslovu zadatka, nalazi na dnu suda. Rastojanje x od optičke ose sočiva do presečne tačke svetlosnih zrakova je

$$x=f\,\text{tg}\,\beta \qquad (1)$$

gde je β — prelomni ugao. On se dobija na osnovu zakona prelamanja za graničnu površinu vazduh – voda, koja u ovom slučaju može da se napiše u obliku

$$\sin\alpha=n\sin\beta$$

gde je α — upadni ugao. Odavde je $\sin\beta=\frac{\sin\alpha}{n}$, odnosno $\text{tg}\,\beta=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$, pa je prema relaciji (1)

$$x=f\frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} \qquad (2)$$

Pošto na površinu vode pada difuzna svetlost (koja se prostire u svim pravcima), na dnu suda će se obrazovati svetla kružna površina, prečnika

$$d=2x_{\text{max}}$$

gde je x_{max} — rastojanje x koje odgovara maksimalnom upadnom uglu ($\alpha=90°$). Uvodeći $\alpha=90°$ u relaciju (2) dobija se da je $x_{\text{max}}=\frac{f}{\sqrt{n^2-1}}$, pa je

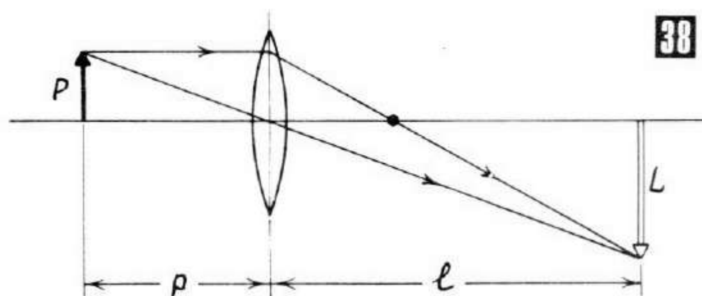
$$d=\frac{2f}{\sqrt{n^2-1}}$$

984. Jednačina sočiva za ovaj slučaj **38** ima oblik $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$. Iz nje se nalazi da je žižna daljina sočiva

$$f=\frac{pl}{p+l}=\frac{p}{2}=15\ \text{cm}$$

jer je $l=p=30$ cm.

38

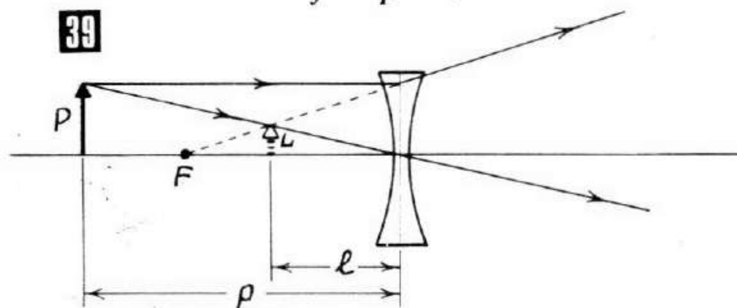


Uvećanje sočiva jednako je $u=\frac{l}{p}=1$, što znači da su predmet P i lik L jednakih veličina.

985. U jednačini sočiva

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$$

39



negativni su žižna daljina f (jer je sočivo rasipno **39**) i udaljenost lika l (jer je lik imaginaran), pa ona u ovom slučaju ima oblik

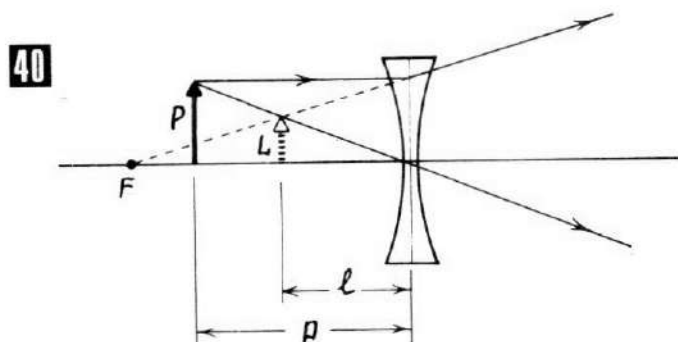
$$-\frac{1}{f}=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$$

odakle je $l=\frac{pf}{p+f}=6{,}7$ cm, dok je veličina lika

$$L=uP=\frac{l}{p}P=1{,}7\ \text{mm}$$

986. I u ovom slučaju **40** je lik imaginaran, pa jednačina sočiva za ovaj slučaj ima oblik

40



$$-\frac{1}{f}=-\omega=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$$

odakle je udaljenost lika $l=\frac{p}{p\omega+1}=4$ cm. Sa slike se vidi da je lik imaginaran.

987. Pošto je uvećanje sočiva $u=\frac{l}{p}$, to je $l=pu$, pa je

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{pu}$$

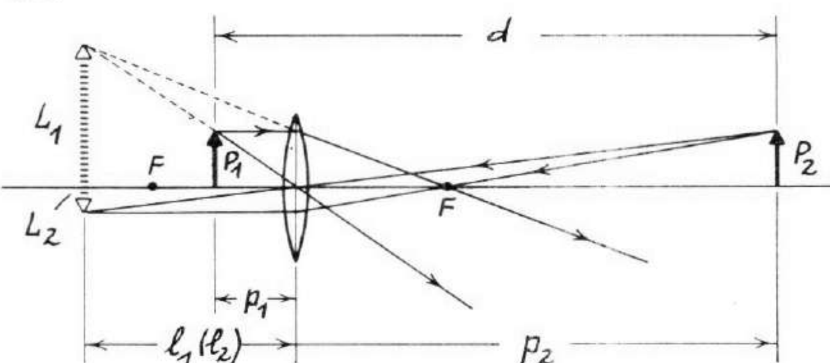
odakle je

$$p=\frac{u+1}{u}f=\frac{100+1}{100}\cdot 50\ \text{cm}=50{,}5\ \text{cm}$$

988. Poklapanje likova moguće je samo u slučaju ako sočivo zauzima takav položaj pri kome se jedan od likova dobija kao imaginaran **41**. Ako se sa p_1 i p_2 označe rastojanja predmeta od sočiva, a sa l_1 i l_2 — rastojanja likova od sočiva, jednačine sočiva za oba slučaja biće

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{p_1}-\frac{1}{l_1}&=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{p_2}+\frac{1}{l_2}&=\frac{1}{f}\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

41



Iz uslova zadatka je $p_1+p_2=d$ i $l_1=l_2$. Rešavanjem sistema jednačina (1) dobija se

$$p_1=\frac{d}{2}\left(1\pm\sqrt{1-\frac{2f}{d}}\right)$$

Zamenom datih vrednosti dobija se da je $p_1'=18$ cm i $p_1''=6$ cm. Kako je $p_2=d-p_1$, dobija se $p_2'=6$ cm i $p_2''=18$ cm, što znači da sočivo treba postaviti tako da se nalazi na rastojanju 6 cm od prvog i 18 cm od drugog predmeta. Isto će se dobiti i za inverzne vrednosti rastojanja. Prva rastojanja odgovaraju položaju sočiva I, a druga — položaju sočiva II.

989. Pošto je $p=\frac{l}{u}$, onda je iz jednačine

sočiva

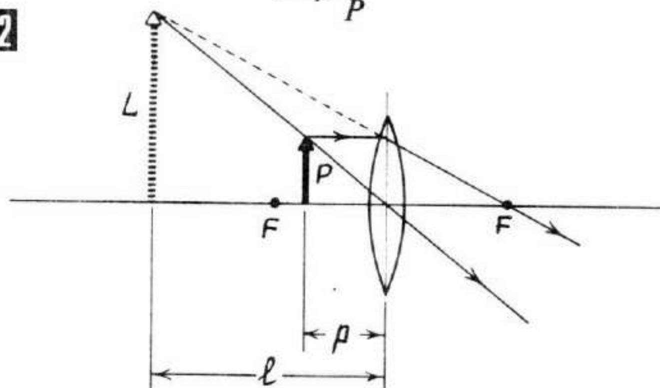
$$f=\frac{pl}{p+l}=\frac{l}{u+1}=40\text{ cm}$$

jer je $l=d$.

990. Po definiciji je $u=\frac{L}{P}=\frac{l}{p}$, odnosno

$$l=p\frac{L}{P}$$

42



pa se zamenom u jednačinu sočiva $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$ (s obzirom na to da je l negativna veličina, pošto je lik imaginaran **42**) dobija da je

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}-\frac{P}{pL}$$

odakle je

$$L=\frac{fP}{f-p}=\frac{fP}{f-\frac{f}{4}}=\frac{4}{3}P=\frac{4}{3}\text{cm}$$

991. Pošto se u oba položaja sočiva dobijaju realni likovi **43**, to su jednačine sočiva za oba slučaja

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{l_1} \quad \text{i} \quad \frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{l_2}$$

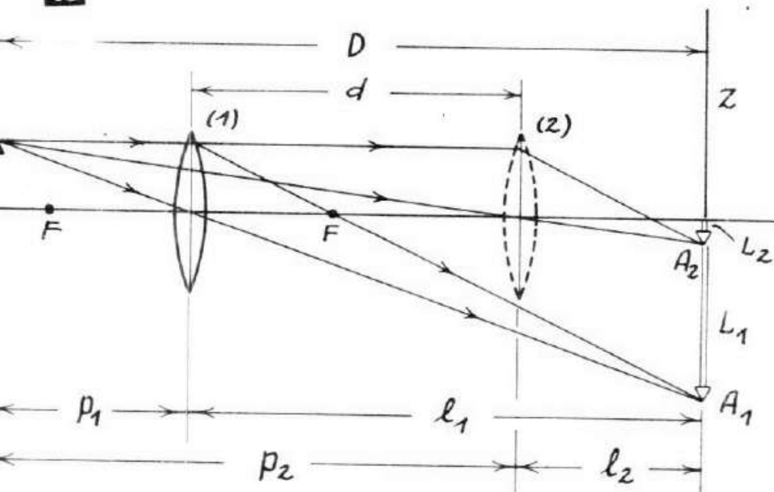
odakle se dobija da je žižna daljina sočiva

$$f=\frac{p_1 l_1}{p_1+l_1}=\frac{p_2 l_2}{p_2+l_2} \qquad (1)$$

Sa slike se vidi da je

$$p_1+l_1=p_2+l_2=D \qquad (2)$$

43



pa iz relacije (1) sledi da je

$$p_1 l_1=p_2 l_2 \qquad (3)$$

Na osnovu relacija (2) i (3) nalazi se da je

$$p_1=l_2 \quad \text{i} \quad p_2=l_1 \qquad (4)$$

Prema izloženom i prema slici je $p_1+l_2=2p_1=D-d$, tj.

$$\left.\begin{aligned} p_1=l_2=\frac{D-d}{2} \\ p_2=l_1=\frac{D+d}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

pa je prema relaciji (1)

$$f=\frac{(D-d)(D+d)}{4\left(\frac{D-d}{2}+\frac{D+d}{2}\right)}=\frac{D^2-d^2}{4D} \qquad (6)$$

Uvećanje sočiva je

$$u=\frac{l}{p}=\frac{L}{P}$$

pa je veličina likova $L_1=P\frac{l_1}{p_1}$ i $L_2=P\frac{l_2}{p_2}$, a traženi odnos

$$K=\frac{L_2}{L_1}=\frac{l_2 p_1}{l_1 p_2}=\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2$$

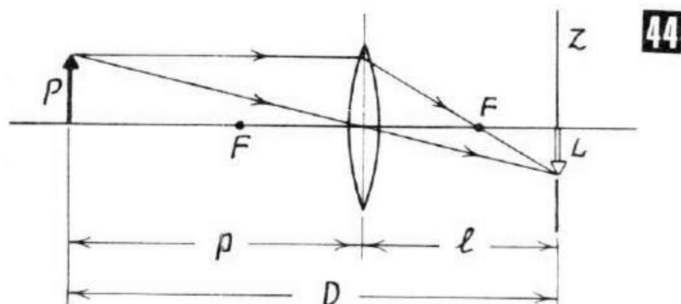
a kako su l_1 i l_2 određeni relacijama (5), to je

$$K=\left(\frac{D-d}{D+d}\right)^2$$

992. Pošto je prema uslovu zadatka **44**

$$l+p=D, \text{ odnosno } p=D-l$$

44



jednačina sočiva ima oblik $\frac{1}{f}=\frac{1}{D-l}+\frac{1}{l}$, odakle je

$$l^2-lD+fD=0$$

Rešavanjem ove kvadratne jednačine dobija se da su tražene udaljenosti likova od zaklona

$$l_1=\frac{1}{2}\left(D+\sqrt{D^2-4fD}\right)=0{,}9\text{ m}$$

$$l_2=\frac{1}{2}\left(D-\sqrt{D^2-4fD}\right)=0{,}1\text{ m}$$

Odgovarajuća uvećanja su:

$$u_1=\frac{l_1}{p_1}=\frac{l_1}{D-l_1}=9$$

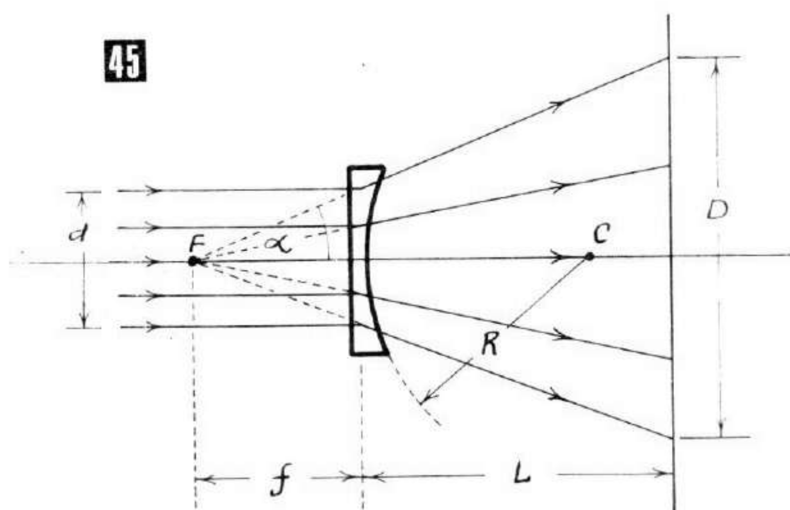
$$u_2=\frac{l_2}{p_2}=\frac{l_2}{D-l_2}=\frac{1}{9}$$

Ovo znači da je u prvom položaju sočiva lik uvećan, a u drugom je umanjen.

993. Indeks prelamanja može se naći iz relacije za optičku moć sočiva

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

45



Kako je u ovom slučaju **45** žižna daljina negativna a $R_2=\infty$, $R_1=-R$, iz prethodne relacije se dobija da je

$$n=\frac{R_1}{f}+1 \qquad (1)$$

Sa slike se vidi da je

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\frac{d}{2}}{f}=\frac{\frac{D-d}{2}}{L}$$

pa je

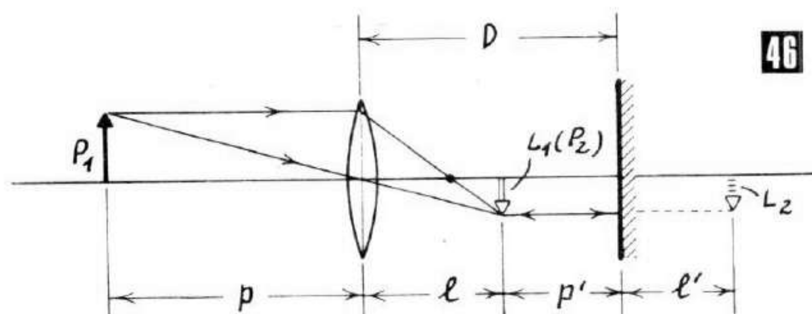
$$f=\frac{dL}{D-d}$$

Smenom ovog rezultata u jednačinu (1) dobija se da je indeks prelamanja supstancije od koje je načinjeno sočivo

$$n=1+\frac{D-d}{dL}R_1=1{,}7$$

994. Udaljenost lika L_1 **46** od sočiva na-

46



lazi se iz jednačine sočiva prema kojoj je

$$l=\frac{pf}{p-f}=15\text{ cm}$$

a od ravnog ogledala $p'=d-l=30\text{ cm}-15\text{ cm}=15\text{ cm}$.

Lik L_1 je predmet P_2 za ravno ogledalo. Imaginaran lik L_2 ravnog ogledala se nalazi na rastojanju

$$l'=p'=15\text{ cm}$$

od ravnog ogledala.

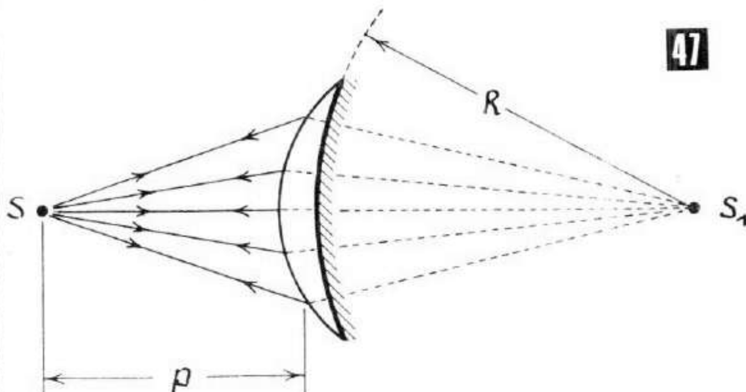
995. Da bi se predmet i njegov lik poklapali **47**, potrebno je da zraci posle odbijanja na posrebrenom sloju imaju suprotan smer. Jasno je da će to biti moguće samo ako zraci padnu normalno na reflektujući sloj. Takvi zraci bi se sekli u odsustvu posrebrenog sloja u centru krivine konkavne površine sočiva, tj. na rastojanju R od sočiva. Na istom mestu S obrazovao bi se lik izvora postavljenog u tački S_1 i kada na sočivu ne bi postojao reflektujući sloj. U tom slučaju je za sočivo

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{R}$$

odakle je rastojanje svetlosnog izvora

$$p=\frac{Rf}{R-f}=24\text{ cm}$$

47



996. Da bi se dobila žižna daljina sočiva, koristiće se jednačine sočiva i ogledala, već prema tome koji od delova ovog sistema učestvuje u obrazovanju lika datog predmeta.

Položaj lika koji daje ogledalo nezaklonjeno sočivom određen je jednačinom

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l_1}=\frac{1}{f_0} \qquad (1)$$

gde je p — rastojanje predmeta od ogledala, a f_0 — žižna daljina ogledala.

Lik predmeta koji bi obrazovao sočivo kada ne bi bilo ogledala nalazio bi se na rastojanju l', koje je određeno jednačinom

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l'}=\frac{1}{f} \qquad (2)$$

gde je f — žižna daljina sočiva. Ovaj lik pred-

stavlja imaginarni predmet za sferno ogledalo, pa je

$$-\frac{1}{l'}+\frac{1}{l''}=\frac{1}{f_0} \qquad (3)$$

Najzad, lik dobijen u ogledalu (koji se nalazi na rastojanju l'' od ogledala) predstavlja imaginaran predmet za sočivo, pa je

$$-\frac{1}{l''}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{f} \qquad (4)$$

Eliminisanjem p iz jednačina (1) i (2) dobija se da je

$$\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l'}=\frac{1}{f_0}-\frac{1}{f}$$

a isto tako se eliminisanjem l'' iz jednačina (3) i (4) dobija

$$-\frac{1}{l'}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{f_0}+\frac{1}{f}$$

pa se iz dve poslednje jednačine nalazi da je

$$\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l_2}=-\frac{2}{f}$$

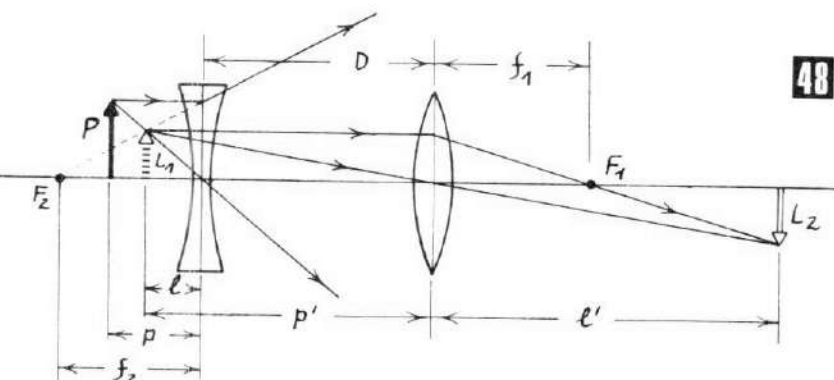
odakle je žižna daljina sočiva

$$f=\frac{2l_1l_2}{l_1-l_2}=0{,}25 \text{ m}$$

997. Imaginaran lik koji obrazuje rasipno sočivo nalaziće se na rastojanju l **48**, koje je određeno jednačinom sočiva

$$-\frac{1}{f_2}=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$$

odakle je $l=\dfrac{pf_2}{p+f_2}$.



Ovaj lik predstavlja predmet za sabirno sočivo. Lik koji daje ovo sočivo je realan i nalazi se na rastojanju

$$l'=\frac{p'f_1}{p'-f_1}=\frac{(D+l)f_1}{D+l-f_1}=0{,}52 \text{ m}$$

od sabirnog sočiva. Definitivan lik je realan i uvećan.

998. Ekvivalentna žižna daljina je

$$f_e=\frac{f_1f_2}{f_1+f_2} \qquad (1)$$

gde su $f_1=-\dfrac{R_1}{n_1-1}$ i $f_2=-\dfrac{R_2}{n_2-1}$ — žižne daljine rasipnih sočiva. Zamenom u relaciju (1) nalazi se da je

$$f_e=\frac{-R_1R_2}{R_1(n_2-1)+R_2(n_1-1)}=-17{,}5 \text{ cm}$$

999. Ekvivalentna optička moć ovakvog sistema sočiva je $\omega_e=\omega_1+\omega_2$, odnosno

$$\frac{1}{f_e}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

gde su $f_1=0{,}15$ m i $f_2=\dfrac{1}{\omega_2}=\dfrac{1}{10}$ m$=0{,}1$ m — žižne daljine sočiva koje čine ovaj sistem, pa je

$$f_e=\frac{f_1f_2}{f_1+f_2}=0{,}06 \text{ m}$$

odnosno $\omega_e=\dfrac{1}{f_e}=\dfrac{1}{0{,}06 \text{ m}}=16{,}7$ D

1000. Iz relacije $\dfrac{1}{f_e}=\dfrac{1}{f_1}+\dfrac{1}{f_2}$, gde je $f_1=-0{,}25$ m i $f_2=\dfrac{R}{n-1}$, dobija se da je

$$R=(n-1)\frac{f_ef_1}{f_1-f_e}=3{,}7 \text{ cm}$$

1001. a) Ekvivalentna žižna daljina ovog sistema sočiva je

$$f_e=\frac{f_1f_2}{f_1+f_2}=\frac{f}{2}=0{,}225 \text{ m}$$

b) Pošto ovaj sistem sočiva treba da se ponaša kao rasipno sočivo žižne daljine $f_e'=30$ cm, to je $-\dfrac{1}{f_e'}=\dfrac{1}{f_e}+\dfrac{1}{f_x}$, odakle je

$$f_x=-\frac{f_e'f_e}{f_e'+f_e}\approx-13 \text{ cm}$$

Optička moć ovog sočiva je

$$\omega_x=\frac{1}{f_x}=-\frac{1}{0{,}13 \text{ m}}=-7{,}7 \text{ D}$$

1002. Ekvivalentna optička moć je $\omega_e=\omega_1+\omega_2=10 \text{ D}-6 \text{ D}=4$ D, a žižna daljina

$$f_e=\frac{1}{\omega_e}=\frac{1}{4} \text{ m}=0{,}25 \text{ m}$$

Rezultat ukazuje da se ovakvo sočivo ponaša kao sabirno.

1003. Na osnovu relacije $\frac{1}{f_e}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{f_2}$ (gde je f_1 — žižna daljina sabirnog, a f_2 — rasipnog sočiva) dolazi se do zaključka da će se kombinovano sočivo ponašati kao sabirno ako je $f_e>0$, tj. kada je

$$\frac{1}{f_1}>\frac{1}{f_2},\ \text{odnosno}\ f_2>f_1$$

Ovo znači da žižna daljina rasipnog sočiva treba da bude veća od žižne daljine sabirnog sočiva.

1004. Ekvivalentna optička moć je $\omega_e'=\omega_1+\omega_2'$, odakle je

$$\omega_2'=\omega_e'-\omega_1=1\,\mathrm{D}-2\,\mathrm{D}=-1\,\mathrm{D}$$

što znači da drugo sočivo treba da bude rasipno sočivo žižne daljine $f_2'=1$ m.

U drugom slučaju je analogno

$$\omega_2''=\omega_e''-\omega_1=-1\,\mathrm{D}-2\,\mathrm{D}=-3\,\mathrm{D}$$

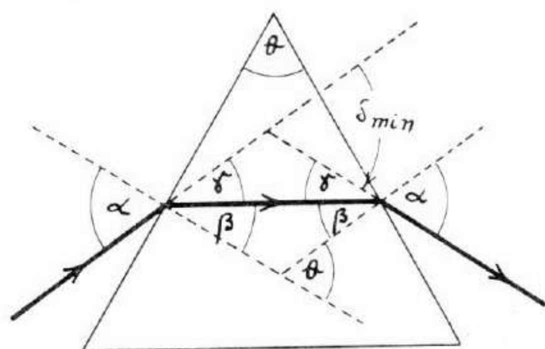
To znači da i drugo sočivo treba da je rasipno, žižne daljine $f_2=0{,}33$ m.

Kako bi se ponašalo kombinovano sočivo da je $\omega_2=-2$ D?

1005. a) Indeks prelamanja prizme je

$$n=\frac{\sin\frac{\delta_{\min}+\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\approx 1{,}41$$

Sa slike 49 se vidi da je $\delta_{\min}=2\alpha-\theta=30°$.



49

b) Lik predmeta nalaziće se na rastojanju

$$l=\frac{pf}{p-f}$$

gde je $f=\frac{R}{(n-1)}=0{,}61$ m, pa se zamenom dobija da je

$$l=\frac{1\,\mathrm{m}\cdot 0{,}61\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{m}-0{,}61\,\mathrm{m}}=1{,}56\,\mathrm{m}$$

Lik će biti realan, a njegova veličina biće

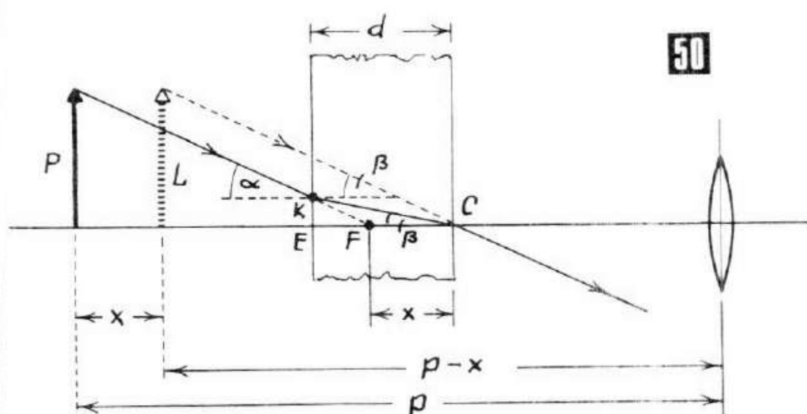
$$L=P\frac{l}{p}=0{,}1\,\mathrm{m}\frac{1{,}56\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{m}}=0{,}156\,\mathrm{m}$$

c) Kada se između predmeta i sočiva postavi PP-ploča, onda bi, kao što se vidi sa slike 50, ista situacija nastala kada bi se ova ploča uklonila a predmet pomerio ka sočivu za x. Sa slike se vidi da je

$$\left.\begin{aligned} x&=EC-EF\\ EK&=EF\,\mathrm{tg}\,\alpha\\ EK&=EC\,\mathrm{tg}\,\beta\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

odakle je

$$\frac{EF}{EC}=\frac{\mathrm{tg}\,\beta}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$



50

U slučaju malih upadnih uglova je

$$\mathrm{tg}\,\alpha\approx\sin\alpha\quad \text{i}\quad \mathrm{tg}\,\beta\approx\sin\beta$$

pa je

$$EF=EC\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=EC\cdot\frac{1}{n}=\frac{d}{n}$$

Zamenom ovog rezultata u relaciju (1) dobija se da je

$$x=d\frac{n-1}{n}=5{,}9\,\mathrm{cm}$$

Prema tome, lik predmeta nalaziće se na rastojanju

$$l'=\frac{p'f}{p'-f}=\frac{(p-x)f}{p-x-f}\approx 174\,\mathrm{cm}$$

U odnosu na prethodni slučaj lik će da bude pomeren udesno za

$$\Delta l=l'-l=18\,\mathrm{cm}$$

1006. Kada nema sočiva, osvetljenost sredine svetlog polja ekrana B je

$$E_1=\frac{I}{(f+d)^2}$$

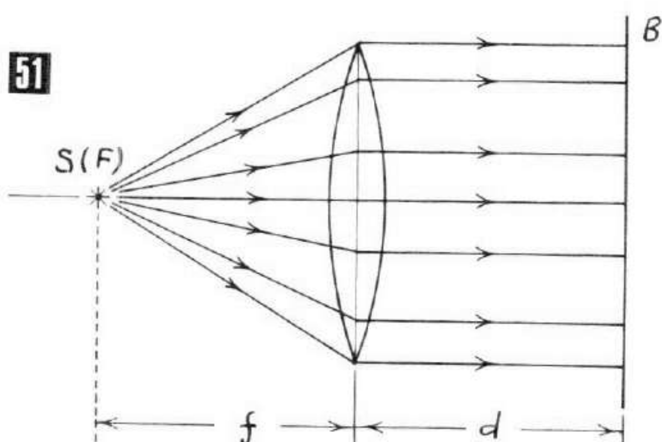
Pošto se svetlosni zraci posle prelamanja na sočivu prostiru paralelno sa glavnom optičkom osom 51, osvetljenost ekrana biće ista kao i osvetljenost površine sočiva. Dakle,

$$E_2=\frac{I}{f^2}$$

Odnos ovih osvetljenosti je

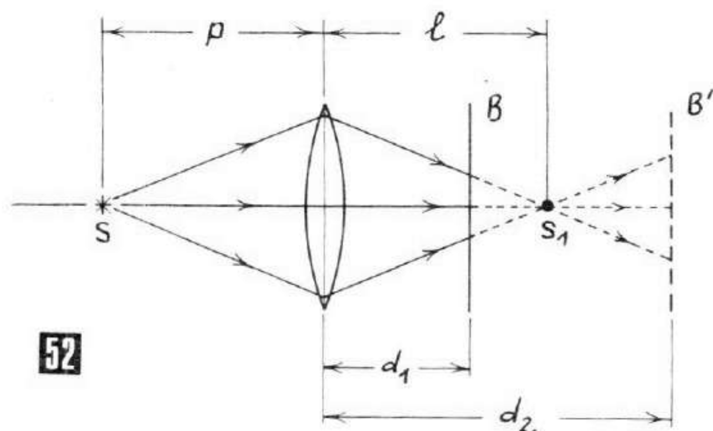
$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{(f+d)^2}{f^2}=\left(1+\frac{d}{f}\right)^2=121$$

51



Rezultat ukazuje da se uklanjanjem sočiva osvetljenost centra ekrana smanji 121 put.

1007. Osvetljenost svetle mrlje na ekranu B biće jednaka ako se u oba položaja ekran nalazi podjednako udaljen od lika S_1 izvora S.



52

U tom slučaju jednak svetlosni fluks pada na jednake površine ekrana, pa je tada $E_1=E_2$. Sa slike **52** se vidi da je

$$l=\frac{d_1+d_2}{2}=37{,}5\text{ cm}$$

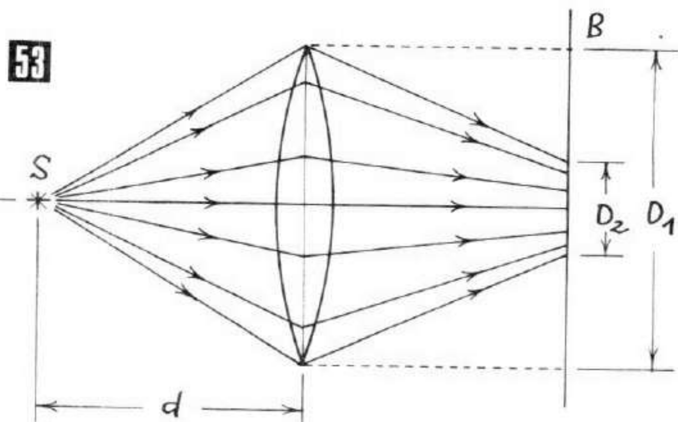
pa je žižna daljina sočiva

$$f=\frac{pl}{p+l}=15\text{ cm}$$

1008. Osvetljenost površine (po definiciji) jeste

$$E=\frac{\Phi}{S} \qquad (1)$$

53



gde je **53** $S_2=\frac{\pi D_2^2}{4}$ (2), a $\Phi=I\Omega$ (3).

U ovoj relaciji je Ω prostorni ugao. On se definiše kao količnik površine onog dela lopte kroz koju se zrači svetlosna energija i kvadrata poluprečnika te lopte. U ovom slučaju je kvadrat poluprečnika d^2, a površina kalote je približno jednaka površini $\pi D_1^2/4$, tj. površini bazisa kupe čiji je prostorni ugao pri vrhu traženi ugao Ω. Dakle,

$$\Omega=\frac{S_1}{d^2}=\frac{\pi D_1^2}{4d^2} \qquad (4)$$

Prema relacijama (1), (2), (3) i (4) nalazi se da je osvetljenost ekrana B

$$E=I\left(\frac{D_1}{dD_2}\right)^2$$

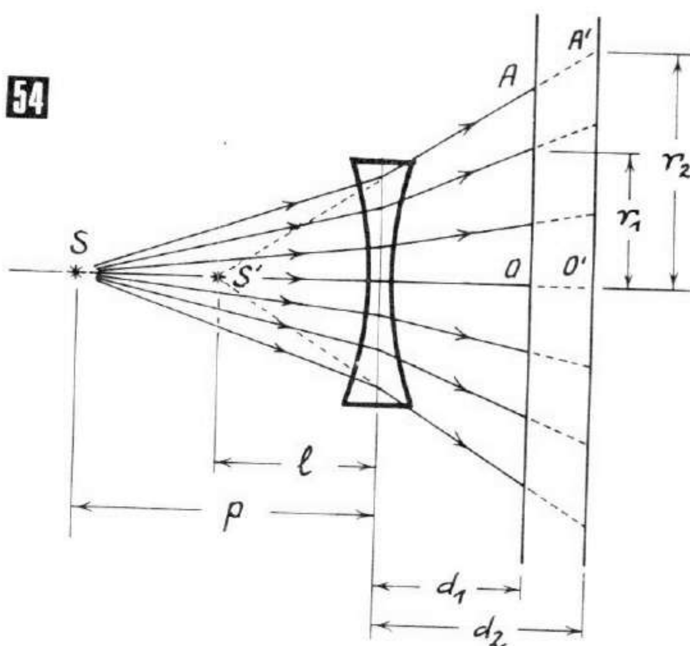
gde je $I=20$ cd, $D_1=0{,}08$ m, $D_2=0{,}02$ m, $d=2$ m, pa se zamenom dobija da je $E=80$ lx.

1009. Pošto je svetlosni fluks koji pada na osvetljeni deo ekrana u oba slučaja jednak, odnos osvetljenosti biće

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\frac{\Phi}{S_1}}{\frac{\Phi}{S_2}}=\frac{S_2}{S_1} \qquad (1)$$

gde su S_1 i S_2—površine svetle mrlje u prvom i drugom slučaju.

54



Lako je zaključiti da je

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{r_2^2}{r_1^2}$$

gde su r_1 i r_2 — poluprečnici osvetljenih površina ekrana (svetlih mrlja) u ova dva slučaja.

Iz sličnosti trouglova AOS' i A'O'S' je **54**

$$\frac{r_2}{r_1}=\frac{l+d_2}{l+d_1}$$

pa je na osnovu relacije (1)

$$\frac{E_1}{E_2}=\left(\frac{l+d_2}{l+d_1}\right)^2=4 \qquad (2)$$

pošto je $E_1=4E_2$ prema uslovu zadatka. Iz relacije (2) nalazi se da je udaljenost lika svetlosnog izvora S od sočiva

$$l=d_2-2d_1=20\ \mathrm{cm}$$

Sada se iz jednačine rasipnog sočiva $-\frac{1}{f}=$ $=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$ nalazi da je njegova žižna daljina

$$f=\frac{pl}{p-l}=60\ \mathrm{cm}$$

1010. Žižna daljina objektiva dobija se iz jednačine sočiva $\frac{1}{f_{ob}}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$, odakle je

$$f_{ob}=\frac{pl}{p+l}=0{,}25\ \mathrm{m}$$

Kada je dijapozitiv na rastojanju $p_1=0{,}26$ m od objektiva, zastor treba postaviti na rastojanje l_1, koje je takođe određeno jednačinom sočiva $\frac{1}{f_{ob}}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{l_1}$, odakle je

$$l_1=\frac{p_1 f_{ob}}{p_1-f_{ob}}=6{,}5\ \mathrm{m}$$

a na sličan način se dobija da je

$$l_2=\frac{p_2 f_{ob}}{p_2-f_{ob}}=0{,}875\ \mathrm{m}$$

Prema tome, minimalna udaljenost objektiva od zastora je $l_{min}=0{,}875$ m, a maksimalna $l_{max}=6{,}5$ m.

1011. Iz jednačine sabirnog sočiva za dati položaj predmeta

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$$

i izraza za uvećanje sočiva

$$u=\frac{h_1}{h}=\frac{l}{p}$$

nalazi se da je traženo rastojanje od objektiva do predmeta

$$p=f\left(1+\frac{h}{h_1}\right)=0{,}05\ \mathrm{m}\left(1+\frac{6\ \mathrm{m}}{0{,}024\ \mathrm{m}}\right)=12{,}6\ \mathrm{m}$$

1012. Iz jednačina $\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}$ i $\frac{l}{p}=\frac{L}{P}$, eliminisanjem l, nalazi se da je visina drveta $P=24$ m.

1013. Uvećanje lupe iznosi

$$u=1+\frac{s}{f}=1+\frac{0{,}25\ \mathrm{m}}{0{,}01\ \mathrm{m}}=26$$

1014. $l=-7f=-10{,}5$ cm i $u=8$.

1015. Optička moć sočiva data je relacijom

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \qquad (1)$$

U ovom slučaju je $R_1=R_2=R$, pa se iz relacije (1) nalazi da je poluprečnik krivina sočiva

$$R=2f(n-1) \qquad (2)$$

Sa druge strane, uvećanje lupe je

$$u=\frac{s}{f}+1$$

odakle je

$$f=\frac{s}{u-1} \qquad (3)$$

Na osnovu relacija (2) i (3) dobija se da je traženi poluprečnik krivina sočiva

$$R=2s\frac{n-1}{u-1}=2\cdot 0{,}25\ \mathrm{m}\frac{1{,}55-1}{10-1}=30{,}6\ \mathrm{mm}$$

1016. $u_1=1+\frac{s}{f}=3$ i $u_2=1+s\omega=3{,}5$.

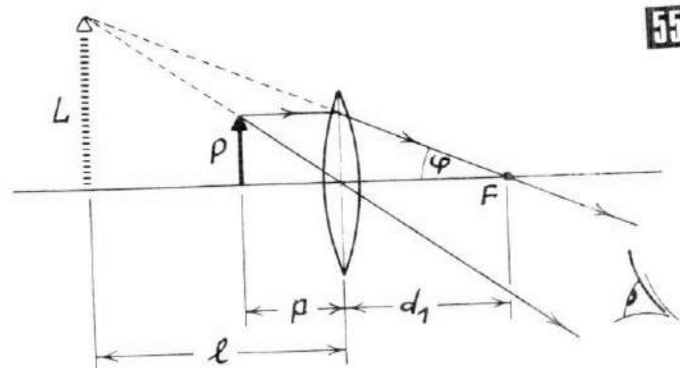
1017. $\omega=6$ D.

1018. a) Uvećanje lupe u ovom slučaju je

$$u=\frac{l}{p}=\frac{s-d_1}{p}$$

gde je $l=s-d_1$ pošto lupa treba da obrazuje lik na udaljenosti jasnog vida s.

Udaljenost predmeta p se dobija iz jednačine sočiva $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$, gde je znak minus



uzet zbog toga što je lik imaginaran [55], pa je

$$p=\frac{lf}{l+f}=\frac{(s-d_1)f}{s-d_1+f}$$

odnosno

$$u=\frac{s-d_1+f}{f}=\frac{0{,}25\text{ m}-0{,}05\text{ m}+0{,}05\text{ m}}{0{,}05\text{ m}}=5$$

jer je $f=\frac{1}{\omega}=0{,}05\text{ m}=5\text{ cm}$.

b) Ako se sa $\omega'=\omega+\omega_x$ označi ekvivalentna optička moć kombinacije lupe i nekog sočiva, optičke moći ω_x, onda je ta optička moć

$$\omega_x=-\Delta\omega=-5\text{ D}$$

Rezultat ukazuje da je lupu potrebno kombinovati sa rasipnim sočivom žižne daljine $f_x=\frac{1}{\omega_x}=0{,}2$ m.

1019. Iz jednačine sočiva objektiva dobija se da je udaljenost lika

$$l=\frac{pf}{p-f}=50{,}5\text{ cm}$$

Kada je durbin podešen na beskonačno, onda se lik dobija u žižnoj ravni, tj. na rastojanju

$$l'=f=50\text{ cm}$$

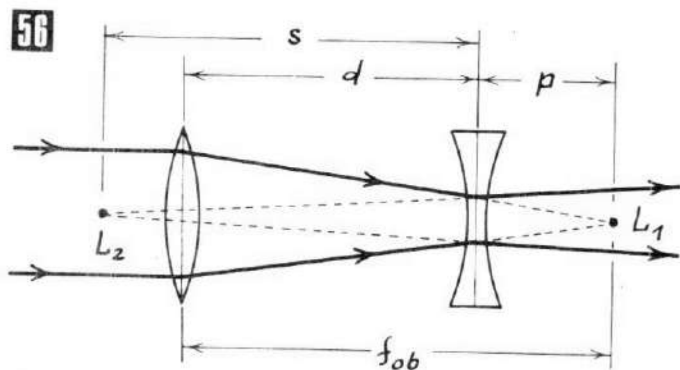
Okular durbina ima ulogu lupe pomoću koje se posmatra lik predmeta koji obrazuje objektiv. Ako se taj lik pomeri, onda se za toliko mora pomeriti i okular. U ovom slučaju lik će se pomeriti unapred za

$$\Delta l=l-l'=0{,}5\text{ cm}$$

a za toliko se mora pomeriti i okular, samo u suprotnu stranu.

1020. Ovim durbinom posmatraju se predmeti koji se nalaze na rastojanju mnogo većem od žižne daljine objektiva **56**. Prema tome, može se smatrati da se lik L_1 koji obrazuje objektiv nalazi u njegovoj žižnoj ravni.

56



Ovaj lik predstavlja imaginarni predmet za okular od koga je udaljen za p. Lik L_2 koji obrazuje okular nalazi se na daljini jasnog vida ($s=25$ cm). Primenom jednačine sočiva

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f_{ok}}$$

dobija se da je

$$p=\frac{sf_{ok}}{s-f_{ok}}=4{,}76\text{ cm}$$

Rastojanje između objektiva i okulara iznosi

$$d=f_{ob}-p=3{,}24\text{ cm}$$

Kada je oko akomodirano na beskonačnost, žižne ravni objektiva i okulara se poklapaju, pa će rastojanje između objektiva i okulara da bude

$$d'=f_{ob}-f_{ok}=4\text{ cm}$$

Traženo pomeranje okulara iznosi

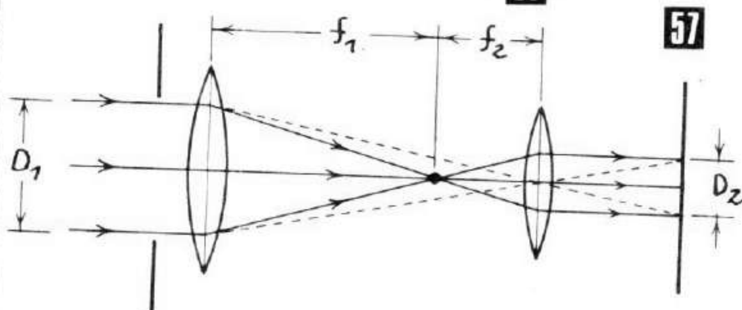
$$\Delta d=d'-d=0{,}76\text{ cm}$$

1021. Na mat-staklu dobija se lik otvora dijafragme objektiva na rastojanju l, koje je određeno jednačinom sočiva

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f_2} \qquad (1)$$

gde je p — rastojanje između objektiva i okulara, a ono je jednako zbiru žižnih daljina objektiva i okulara, dakle $p=f_1+f_2$, pošto je durbin podešen na beskonačno **57**.

57



Iz jednačine (1) dobija se da je

$$l=\frac{pf_2}{p-f_2}=\frac{(f_1+f_2)f_2}{f_1}=6\text{ cm}$$

Prečnik lika D_2 dobija se iz relacije za uvećanje

$$u=\frac{D_2}{D_1}=\frac{l}{p}=\frac{f_2}{f_1}$$

odakle je $D_2=D_1\frac{f_2}{f_1}=1$ cm.

1022. Pošto je $p<f_{ob}$, objektiv obrazuje imaginaran lik L_1 predmeta P na rastojanju l od sočiva **58**. Ovo rastojanje je određeno jednačinom sočiva $\frac{1}{p}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f_{ob}}$, odakle je

$$l=\frac{f_{ob}p}{f_{ob}-p} \qquad (1)$$

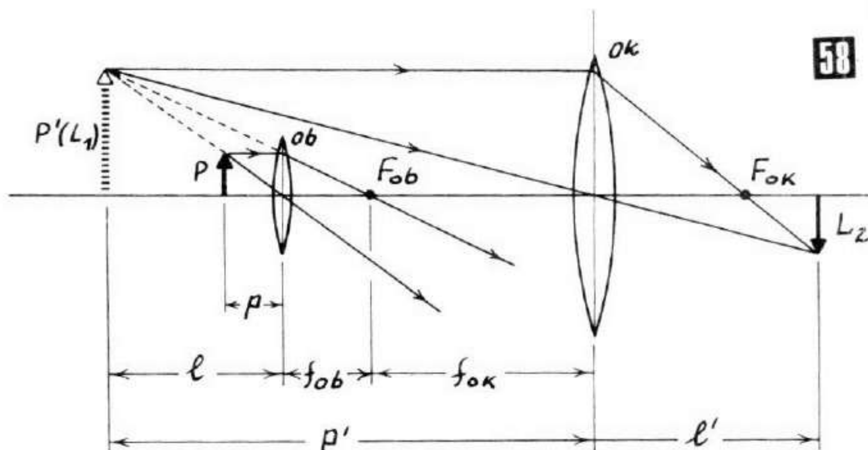
Veličina ovog imaginarnog lika je

$$L_1=\frac{l}{p}\,P=\frac{f_{ob}}{f_{ob}-p}\,P \qquad (2)$$

gde je P — veličina predmeta.

Kada je durbin postavljen na beskonačno, žižne ravni objektiva i okulara se poklapaju, pa je i oko akomodirano na beskonačno. U tom slučaju rastojanje između objektiva i okulara biće jednako $f_{ob}+f_{ok}$, pa je rastojanje p' imaginarnog lika do okulara

$$p'=l+f_{ob}+f_{ok}=\frac{f_{ob}^2+f_{ob}\cdot f_{ok}-p\cdot f_{ok}}{f_{ob}-p} \qquad (3)$$



Pošto je rastojanje $p'>f_{ok}$, lik koji obrazuje okular biće realan. Na osnovu jednačina sočiva za okular dobija se da je

$$\frac{1}{p'}+\frac{1}{l'}=\frac{1}{f_{ok}}, \text{ tj. } l'=\frac{p'\cdot f_{ok}}{p'-f_{ok}}$$

gde je p' dato relacijom (3), pa je

$$l'=\frac{f_{ok}}{f_{ob}^2}(f_{ob}^2+f_{ob}\cdot f_{ok}-p\cdot f_{ok})$$

Veličina lika koga obrazuje okular je

$$L_2=\frac{l'}{p'}L_1=\frac{l'}{p'}\cdot\frac{f_{ob}}{f_{ob}-p}P=\frac{f_{ok}}{f_{ob}}P$$

dok je linearno uvećanje durbina $u=\frac{L_2}{P}$, pa je prema prethodnoj relaciji

$$u=\frac{f_{ok}}{f_{ob}}=\frac{1}{10}$$

1023. Žižna daljina okulara (kao lupe) iznosi $f_{ok}\approx\frac{s}{u_{ok}}=5$ cm, pa je uvećanje teleskopa

$$u=\frac{f_{ob}}{f_{ok}}=\frac{200 \text{ cm}}{5 \text{ cm}}=40$$

1024. $u=\frac{f_{ob}}{f_{ok}}=170.$

1025. $u=u_{ob}\cdot u_{ok}=50\cdot 10=500.$

1026. Uzimajući da je daljina jasnog vida $s=25$ cm, uvećanje posmatranog mikroskopa iznosi

$$u=\frac{sl}{f_{ob}\cdot f_{ok}}=\frac{0{,}25 \text{ m}\cdot 0{,}2 \text{ m}}{0{,}002 \text{ m}\cdot 0{,}03 \text{ m}}\approx 833$$

1027. Sočiva treba postaviti na rastojanje

$$l=\frac{uf_{ob}\cdot f_{ok}}{s}=0{,}416 \text{ m}$$

i to tako da je sočivo manje žižne daljine okrenuto prema predmetu (objektiv) koji se posmatra.

1028. Iz relacije $u=\frac{sl}{f_{ob}\cdot f_{ok}}$ dobija se da je

$$f_{ob}=\frac{sl}{uf_{ok}}=0{,}2 \text{ cm}$$

1029. Rastojanje l_1 od objektiva do prvog lika [59] nalazi se iz jednačine sočiva

$$\frac{1}{f_{ob}}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{l_1}$$

odakle je

$$l_1=\frac{p_1\cdot f_{ob}}{p_1-f_{ob}} \qquad (1)$$

Veličina prvog lika L_1 dobija se iz izraza za uvećanje

$$u_1=\frac{L_1}{P}=\frac{l_1}{p_1}$$

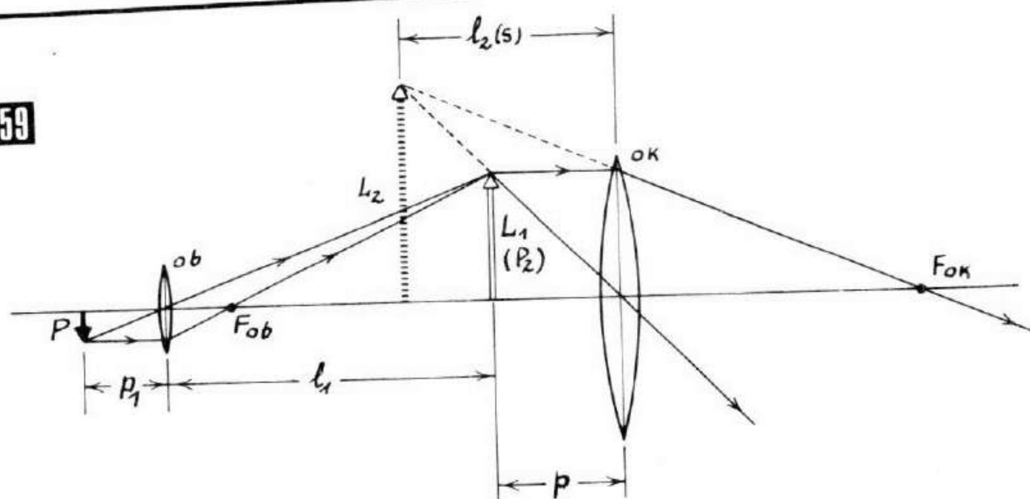
odakle je

$$L_1=\frac{l_1}{p_1}P=\frac{f_{ob}}{p_1-f_{ob}}P \qquad (2)$$

gde je P — veličina predmeta.

Rastojanje p_2 od prvog lika do okulara može da se odredi iz jednačine sočiva, jer drugi (imaginarni) lik treba da se obrazuje na daljini jasnog vida s. Dakle, iz relacije

$$\frac{1}{f_{ok}}=\frac{1}{p_2}-\frac{1}{s}$$



nalazi se da je

$$p_2=\frac{sf_{ok}}{s+f_{ok}} \quad (3)$$

Veličina drugog lika biće

$$L_2=\frac{s}{p_2}L_1$$

gde su L_1 i p_2 određeni relacijama (2) i (3), pa je

$$L_2=\frac{f_{ob}(s+f_{ok})}{f_{ok}(p_1-f_{ob})}P \quad (4)$$

Linearno uvećanje mikroskopa je

$$u=\frac{L_2}{P}$$

odnosno, uzimajući u obzir relaciju (4),

$$u=\frac{f_{ob}(s+f_{ok})}{f_{ok}(p_1-f_{ob})}\approx 365$$

Dužina mikroskopa je $d=l_1+p_2$. Pošto su l_1 i p_2 određeni relacijama (1) i (3), to je

$$d=\frac{p_1 f_{ob}}{p_1-f_{ob}}+\frac{sf_{ok}}{s+f_{ok}}\approx 16{,}9 \text{ cm}$$

gde je $s=25$ cm.

3. TALASNA OPTIKA

1030. $\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta s}{\lambda}=2\pi\cdot\frac{0{,}2\lambda}{\lambda}=0{,}4\pi$ rad.

1031. U proizvoljnoj tački zastora (ekrana E) biće maksimalni osvetljaj ako su talasi (1) i (2) u fazi, ili ako je razlika njihovih pređenih puteva

$$\Delta s=s_2-s_1=k\lambda \quad (1)$$

gde je $k=0, 1, 2, 3, \ldots$

Prema Pitagorinoj teoremi je **1**

$$s_1^2=D^2+\left(h_k-\frac{l}{2}\right)^2 \quad \text{i} \quad s_2^2=D^2+\left(h_k+\frac{l}{2}\right)^2$$

Oduzimanjem ovih jednačina dobija se da je

$$s_2^2-s_1^2=2h_k l, \text{ tj. } (s_2-s_1)(s_2+s_1)=2h_k l$$

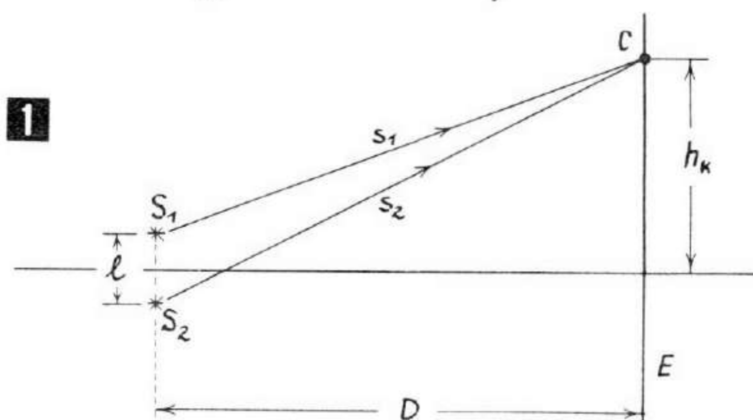
a kako je $s_1+s_2\approx 2D$ (pošto su l i h_k male dužine i mnogo manje od D), iz prethodne relacije se dobija da je

$$s_2-s_1\approx\frac{2h_k l}{2D}=\frac{h_k l}{D}$$

pa je prema relaciji (1)

$$\frac{h_k l}{D}=k\lambda, \text{ tj. } h_k=k\frac{\lambda D}{l}$$

1



Rastojanje između dve susedne svetle pruge biće onda

$$\Delta h=h_{k+1}-h_k=\frac{\lambda D}{l}$$

odakle je

$$\Delta h=\frac{589\cdot 10^{-9}\text{ m}\cdot 1\text{ m}}{20\cdot 10^{-6}\text{ m}}=295\cdot 10^{-4}\text{ m}=2{,}95\text{ cm}$$

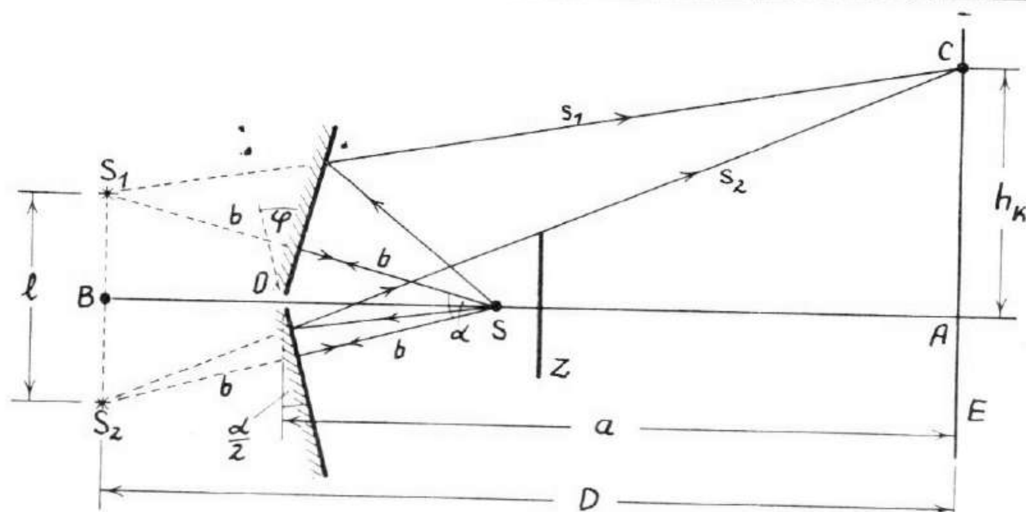
jer je $\lambda=589$ nm $=589\cdot 10^{-9}$ m, $D=1$ m, $l=20\ \mu$m $=20\cdot 10^{-6}$ m.

1032. Sličnim postupkom kao u prethodnom zadatku nalazi se da je rastojanje susednih interferencionih pruga

$$\Delta h=\frac{\lambda D}{l}$$

odakle je $\lambda=\frac{l\cdot\Delta h}{D}=\frac{1\text{ mm}\cdot 1{,}2\text{ mm}}{2038\text{ mm}}\approx 590$ nm.

1033. I ovaj problem se svodi na problem postavljen u zadatku 1031. Razlika je jedino u tome što je ovde **2** prikazano kako se do-



2

bijaju imaginarni svetlosni izvori S_1 i S_2 koherentne svetlosti (poznato je da dva odvojena svetlosna izvora ne mogu ni pod kakvim uslovima da budu koherentni, pa makar bili verne kopije). Dakle,

$$h_k = k\frac{\lambda D}{l}$$

Rastojanje dve susedne svetle pruge biće

$$\Delta h = h_{k+1} - h_k = \frac{\lambda D}{l} \qquad (1)$$

Pošto je ugao između ogledala φ oko 180°, svetlosni izvori S_1 i S_2 nalaze se na malom rastojanju, pa je

$$AB = D \approx b + a$$

Osim toga, iz trougla SBS_1 ili SBS_2 nalazi se da je

$$BS_1 = \frac{l}{2} = 2b \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \approx 2b\frac{\alpha}{2}$$

odnosno

$$l = 2b\alpha = 2b(\pi - \varphi)$$

pa je rastojanje susednih svetlih pruga, prema relaciji (1),

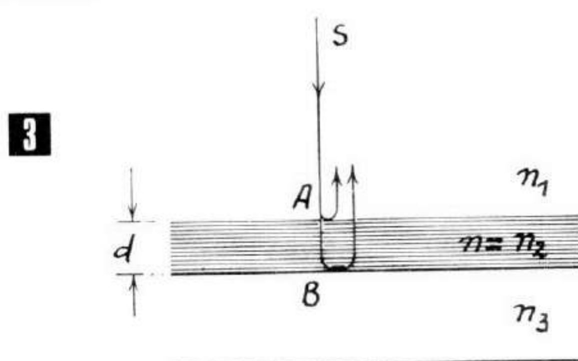
$$\Delta h = \frac{\lambda(a+b)}{2b(\pi-\varphi)}$$

1034. $MN = 2b\theta_{rad}(n-1) =$

$$= 2 \cdot 1\,\text{m} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 15}{180}(1{,}60-1) = 0{,}314\,\text{m}.$$

1035. Na slici **3** je prikazan put jednog svetlosnog zraka koji na graničnu površinu između nanesenog sloja i vazduha pada u pravcu normale. U tačkama A i B taj zrak se delimično reflektuje, a delimično se prelama. Pošto je indeks prelamanja vazduha n_1 manji od indeksa prelamanja nanesenog sloja n_2, a indeks prelamanja sloja n_2 je manji od indeksa prelamanja staklene ploče n_3, u oba slučaja se refleksija dešava na optički gušćoj sredini. Prema tome, faze svetlosnog talasa menjaju se za π radijana prilikom refleksije u tačkama A i B, pa će rezultat interferencije tih zrakova da bude isti kao da se promena faze nije ni desila, pošto je ukupna promena 2π rad.

3



Fazni uslov za maksimalno slabljenje talasa na gornjoj površini nanesenog sloja je

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi$$

a putni uslov $\Delta s = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, gde je $\Delta s = 2d$ a $\lambda = \lambda_0/n_2$.

Dakle, uslov za maksimalno slabljenje svetlosti je

$$2dn_2 = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2}$$

gde je $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Iz ove relacije se dobija da je najmanja debljina nanesenog sloja (za $k=0$)

$$d_0 = \frac{\lambda_0}{4n_2} = \frac{600\,\text{nm}}{4 \cdot 1{,}50} = 100\,\text{nm}$$

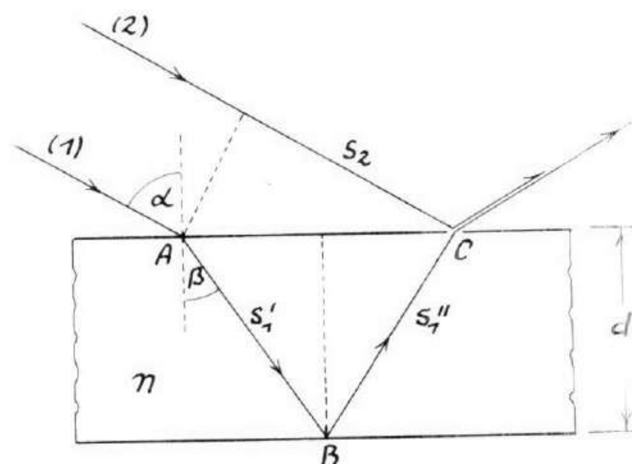
dok su ostale moguće veće debljine:

$$\text{za } k=1 \text{ je } d_1 = 3\frac{\lambda_0}{4n_2} = 3d_0 = 300\,\text{nm}$$

$$\text{za } k=2 \text{ je } d_2 = 5d_0 = 500\,\text{nm, itd.}$$

1036. Najmanji osvetljaj površine ulja nastaje kada su zraci (1) i (2) u tački C u protivfazi **4**. Za ovaj slučaj interferencije je karakteristično da zrak S_1 pri refleksiji u tački B ne menja fazu (jer se odbija od optički ređe sredine), dok zrak S_2 pri refleksiji u tački C menja fazu za — π radijana.

4



Dakle, fazni uslov za najmanji osvetljaj gornje površine ulja jeste

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (2k+1)\pi \qquad (1)$$

gde je $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

U odnosu na položaj talasnog fronta AA', zrak S_1 na putu ABC promeni fazu za

$$\varphi_1 = 2\pi\frac{s_1' + s_1''}{\lambda}$$

gde je $\lambda = \lambda_0/n$ — talasna dužina svetlosti u ulju, dok je

$$s_1' + s_1'' = \frac{2d}{\cos\beta} = \frac{2d}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}$$

Kako je (prema zakonu prelamanja) $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, to je

$$s_1' + s_1'' = \frac{2nd}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

pa je

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \frac{2n^2 d}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \qquad (2)$$

Za vreme dok zrak S_1 pređe put $s_1' + s_1''$ zrak S_2 pređe put $A'C$, tj. put s_2, i na njemu promeni fazu za

$$\varphi_2' = 2\pi \frac{s_2}{\lambda_0}$$

Međutim, i pri refleksiji od gornje površine ulja nastaje takođe promena faze talasa za $\varphi_2'' = -\pi$ radijana, pa je ukupna promena faze zraka S_2

$$\varphi_2 = \varphi_2' + \varphi_2'' = 2\pi \frac{s_2}{\lambda_0} - \pi$$

Sa slike se vidi da je

$$s_2 = AC \cdot \sin\alpha = 2d \operatorname{tg}\beta \cdot \sin\alpha = \frac{2d \sin^2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

pa je

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \frac{2d \sin^2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} - \pi \qquad (3)$$

Oduzimanjem relacija (2) i (3) dobija se fazni uslov (1) u obliku

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} 2d \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = 2k\pi$$

ili

$$k = \frac{2d}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$$

a kako je prema uslovu zadatka $d = 5\lambda_0$, iz prethodne relacije se dobija da je

$$\sin\alpha = \sqrt{n^2 - \left(\frac{k}{10}\right)^2}$$

gde je $n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1{,}5.$

Za $\alpha = 35°$ iz prethodne relacije se dobija da je $k = 13{,}9$, što je nerealan rezultat (u fizičkom smislu) jer k može da bude samo ceo broj. Dakle, on može da ima vrednost $k = 14$, a za tu vrednost ugao α iznosi 32°35'. Dakle, tačna vrednost ugla α iznosi 32°35'.

1037. $d = \frac{\lambda_0}{2} = 325$ nm; $\Delta t = \frac{d}{\alpha a} \approx 2\,°\text{C}$.

1038. $d = \frac{\lambda_0}{2n} = 214$ nm.

1039. Na dužini klina od 1 cm ima 10 tamnih pruga. Ovo znači da je razmak između dve susedne tamne pruge $l = 0{,}1$ cm.

Ako se tačka A nalazi na k-toj tamnoj pruzi, debljina klina na tom mestu je (v. zad. 1036)

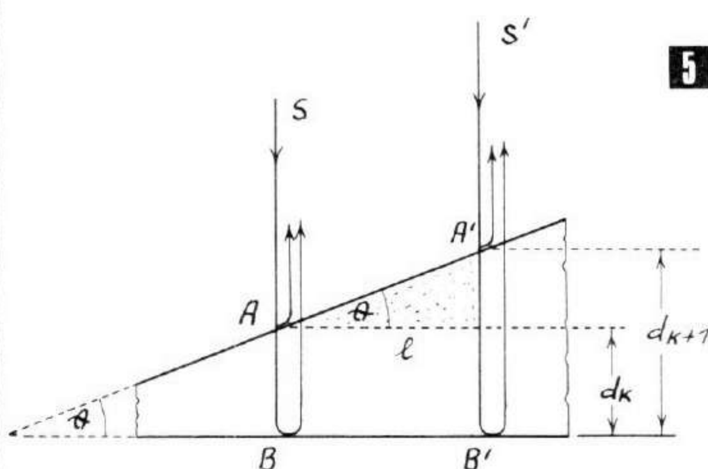
$$d_k = k \frac{\lambda_0}{2n}$$

a na mestu sledeće tamne pruge (tačka A')

$$d_{k+1} = (k+1) \frac{\lambda_0}{2n}$$

Sa slike **5** se vidi da je

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d_{k+1} - d_k}{l} = \frac{\lambda_0}{2nl}$$



Iz ove relacije se nalazi da je ugao staklenog klina ($n = 1{,}60$)

$$\theta = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\lambda_0}{2nl}\right) = 1{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

ili $\theta = 38{,}4''$.

1040. $d_{250} = 75\ \mu$m, jer je $d_k = \frac{k\lambda}{2n}$, kao što je pokazano u zad. 1039.

1041. Ako se tamni Njutnovi prstenovi posmatraju u odbijenoj svetlosti, onda su njihovi poluprečnici dati relacijom

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}$$

gde je k — redni broj prstena. Prema tome, rastojanje između 4. i 25. prstena je

$$\Delta r = \sqrt{\lambda R}\,(5-2)$$

odakle je

$$\lambda = \frac{(\Delta r)^2}{9R} = \frac{81 \text{ mm}^2}{9 \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ mm}} = 600 \text{ nm}$$

1042. Poluprečnici svetlih Njutnovih prstenova u odbijenoj svetlosti određeni su relacijom

$$r_k = \sqrt{(2k-1) R \frac{\lambda}{2}}$$

gde je k — redni broj prstena. Rastojanje

između 2. i 3. prstena je

$$\Delta r_1=\sqrt{R\frac{\lambda}{2}}(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$

a između 20. i 21. prstena

$$\Delta r_2=\sqrt{R\frac{\lambda}{2}}(\sqrt{41}-\sqrt{39})$$

pa je

$$\Delta r_2=\Delta r_1\frac{\sqrt{41}-\sqrt{39}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=0,31\text{ mm}$$

1043. $\lambda=\frac{r_4^2}{4R}\approx 664\text{ nm}$, gde je $r_4=\frac{d_4}{2}$.

1044. $d=\frac{r_5'^2-r_5^2}{2R}=1,8\ \mu\text{m}$.

1045. Širina lika uzanog proreza 0. reda jednaka je rastojanju između sredina tamnih linija 1. reda. One se vide pod uglom koji je upola manji od ugla pod kojim se vide svetle pruge. Dakle, tamna pruga 1. reda vidi se pod uglom

$$\theta_1=\frac{1}{2}k\frac{\lambda}{a}=\frac{\lambda}{2a}$$

Lik uzanog proreza 0. reda vidi se pod uglom

$$\varphi=2\theta_1=\frac{\lambda}{a}$$

a pošto je ugao φ mali, može se uzeti da je širina ovog lika

$$l=L\varphi=L\frac{\lambda}{a}=1\text{ m}\cdot\frac{600\cdot 10^{-9}\text{ m}}{10^{-5}\text{ m}}=0,06\text{ m}$$

1046. Iz relacije $\sin\theta_k=k\frac{\lambda}{a}$ nalazi se da je

$$k_{\max}=\frac{a\sin\theta_{k\max}}{\lambda}=\frac{a}{\lambda}=3,4$$

S obzirom na to da k treba da bude ceo broj a ne može biti 4, jer bi toj vrednosti odgovarao $\sin\alpha>1$ (što je nemoguće), onda je prema tome $k_{\max}=3$.

1047. Traženi ugao skretanja dobija se iz

$$\sin\theta_k=k\frac{\lambda}{a}$$

gde je $k=1$, $\lambda=644$ nm i $a=\frac{1}{5684}$ cm. Zamenom u prethodnu relaciju nalazi se da je $\sin\theta_1=0,366$, odnosno $\theta_1=21°30'$.

1048. a) $a=\frac{k\lambda}{\sin\theta_k}=\frac{3\cdot 589\text{ nm}}{0,177}=9980\text{ nm}\approx$

$\approx 10\ \mu$m;

b) $k_{\max}=\frac{a}{\lambda}=\frac{9980\text{ nm}}{589\text{ nm}}=16,9.$

Posto k treba da bude ceo broj, on ne može biti 17, što bi odgovaralo uslovu $\sin\alpha>1$, a to je nemoguće, pa je prema tome $k_{\max}=16$.

1049. Iz relacije $\sin\theta_k=k\frac{\lambda}{a}$ nalazi se da je

$$N=\frac{\sin\theta_k}{k\lambda}=\frac{\sin 30°}{2\cdot 625\cdot 10^{-9}\text{ m}}=4\cdot 10^5\ \frac{1}{\text{m}}$$

ili $400\frac{1}{\text{mm}}$. Ovo znači da rešetka na 1 mm širine ima 400 zareza.

1050. $\theta_{1\min}\approx\frac{\lambda_{\min}}{a}=\frac{380\cdot 10^{-9}\text{ m}}{10^{-5}\text{ m}}=$

$$=0,038\text{ rad}=2°11',$$

$$\theta_{1\max}\approx\frac{\lambda_{\max}}{a}=\frac{760\cdot 10^{-9}\text{ m}}{10^{-5}\text{ m}}=$$

$$=0,076\text{ rad}=4°21'.$$

Ugaona širina spektra svetlosti 1. reda je, prema tome, $\theta_{1\max}-\theta_{1\min}=2°10'$.

1051. Svetlost odbijena od neke granične površine biće maksimalno polarizovana ako je tangens upadnog ugla jednak relativnom indeksu prelamanja druge sredine u odnosu na prvu, tj.

$$\text{tg}\,\varphi=n_{2/1}$$

Ovo je Brusterov zakon, koji važi samo za refleksiju od površine dielektrika a ne od provodnika (metala).

Pošto je $n_{2/1}=\frac{n_2}{n_1}$, onda je

$$\text{tg}\,\varphi=\frac{n_2}{n_1}=\frac{1,33}{1,55}=0,858$$

pa je $\varphi=40°40'$.

KVANTNA PRIRODA SVETLOSTI I TALASNA SVOJSTVA ČESTICA

1. ZAKONI ZRAČENJA

1052. Prema Stefan-Bolcmanovom zakonu, energijski osvetljaj apsolutno crnog tela je

$$E_0=\sigma T^4=5{,}67\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}(600\,\mathrm{K})^4=$$

$$=7{,}35\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m^2}}$$

1053. Pošto je po definiciji energijski osvetljaj brojno jednak energiji emitovanoj u toku jediničnog vremena sa jedinične površine tela, tj. $E_0=E/(S\tau)$ i pošto je prema Stefan-Bolcmanovom zakonu $E_0=\sigma T^4$, može se napisati da je

$$E_0=\frac{E}{S\tau}=\sigma T^4$$

gde je E — izračena energija sa površine tela $S=4\pi r^2$, a τ—vreme zračenja energije. Tako se konačno dobija da je

$$E=4\pi r^2\sigma\tau T^4$$

Kako je $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2\cdot K^4)}$, $r=0{,}10\,\mathrm{m}$, $\tau=100\,\mathrm{s}$, $T=500\,\mathrm{K}$, nalazi se da energija koju izrači lopta iznosi $E=44{,}5\,\mathrm{kJ}$.

1054. Da bi se data žica zagrejala do temperature T, potrebno je da dovedena snaga P žici bude jednaka snazi koja se (na temperaturi T) emituje sa čitave površine žice. Dakle,

$$P=E_0S$$

gde je $E_0=\sigma T^4$ — energijski osvetljaj apsolutno crnog tela, a $S=\pi dl$ — emisiona površina žice, pa je

$$P=\pi\sigma dlT^4=3{,}14\cdot5{,}67\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}\cdot10^{-3}\mathrm{m}\times$$

$$\times0{,}2\,\mathrm{m}\cdot(3500\,\mathrm{K})^4\approx5340\,\mathrm{W}=5{,}34\,\mathrm{kW}$$

1055. Na osnovu Stefan-Bolcmanovog zakona dobija se da je apsolutna temperatura posmatranog tela

$$T=\sqrt[4]{\frac{E_0}{\sigma}}\qquad(1)$$

gde je E_0 — njegov energijski osvetljaj, $\sigma=$ $=5{,}67\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}$ — Stefan-Bolcmanova konstanta. Pošto po uslovu zadatka energijski osvetljaj tela treba da bude isti kao i energijski osvetljaj Zemlje, tj.

$$E_0=\frac{E}{S\tau}\qquad(2)$$

onda je prema relacijama (1) i (2) tražena temperatura

$$T=\sqrt[4]{\frac{E}{\sigma\tau S}}$$

gde je $E=0{,}54\,\mathrm{J}$, $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}$, $S=10^{-4}\,\mathrm{m^2}$, $\tau=1\,\mathrm{min}=60\,\mathrm{s}$. Zamenom ovih veličina u prethodnu relaciju dobija se da je $T\approx200\,\mathrm{K}$, odnosno $t=T-273=-73\,^\circ\mathrm{C}$.

1056. Talasna dužina λ_m kojoj odgovara maksimum energijskog osvetljaja apsolutno crnog tela određena je Vinovim zakonom pomeranja

$$\lambda_mT=C$$

gde je $T=273+t$ — apsolutna temperatura tela, $C=29\cdot10^{-4}\,\mathrm{m\cdot K}$ — Vinova konstanta, pa je

$$\lambda_m=\frac{C}{T}=\frac{29\cdot10^{-4}\,\mathrm{m\cdot K}}{310\,\mathrm{K}}=9{,}4\,\mu\mathrm{m}$$

Ova talasna dužina odgovara IR-zračenju.

1057. Energija E koja se emituje sa površine S apsolutno crnog tela, za vreme τ, može da se izrazi relacijom

$$E=SE_0\tau\qquad(1)$$

gde je E_0 — energijski osvetljaj apsolutno crnog tela, koji je definisan Stefan-Bolcmanovim zakonom

$$E_0=\sigma T^4$$

pa je prema relaciji (1) emitovana energija

$$E=\sigma\tau ST^4\qquad(2)$$

Nepoznata temperatura T određena je Vinovim zakonom, na osnovu koga je

$$T=\frac{b}{\lambda_m}$$

pa se konačno dobija, prema relaciji (2), da je

$$E=\sigma\tau S\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4=87{,}1\ \mathrm{kJ}$$

pošto je $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2\cdot K^4)}$, $\tau=1\ \mathrm{min}=60\ \mathrm{s}$, $S=1\ \mathrm{cm^2}=10^{-4}\ \mathrm{m^2}$, $b=2{,}9\cdot10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}$, $\lambda_m=725\cdot10^{-9}\ \mathrm{m}$.

1058. Na osnovu Stefan-Bolcmanovog ($E_0=\sigma T^4$) i Vinovog zakona ($\lambda_m T=b$) dobija se da je tražena emisiona moć

$$E_0=\sigma\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4=$$

$$=5{,}67\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}\left(\frac{29\cdot10^{-4}\ \mathrm{m\cdot K}}{2{,}9\cdot10^{-7}\ \mathrm{m}}\right)^4=$$

$$=567\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{m^2}}$$

1059. Pošto energijska moć apsolutno crnog tela E_0 predstavlja snagu zračenja sa jedinične površine, to je snaga zračenja sa površine S

$$P=E_0S$$

pa je tražena površina tela

$$S=\frac{P}{E_0}$$

Prema Stefan-Bolcmanovom i Vinovom zakonu dobija se da je

$$E_0=\sigma\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4$$

pa je

$$S=\frac{P}{\sigma}\left(\frac{\lambda_m}{b}\right)^4=$$

$$=\frac{23\cdot10^3\ \mathrm{W}}{5{,}67\cdot10^{-8}\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}}\left(\frac{5{,}8\cdot10^{-7}\ \mathrm{m}}{29\cdot10^{-4}\ \mathrm{m\cdot K}}\right)^4\approx6{,}5\ \mathrm{cm^2}$$

1060. a) Na osnovu Stefan-Bolcmanovog zakona ($E_0=\sigma T^4$) i Vinovog zakona ($\lambda_m T=b$) nalazi se da je traženi energijski osvetljaj

$$E_0=\sigma\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4=64{,}2\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{m^2}}$$

b) Kako energijski osvetljaj predstavlja izračenu snagu apsolutno crnog tela sa njegove jedinične površine S, to je ukupna izračena energija u toku jediničnog vremena

$$E=SE_0=4\pi r^2E_0$$

gde je r — poluprečnik Sunca. Zamenom vrednosti za r i E dobija se da je

$$E=3{,}93\cdot10^{26}\ \mathrm{W}$$

c) Osvetljenost E' površine Zemlje jednaka je količniku energije E koju emituje Sunce i površine S sfere čiji je poluprečnik jednak srednjem rastojanju d između Sunca i Zemlje Dakle,

$$E'=\frac{E}{4\pi d^2}=1380\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$$

Eksperimentalno je ustanovljeno da snazi zračenja od 1 W monohromatske svetlosti talasne dužine 550 nm (približno kao i posmatranog zračenja) odgovara svetlosni fluks od 621 lm. To znači da bi osvetljenost Zemlje, prema ovome, bila

$$E'=1380\cdot621\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{m^2}}=857\cdot10^3\ \mathrm{lx}$$

Međutim, ovo je samo teorijska vrednost osvetljenosti Zemlje. Njena stvarna vrednost nikada ne prelazi vrednost od oko 10^5 lx. Osnovni uzrok ovih razlika jeste taj što Zemlja apsorbuje znatan deo energije Sunčevog zračenja.

1061. Ako se iz Vinovog zakona ($\lambda_m T=b$) nađe temperatura T i zameni u Stefan-Bolcmanov zakon ($E_0=\sigma T^4$), dobiće se da su energijski osvetljaji apsolutno crnog tela čijim maksimumima zračenja odgovaraju talasne dužine $\lambda'_m=0{,}4\ \mu\mathrm{m}$ i $\lambda''_m=0{,}7\ \mu\mathrm{m}$

$$E_0'=\left(\frac{b}{\lambda'_m}\right)^4 \quad \mathrm{i} \quad E_0''=\left(\frac{b}{\lambda''_m}\right)^4$$

Odnos ovih energijskih osvetljaja je

$$\frac{E_0'}{E_0''}=\left(\frac{\lambda''_m}{\lambda'_m}\right)^4=\left(\frac{0{,}7\ \mu\mathrm{m}}{0{,}4\ \mu\mathrm{m}}\right)^4=9{,}4$$

što znači da se energijski osvetljaj smanji 9,4 puta ako se talasna dužina λ_m smanji od 0,4—0,7 μm.

2. FOTONI. FOTOELEKTRIČNI EFEKAT

1062. Energija kvanta je

$$E=h\nu=6\cdot62\cdot10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}\cdot0{,}6\cdot10^{18}\ \mathrm{Hz}=397{,}2\ \mathrm{aJ}$$

Kolika je energija ovog kvanta izražena u eV?

1063. $E_1=h\nu_1=h\dfrac{c}{\lambda_1}=$

$$=6{,}62\cdot10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}\frac{3\cdot10^8\ \mathrm{m/s}}{4\cdot10^{-7}\ \mathrm{m}}=0{,}496\ \mathrm{aJ};$$

$$E_2=h\nu_2=h\frac{c}{\lambda_2}=1{,}98\ \mathrm{pJ}.$$

1064. Iz relacije $E=h\dfrac{c}{\lambda}$ nalazi se da je

$$\lambda=\frac{hc}{E}=710\ \mathrm{nm}$$

pošto je $h=6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, $c=3\cdot10^{8}\,\text{m/s}$, $E=2{,}8\cdot10^{-19}\,\text{J}$.

1065. Energija E koju emituje svetlosni izvor jednaka je proizvodu broja emitovanih fotona N i energije fotona hc/λ, tj. $E=Nhc/\lambda$, pa je

$$N=\frac{E\lambda}{hc}=\frac{10\cdot0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{J}\cdot5\cdot10^{-7}\,\text{m}}{6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}\cdot3\cdot10^{8}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}\approx4$$

jer je $1\,\text{eV}=0{,}16\,\text{aJ}=0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{J}$.

1066. Energija fotona je $E=m_0c^2=9{,}1\times\times10^{-31}\,\text{kg}\cdot\left(3\cdot10^{8}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2=8{,}2\cdot10^{-14}\,\text{J}$, dok je odgovarajuća talasna dužina

$$\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{h}{m_0c}=\frac{6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}}{9{,}1\cdot10^{-31}\,\text{kg}\cdot3\cdot10^{8}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}=2{,}4\,\text{pm}$$

što odgovara rendgenskom zračenju.

1067. Iz relacije $E=h\dfrac{c}{\lambda}$ nalazi se da je talasna dužina fotona

$$\lambda=\frac{hc}{E}=1{,}24\,\text{pm}$$

jer je $h=6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, $c=3\cdot10^{8}\,\text{cm/s}$, $E=1\,\text{MeV}=0{,}16\cdot10^{-12}\,\text{J}$.

Iz Ajnštajnove relacije $E=mc^2$ masa datog fotona je

$$m=\frac{E}{c^2}=1{,}8\cdot10^{-30}\,\text{kg}$$

a impuls $p=mc=\dfrac{E}{c}=5{,}3\cdot10^{-22}\,\dfrac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$.

1068. Prema rešenju prethodnog zadatka nalazi se da je

$$p=\frac{h}{\lambda}=2{,}75\cdot10^{-27}\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

1069. Iz Ajnštajnove relacije $E=mc^2$, gde je u ovom slučaju $E=h\nu=h\dfrac{c}{\lambda}$, dobija se da je masa fotona

$$m=\frac{h}{c\lambda}=3{,}68\cdot10^{-36}\,\text{kg}$$

a njegov impuls

$$p=mc=\frac{h}{\lambda}=1{,}10\cdot10^{-27}\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

1070. $m=\dfrac{h}{c\lambda}=2{,}5\cdot10^{-36}\,\text{kg}$.

1071. Iz uslova jednakosti impulsa fotona $p_f=h/\lambda$ i impulsa elektrona $p_e=m_ev$, tj. iz uslova

$$\frac{h}{\lambda}=m_ev$$

nalazi se da je talasna dužina fotona

$$\lambda=\frac{h}{m_ev}=\frac{6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}}{9{,}1\cdot10^{-31}\,\text{kg}\cdot10^{7}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}=73\,\text{pm}$$

što odgovara X-fotonima.

1072. Ajnštajnova relacija za fotoelektrični efekat može da se napiše u obliku

$$h\nu=\frac{mv^2}{2}+A_i$$

odakle je frekvencija upadnog zračenja

$$\nu=\frac{2A_i+mv^2}{2h}=18{,}7\,\text{PHz}$$

pošto je $A_i=6{,}3\,\text{eV}=6{,}3\cdot0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{J}$, $m=9{,}1\cdot10^{-31}\text{kg}$, $h=6{,}62\cdot10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$, $v=5\cdot10^{6}\,\text{m/s}$.

1073. Imajući u vidu da je $\nu=c/\lambda$, Ajnštajnova relacija za fotoelektrični efekat može da se napiše u obliku

$$h\frac{c}{\lambda}=\frac{mv^2}{2}+A_i$$

odakle se lako dobija da je

$$\lambda=\frac{2ch}{2A_i+mv^2}=45{,}1\,\text{nm}$$

jer je $c=3\cdot10^{8}\,\text{m/s}$, $h=6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, $A_i=1{,}92\,\text{eV}=1{,}92\cdot0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{J}$, $m=9{,}1\cdot10^{-31}\text{kg}$, $v=3\cdot10^{6}\,\text{m/s}$.

1074. Na osnovu Ajnštajnove relacije za fotoelektrični efekat $\left(h\nu=A_i+\dfrac{mv^2}{2}\right)$ dobija se da je brzina emitovanih fotoelektrona

$$v=\sqrt{\frac{2\,(h\nu-A_i)}{m}}$$

a kako je $\nu=\dfrac{c}{\lambda}$, to je

$$v=\sqrt{\frac{2}{m}\left(h\frac{c}{\lambda}-A_i\right)}\approx6{,}2\cdot10^{5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pošto je $h=6{,}62\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, $c=3\cdot10^{8}\,\text{m/s}$, $\lambda=589\,\text{nm}=5{,}89\cdot10^{-7}\,\text{m}$, $A_i=1\,\text{eV}=0{,}16\times\times10^{-18}\,\text{J}$, $m=9{,}1\cdot10^{-31}\,\text{kg}$.

1075. Slično kao u prethodnom zadatku, tražena brzina biće

$$v=\sqrt{\frac{2}{m}\left(h\frac{c}{\lambda}-A_i\right)}=44{,}6\cdot 10^4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

1076. Da bi došlo do fotoelektričnog efekta, energija fotona koji padaju na površinu metala treba da bude veća ili, u graničnom slučaju, jednaka izlaznom radu elektrona iz metala, tj.

$$E=h\nu\geqslant A_i$$

Kako je $\nu=\frac{c}{\lambda}$, to je onda $h\frac{c}{\lambda}\geqslant A_i$, odakle je tražena talasna dužina

$$\lambda\leqslant\frac{hc}{A_i}=416\,\mathrm{nm}$$

jer je $h=6{,}62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$, $c=3\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$, $A_i=2{,}98\,\mathrm{eV}=2{,}98\cdot 0{,}16\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}=4{,}77\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Prema tome, da bi se izazvao fotoelektrični efekat kod aluminijuma, mora se upotrebiti UV-zračenje čija je talasna dužina jednaka ili manja od 416 nm.

1077. $\lambda\leqslant\frac{hc}{A_i}=647\,\mathrm{nm}.$

1078. Najveća talasna dužina elektromagnetnog zračenja koje može da izazove fotoelektrični efekat je ona koju imaju kvanti čija je energija $h\nu$ jednaka izlaznom radu A_i, tj.

$$h\frac{c}{\lambda}=A_i$$

pa je

$$A_i=\frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}\cdot 3\cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{297\cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}\approx$$

$$\approx 0{,}67\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}=4{,}2\,\mathrm{eV}$$

1079. a) Na osnovu Ajnštajnove relacije za fotoelektrični efekat je

$$h\nu=A_i+E_k \qquad (1)$$

gde je A_i — izlazni rad elektrona, a $E_k=\frac{mv^2}{2}$ — kinetička energija emitovanog elektrona. Minimalna frekvencija ν_0 pri kojoj se još dešava emisija elektrona iz metala dobija se iz uslova $E_k=0$, pa je

$$A_i=h\,\nu_0$$

Kako je $\nu_0=\frac{c}{\lambda_0}$, traženi izlazni rad je

$$A_i=h\frac{c}{\lambda_0}=0{,}72\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}=4{,}5\,\mathrm{eV}$$

pošto je $h=6{,}62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$, $c=3\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$, $\lambda=2{,}75\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$, $1\,\mathrm{eV}=0{,}16\,\mathrm{aJ}=0{,}16\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$.

b) Prema relaciji (1) je

$$h\frac{c}{\lambda}=h\frac{c}{\lambda_0}+\frac{mv^2}{2} \qquad (2)$$

odakle je brzina emitovanih elektrona

$$v=\sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)}\approx 0{,}9\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c) Maksimalna kinetička energija elektrona je prema relaciji (2)

$$E_k=\frac{mv^2}{2}=hc\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)=2{,}35\,\mathrm{eV}$$

1080. Da bi elektron mogao da izbije sekundarni elektron prilikom udara u volframovu pločicu, njegova kinetička energija treba da bude jednaka ili veća od izlaznog rada elektrona iz volframa. Dakle,

$$\frac{mv^2}{2}\geqslant A_i$$

Minimalna brzina pri kojoj je to moguće dobija se iz ove relacije, ako se uzme da su ove veličine jednake, na osnovu čega je

$$v=\sqrt{\frac{2A_i}{m}}\approx 1{,}3\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

pošto je $A_i=4{,}53\,\mathrm{eV}=4{,}53\cdot 0{,}16\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$ i $m=9{,}1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$.

1081. a) Na osnovu Ajnštajnove relacije za fotoelektrični efekat dobija se da je izlazni rad

$$A_i=h\frac{c}{\lambda}-\frac{mv^2}{2}$$

Pošto fotoelektrični efekat prestaje pri onom naponu U pri kome je rad električnog polja eU jednak početnoj kinetičkoj energiji fotoelektrona, tj.

$$\frac{mv^2}{2}=eU$$

onda je

$$A_i=h\frac{c}{\lambda}-eU=0{,}85\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}=5{,}3\,\mathrm{eV}$$

pošto je $h=6{,}62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$, $c=3\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$, $\lambda=2{,}04\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$, $e=0{,}16\cdot 10^{-18}\,\mathrm{C}$, $U=0{,}8\,\mathrm{V}$.

b) U ovom slučaju je energija kvanta elektromagnetnog zračenja $h\nu_0$ baš tolika da elektroni napuštaju površinu metala bez kinetičke energije. Ovo znači da se energija kvanta elektromagnetnog zračenja $h\nu_0$ utroši samo na izbijanje elektrona, pa je

$$A_i=h\nu_0=h\frac{c}{\lambda_0}$$

odakle je najveća talasna dužina fotona elektromagnetnog zračenja koji još izaziva fotoelektrični efekat

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_i} = 230 \text{ nm}$$

što odgovara UV-zračenju.

1082. Ako je kinetička energija fotoelektrona ($mv^2/2$) jednaka ili manja od rada koji je potrebno utrošiti za savlađivanje električnih sila (eU), koje deluju suprotno od smera kretanja elektrona, doći će do zaustavljanja elektrona. Dakle, potrebno je da se zadovolji uslov

$$\frac{mv^2}{2} \leqslant eU$$

Na osnovu Ajnštajnove relacije za fotoelektrični efekat je

$$\frac{mv^2}{2} = h\frac{c}{\lambda} - A_i$$

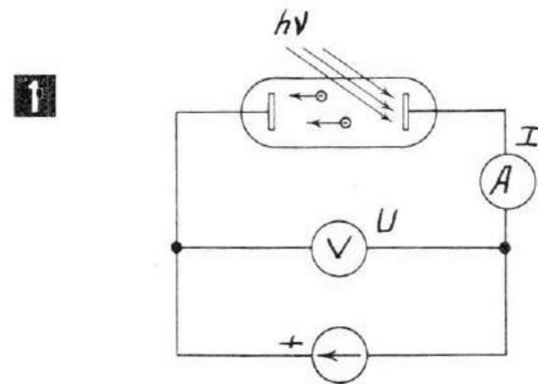
pa je potrebni zakočni napon

$$U \geqslant \frac{1}{e}\left(h\frac{c}{\lambda} - A_i\right) \approx 1{,}1 \text{ V}$$

pošto je $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $\lambda = 300$ nm $= 3 \cdot 10^{-7}$ m, $A_i = 2{,}98$ eV $= 2{,}98 \times 0{,}16 \cdot 10^{-18}$ J, $e = 0{,}16 \cdot 10^{-18}$ C.

1083. Na slici **1** dat je šematski prikaz uređaja za određivanje Plankove konstante. Ako je napon U (koji se meri voltmetrom) jednak naponu koji sprečava fotoelektrični efekat, onda nijedan fotoelektron emitovan sa katode neće stići na anodu, pa ampermetar neće skretati.

1



Elektroni neće dostizati anodu kada rad zakočnog električnog polja eU bude jednak ili veći od početne kinetičke energije elektrona, tj. kada je u graničnom slučaju

$$eU = \frac{mv^2}{2}$$

Na osnovu ovoga, Ajnštajnova relacija može da se napiše u obliku

$$h\nu = A + eU$$

pa je za dva data slučaja

$$h\nu_1 = A + eU_1$$

$$h\nu_2 = A + eU_2$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina po h dobija se da je Plankova konstanta

$$h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\nu_2 - \nu_1} = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

1084. Naelektrisanje svih emitovanih elektrona jednako je naelektrisanju kuglice. Dakle, $Ne = q$, pa je

$$N = \frac{q}{e}$$

Ako je φ potencijal kuglice pri kome prestaje emitovanje elektrona, onda je

$$q = 4\pi\varepsilon_0 r\varphi$$

pa potencijal φ može da se odredi na osnovu Ajnštajnove relacije za fotoelektrični efekat

$$h\nu = e\varphi + A_i$$

na osnovu koje je $N = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 r(h\nu - A_i)}{e^2}$, odnosno

$$N = \frac{4\pi\varepsilon_0 r\left(h\frac{c}{\lambda} - A_i\right)}{e^2} = 3{,}46 \cdot 10^{33}$$

3. TALASNA SVOJSTVA ČESTICA

1085. Talasna dužina čestice data je De Broljevom relacijom

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{6{,}62 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}} = 0{,}01 \text{ nm}$$

1086. $$\lambda = \frac{h}{m_p v} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}32 \text{ pm.}$$

1087. Iz De Broljeve relacije $\lambda = h/mv$ dobija se da je brzina elektrona

$$v = \frac{h}{m_0\lambda} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3{,}6 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1088. Kinetička energija elektrona E_k jednaka je radu električnih sila eU, tj.

$$E_k = eU$$

a pošto je

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

gde je $p=mv$ — impuls elektrona, to je

$$p=\sqrt{2mE_k}=\sqrt{2meU}$$

pa je tražena talasna dužina elektrona

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2meU}}=55\text{ pm}$$

jer je $h=6{,}62\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$, $m=9{,}1\cdot10^{-31}\text{ kg}$, $e=0{,}16\cdot10^{-18}\text{C}$, $U=500\text{V}$.

1089. $U=\dfrac{h^2}{2me\lambda^2}=820\text{V}$.

1090. a) Prema De Broljevoj relaciji, talasne dužine su:

$$\lambda_1=\frac{h}{m_1v}=\frac{6{,}62\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}{10^{-3}\text{ kg}\cdot11{,}2\cdot10^3\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}=5{,}9\cdot10^{-35}\text{ m}$$

$$\lambda_2=\frac{h}{m_2v}=\frac{6{,}62\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}{9{,}1\cdot10^{-31}\text{ kg}\cdot11{,}2\cdot10^3\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}=$$

$$=6{,}5\cdot10^{-8}\text{ m}$$

b) $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}=1{,}1\cdot10^{27}$.

1091. Pošto je $\lambda=h/p$ i $E_k=p^2/2m$, to je

$$E_k=\frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

Prema tome, potrebno povećanje kinetičke energije je

$$\Delta E_k=\frac{h^2}{2m}\left[\frac{1}{(\lambda/2)^2}-\frac{1}{\lambda^2}\right]=\frac{3h^2}{2m\lambda^2}=450\text{ eV}$$

pošto je $h=6{,}62\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$, $m=9{,}1\cdot10^{-31}\text{ kg}$, $\lambda=0{,}1\cdot10^{-9}\text{ m}$, $1\text{ eV}=0{,}16\cdot10^{-18}\text{ J}$.

1092. a) Ako se ne uzme u obzir zavisnost mase od brzine, onda je

$$\lambda_1=\frac{h}{m_0v}=\frac{6{,}62\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}{9{,}1\cdot10^{-31}\text{ kg}\cdot1\cdot10^8\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}=7{,}27\text{ pm}$$

b) Kada se uzme u obzir zavisnost mase od brzine

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

onda je

$$\lambda_2=\frac{h}{m_0v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\lambda_1\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=$$

$$=0{,}943\,\lambda_1=6{,}86\text{ pm}$$

Prema tome, primenom nerelativističke relacije $\lambda=h/mv$ za talasnu dužinu elektrona dobija se vrednost koja je za 6% veća od prave vrednosti.

1093. $\lambda=\dfrac{h}{m_pv}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=1\text{ fm}$.

ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

1. UVOD

1094. Atomska jedinica mase jednaka je masi 1/12 mase izotopa ugljenika $^{12}_{6}\text{C}$. Dakle,

$$1\text{ u}=\frac{1}{12}m_\text{C}$$

Pošto je molarna masa ugljenika $M_\text{C}=12{,}000\,00\cdot10^{-3}\text{ kg/mol}$ i pošto je broj atoma u toj količini supstancije jednak Avogadrovoj konstanti $N_A=6{,}022\cdot10^{23}\text{ 1/mol}$, onda je masa atoma ugljenika

$$m_\text{C}=\frac{M_\text{C}}{N_A}$$

pa je

$$1\text{ u}=\frac{1}{12}\frac{M_\text{C}}{N_A}=\frac{1}{12}\cdot\frac{12\cdot10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}}{6{,}022\cdot10^{23}\dfrac{1}{\text{mol}}}=$$

$$=1{,}661\cdot10^{-27}\text{ kg}$$

1095. $m=235{,}0439\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\text{ kg}=$

$=390{,}17\cdot10^{-27}\text{ kg}$.

1096. $m=26{,}55\cdot10^{-27}\text{ kg}$.

1097. Broj atoma N u količini supstancije $n=\dfrac{m}{M}$ je

$$N=nN_A=\frac{m}{M}N_A$$

Pošto je $M=m_a\cdot10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}=238{,}0508\times\times10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}$, to je

$$N=\frac{10^{-3}\text{ kg}}{238{,}0508\cdot10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\frac{1}{\text{mol}}=$$

$$=2{,}53\cdot10^{21}$$

1098. Elektronvolt je jedinica za energiju, koja je jednaka energiji koju pri prelasku potencijalne razlike od 1 V stekne čestica čije je naelektrisanje jednako naelektrisanju elektrona $e=0{,}16\,\text{aC}$. Prema tome,

$$1\,\text{eV}=0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{C}\cdot1\,\text{V}=0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{J}=$$

$$=0{,}16\,\text{aJ}$$

1099. Pošto je $1\,\text{eV}=0{,}16\,\text{aJ}$, tj. $1\,\text{aJ}=\dfrac{1}{0{,}16}\,\text{eV}$, to je

$$3{,}2\,\text{aJ}=3{,}2\cdot\frac{1}{0{,}16}\,\text{eV}=20\,\text{eV}$$

1100. Rastojanje na kome je sva kinetička energija α-čestica potpuno prešla u potencijalnu energiju je minimalno rastojanje na koje α-čestica može da se približi jezgru olova. Prema tome,

$$\frac{m_\alpha v^2}{2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze\cdot2e}{r_{\text{min}}}$$

gde je Ze — naelektrisanje jezgra olova, a $2e$ — naelektrisanje α-čestice. Iz prethodne relacije se dobija da je traženo najmanje rastojanje

$$r_{\text{min}}=\frac{Ze^2}{\pi\varepsilon_0 m_\alpha v^2}=$$

$$=\frac{82\cdot(0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{C})^2}{\pi\dfrac{1}{36\pi\cdot10^9}\dfrac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\cdot6{,}7\cdot10^{-27}\,\text{kg}\cdot\left(10^7\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}=$$

$$=0{,}112\,\text{pm}$$

1101. $E_k=1{,}2\cdot10^{-13}\,\text{eV}$.

1102. $r_{\text{min}}=0{,}345\,\text{pm}$.

1103. $r_1/r_j=105$ puta.

1104. Pošto se posle dostizanja minimalnog rastojanja čestice kreću istom brzinom, onda je

$$E_\alpha=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze\cdot2e}{r_{\text{min}}}+\frac{(m_\alpha+m_{\text{Be}})\,v^2}{2}\qquad(1)$$

Brzina v nalazi se iz zakona održanja impulsa, prema kome je

$$p_\alpha=(m_\alpha+m_{\text{Be}})\,v$$

a pošto je

$$p_\alpha{}^2=2m_\alpha E_\alpha,\ \text{odnosno}\ p_\alpha=\sqrt{2m_\alpha E_\alpha},$$

to je

$$v=\frac{\sqrt{2m_\alpha E_\alpha}}{m_\alpha+m_{\text{Be}}}$$

pa je prema relaciji (1)

$$E_\alpha=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze^2}{r_{\text{min}}}+\frac{m_\alpha E_\alpha}{m_\alpha+m_{\text{Be}}}$$

odnosno

$$r_{\text{min}}=\frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 E_\alpha}\left(1+\frac{m_\alpha}{m_{\text{Be}}}\right)=41{,}6\,\text{fm}$$

pošto je $Z=4$, $e=0{,}16\,\text{aC}=0{,}16\cdot10^{-18}\,\text{C}$, $\varepsilon_0=$ $=\dfrac{1}{36\pi\cdot10^9}\dfrac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$, $E=0{,}40\,\text{MeV}=64\cdot10^{-15}\,\text{J}$, $m_\alpha=6{,}64\cdot10^{-27}\,\text{kg}$, $m_{\text{Be}}=1{,}50\cdot10^{-26}\,\text{kg}$.

1105. $E_k=\dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1+\dfrac{m_p}{m_{\text{N}}}\right)=1{,}08\,\text{MeV}$.

1106. Neutralni atom i njegovo jezgro označavaju se istim simbolom

$${}^{A}_{Z}\text{X}$$

gde je X — oznaka elementa, Z — redni broj (atomski broj) elementa, A — maseni broj elementa. Redni broj Z je broj protona u jezgru, koji je jednak broju elektrona u omotaču neutralnog atoma. Maseni broj A jednak je broju nukleona (protona i neutrona) u jezgru. Brojna vrednost mase izotopa izražena u atomskim jedinicama mase (u), zaokrugljena na ceo broj, jednaka je masenom broju. Broj neutrona u jezgru jednak je razlici masenog broja A i broja protona Z, dakle

$$N_{\text{n}}=A-Z$$

Prema tome, jezgro urana ${}^{238}_{92}\text{U}$ sadrži: $Z=92$ protona i $N_{\text{n}}=238-92=146$ neutrona.

1107. a) 11 p, 12 n; b) 9 p, 10 n; c) 47 p, 61 n; d) 95 p, 148 n; e) 105 p, 148 n.

1108. ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ — 10 p, 10 n; ${}^{21}_{10}\text{Ne}$ — 10 p, 11 n; ${}^{22}_{10}\text{Ne}$ — 10 p, 12 n.

1109. Deuterijum ${}^{3}_{1}\text{H}$, litijum ${}^{7}_{3}\text{Li}$ i azot ${}^{15}_{7}\text{N}$.

1110. Broj atoma N kobalta u količini supstancije čija je masa $m=1$ g iznosi

$$N=\frac{m}{M}N_A=\frac{10^{-3}\,\text{kg}}{60\cdot10^{-3}\,\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\,\frac{1}{\text{mol}}\approx$$

$$\approx1\cdot10^{22}$$

Pošto svaki atom ${}^{60}_{27}\text{Co}$ sadrži $Z=27$ elektrona, $Z=27$ protona i $A-Z=60-27=33$ neutrona, onda je njihov broj u količini supstancije koja sadrži 10^{22} atoma:

$$N_{\text{e}}=27\cdot10^{22}\ \text{elektrona}$$

$$N_{\text{p}}=27\cdot10^{22}\ \text{protona}$$

$$N_{\text{n}}=33\cdot10^{22}\ \text{neutrona}$$

1111. $3{,}7\cdot10^{26}$; $3{,}6\cdot10^{26}$; $3{,}3\cdot10^{26}$; $3{,}0\cdot10^{26}$.

1112. Pošto je

$$N_n = \frac{mN_A}{M}(A-Z)$$

to je

$$m = \frac{MN_n}{(A-Z)N_A} =$$

$$= \frac{226 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 3{,}676 \cdot 10^{21}}{(226-88) \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\text{mol}}} = 10\,\mu\text{g}$$

1113. a) $r_U = 1{,}2\,\text{fm} \cdot \sqrt[3]{238} = 7{,}4\,\text{fm}$

$$r_C = 1{,}2\,\text{fm} \cdot \sqrt[3]{12} = 2{,}7\,\text{fm}$$

b) Gustina jezgra jednaka je odnosu njegove mase i zapremine, tj.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Masa atoma je praktično sva skoncentrisana u jezgru, pa je $m \approx 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot A$. Ako se pretpostavi da je jezgro sfernog oblika, onda je njegova zapremina

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 1{,}33\pi\left(1{,}2 \cdot 10^{-15}\,\text{m} \cdot \sqrt[3]{A}\right)^3$$

pa je gustina jezgra

$$\rho = \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}{1{,}33\pi \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-45}\,\text{m}^3} = 2{,}3 \cdot 10^{17}\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Pošto gustina jezgra ne zavisi od masenog broja, onda jezgra urana i ugljenika imaju jednaku gustinu, koja iznosi $2{,}3 \cdot 10^{17}\,\text{kg/m}^3$.

1114. Da bi gustina Sunca ρ_S postala jednaka gustini jezgra ρ_j, masa Sunca $m_S = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho_S$ trebalo bi da se skoncentriše u zapreminu $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, tako da je

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho_S = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_j$$

odakle se dobija da je

$$r = R\sqrt[3]{\frac{\rho_S}{\rho_j}} =$$

$$= 6{,}95 \cdot 10^8\,\text{m}\sqrt[3]{\frac{1{,}4 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3}{2{,}3 \cdot 10^{17}\,\text{kg/m}^3}} = 12{,}7\,\text{km}$$

2. BOROVA TEORIJA

1115. Prema III Borovom postulatu, smanjenje energije atoma jednako je energiji fotona. Dakle,

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{652 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} =$$

$$= 0{,}305 \cdot 10^{-18}\,\text{J} = 1{,}90\,\text{eV}$$

1116. $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} =$

$$= \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}53 \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-18}\,\text{J}} = 490\,\text{nm}.$$

1117. Energija atoma se poveća za

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = 2{,}56\,\text{eV}$$

1118. Prema Borovoj teoriji, elektron se oko jezgra atoma vodonika može kretati samo po diskretnim orbitama za koje je

$$mv_n r_n = n\hbar = n\frac{h}{2\pi} \tag{1}$$

gde je $mv_n r_n$ — moment impulsa elektrona na orbiti poluprečnika r_n, $\hbar$ i h — Plankova konstanta, $n = 1, 2, 3, \ldots$ — ceo broj.

Intenzitet Kulonove sile $\vec{F}_n$ kojom se privlače proton i elektron je

$$F_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}$$

Ova sila je centripetalna sila i ona primorava elektron da se kreće po kružnoj putanji. Ona elektronu saopštava centripetalno ubrzanje v_n^2/r_n, pa je prema II Njutnovom zakonu

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} \tag{2}$$

Deljenjem jednačina (1) i (2) dobija se da su moguće brzine elektrona

$$v_n = \frac{e^2}{2n\varepsilon_0 h} \tag{3}$$

dok se prema jednačinama (1) i (3) dobija da su poluprečnici diskretnih orbita elektrona

$$r_n = \frac{n^2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

Prema tome, na prve tri orbite atoma vodonika brzine elektrona su

$$v_1 = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} = \frac{(0{,}16 \cdot 10^{-18}\,\text{C})^2}{2\,\frac{1}{36\pi \cdot 10^9}\,\frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}} =$$

$$= 2{,}18 \cdot 10^6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2180\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v_2=\frac{e^2}{2\cdot 2\cdot \varepsilon_0 h}=\frac{v_1}{2}=1{,}09\cdot 10^6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}=1090\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v_3=\frac{e^2}{2\cdot 3\cdot \varepsilon_0 h}=\frac{v_1}{3}=7{,}3\cdot 10^5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}=730\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Poluprečnici prve tri orbite elektrona u atomu vodonika su

$$r_1=\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}=$$

$$=\frac{\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\,(6{,}62\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})^2}{3{,}14\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}\cdot(0{,}16\cdot 10^{-18}\,\text{C})^2}=$$

$$=0{,}053\text{ nm}$$

$$r_2=\frac{2^2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}=4r_1=0{,}21\text{ nm}$$

$$r_3=\frac{3^2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}=9r_1=0{,}48\text{ nm}$$

1119. Pošto je (v. zad. 1118)

$$v_n=\frac{e^2}{2n\varepsilon_0 h}$$

onda je

$$(E_k)_n=\frac{mv_n^2}{2}=\frac{1}{n^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$$

pa je

$$(E_k)_1=\frac{1}{1^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}=$$

$$=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}\cdot(0{,}16\cdot 10^{-18}\,\text{C})^4}{8\left(\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\right)^2(6{,}62\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})^2}=$$

$$=2{,}17\cdot 10^{-18}\,\text{J}=13{,}57\text{ eV}$$

$$(E_k)_2=\frac{1}{2^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}=\frac{E_{k,1}}{4}=0{,}54\cdot 10^{-18}\,\text{J}=3{,}39\text{eV}$$

$$(E_k)_3=\frac{1}{3^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}=\frac{E_{k,1}}{9}=0{,}24\cdot 10^{-18}\,\text{J}=1{,}51\text{eV}$$

Potencijalna energija elektrona je

$$(E_p)_n=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{(+e)(-e)}{r_n}=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$$

a pošto je

$$\frac{mv_n^2}{r_n}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r_n^2},\ \text{tj.}\ mv_n^2=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$$

to je

$$(E_p)_n=-mv_n^2=-2(E_k)_n$$

što znači da je potencijalna energija elektrona u sastavu atoma vodonika jednaka njegovoj dvostrukoj negativnoj kinetičkoj energiji.

Prema tome, potencijalne energije elektrona na prve tri orbite atoma vodonika su:

$$(E_p)_1=-2(E_k)_1=-27{,}14\text{ eV}$$

$$(E_p)_2=-2(E_k)_2=-6{,}78\text{ eV}$$

$$(E_p)_3=-2(E_k)_3=-3{,}02\text{ eV}$$

Ukupna energija elektrona jednaka je zbiru njegove kinetičke i potencijalne energije, tj.

$$E_n=(E_k)_n+(E_p)_n$$

a pošto je $(E_p)_n=-2(E_k)_n$, to je

$$E_n=-(E_k)_n=-\frac{2}{n^2}\,\frac{me^4}{\varepsilon_0^2 h^2}$$

Prema tome, ukupne energije elektrona su:

$$E_1=-(E_k)_1=-13{,}57\text{ eV}$$

$$E_2=-(E_k)_2=-3{,}39\text{ eV}$$

$$E_3=-(E_k)_3=-1{,}51\text{ eV}$$

1120. Na elektron u vodonikovom atomu deluje proton privlačnom silom intenziteta

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r_1^2}$$

gde je r_1 — poluprečnik 1. Borove orbite. Iz uslova koji određuju stacionarne orbite

$$\frac{mv_n^2}{r_n}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r_n^2}\quad\text{i}\quad mv_n r_n=n\,\frac{h}{2\pi}$$

dobija se da je poluprečnik 1. Borove orbite ($n=1$)

$$r_1=\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

pa je

$$F=\frac{\pi m^2 e^6}{4\varepsilon_0^3 h^4}=82\text{ nN}$$

1121. Na osnovu II Borovog postulata

$$mv_n r_n=n\,\frac{h}{2\pi}$$

dobija se da je za $n=2$ brzina elektrona na 2. orbiti

$$v_2=\frac{h}{\pi m r_2}$$

pa je ugaona brzina

$$\omega_2=\frac{v_2}{r_2}=\frac{h}{\pi m r_2^2}=5{,}25\cdot 10^{15}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

pošto je $h=6{,}62\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, $m=9{,}1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}$, $r_2=0{,}21\cdot 10^{-9}\,\text{m}$.

Period rotacije elektrona na 2. orbiti je

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=1{,}2\text{ fs}$$

1122. Ako su n i k kvantni brojevi orbita, onda su energije elektrona na njima, kao što je pokazano u zad. 1119

$$E_n=-\frac{1}{n^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}$$

$$E_k=-\frac{1}{k^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}$$

Energija koju je potrebno predati atomu da pređe sa n-te orbite na k-tu orbitu jednaka je razlici energija elektrona na tim orbitama, tj.

$$\Delta E=E_k-E_n=\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

a pošto je

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0h^2}=13{,}6\text{ eV}$$

jer je $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, $e=0{,}16\cdot10^{-18}$ C, $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\cdot10^9}\cdot\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$, $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s, onda se za $n=1$ i $k=2$ dobija da je

$$\Delta E=13{,}6\text{ eV}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=10{,}2\text{ eV}$$

1123. Prema II Borovom postulatu, energija emitovanog fotona jednaka je razlici energija elektrona na orbitama između kojih je izvršen prelazak. Prema tome,

$$E_f=\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

odnosno (v. zad. 1122)

$$E_f=13{,}6\text{ eV}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2}\right)=12{,}09\text{ eV}$$

1124. Energija jonizacije jednaka je energiji koja je potrebna za udaljavanje elektrona sa 1. orbite ($n=1$) u beskonačnost ($k\to\infty$). Prema tome, energija jonizacije se dobija iz relacije

$$\Delta E=13{,}6\text{ eV}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

ako se u nju uvede da je $n=1$ i $k\to\infty$, pa je

$$E_j=13{,}6\text{ eV}$$

1125. U ovom slučaju je $n=2$ i $k\to\infty$, pa je (v. zad. 1124)

$$E=13{,}6\text{ eV}\,\frac{1}{n^2}=3{,}4\text{ eV}$$

1126. Borova teorija je primenljiva i na jone koji su slični vodonikovom atomu ako imaju samo jedan elektron koji se kreće u električnom polju jezgra (čije je naelektrisanje Ze). U ovom slučaju uslovi koji određuju stacionarne orbite su

$$\frac{mv_n^2}{r_n^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze\cdot e}{r_n^2} \qquad (1)$$

$$mv_nr_n=n\frac{h}{2\pi} \qquad (2)$$

Deljenjem jednačina (1) i (2) dobija se da je

$$v_n=\frac{1}{n}\cdot\frac{Ze^2}{2\varepsilon_0h}$$

odnosno

$$r_n=n^2\frac{\varepsilon_0h^2}{\pi mZe^2}$$

Pošto je redni broj helijuma $Z=2$, onda poluprečnik 1. Borove orbite i brzina elektrona na njoj iznose

$$r_1=2{,}65\cdot10^{-11}\text{ m}=26{,}5\text{ pm}$$

$$v_1=4{,}37\cdot10^6\frac{\text{m}}{\text{s}}=4370\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

pošto je $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg i

$$\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\cdot10^9}\cdot\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}=0{,}16\cdot10^{-18}\text{ C}$$

1127. $r_2=7{,}06\cdot10^{-11}\text{ m}=70{,}6\text{ pm};$

$$v_2=3{,}28\cdot10^6\frac{\text{m}}{\text{s}}=3280\frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

1128. Energija elektrona jednaka je zbiru njegove potencijalne i kinetičke energije. Dakle,

$$E_n=E_p+E_k$$

Kako je potencijalna energija elektrona

$$E_p=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(+Ze)(-e)}{r_n}$$

a pošto je iz uslova za stacionarne orbite

$$\frac{mv_n^2}{r_n}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze^2}{r_n^2}$$

to je

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0r_n}=mv_n^2$$

odnosno

$$E_p=-mv_n^2$$

pa je

$$E_n=-mv_n^2+\frac{mv_n^2}{2}=-\frac{mv_n^2}{2} \qquad (1)$$

Brzina elektrona na n-toj orbiti (v. zad. 1126) je

$$v_n=\frac{1}{n}\cdot\frac{Ze^2}{2\varepsilon_0h}$$

pa će prema tome energija elektrona, na os-

novu relacije (1), da bude

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\cdot\frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2h^2} = -13{,}6\,\text{eV}$$

imajući u vidu da je $n=3$, $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, $Z=3$, $e=0{,}16\cdot10^{-18}$ C, $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\cdot10^9}\,\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$, $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s.

1129. $E=-2{,}17$ eV.

1130. Za prevođenje elektrona sa n-te na k-tu orbitu atomu je potrebno saopštiti energiju jednaku razlici energija elektrona na ovim orbitama. Prema tome (v. zad. 1128),

$$E_{n,k} = \frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

a pošto je

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2} = 13{,}6\,\text{eV}$$

to je

$$E_{n,k} = 13{,}6\,\text{eV}\cdot Z^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

odakle se za $n=1$, $k=4$, $Z=2$ dobija da je

$$E_{1,4} = 13{,}6\,\text{eV}\cdot 2^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{4^2}\right) = 51\,\text{eV}$$

1131. $E_{2,5}=25{,}7$ eV.

1132. Za $n=1$ i $k\to\infty$, prema prethodnom zadatku, dobija se da je energija jonizacije u ovom slučaju

$$E_j = E_{1,\infty} = 13{,}6\,\text{eV}\cdot Z^2$$

tj.

$$E_j = 3^2\cdot13{,}6\,\text{eV} = 122{,}4\,\text{eV}$$

1133. Prema II Borovom postulatu, energija emitovanog fotona jednaka je razlici energija koje ima elektron na orbitama između kojih je izvršen prelazak. Prema tome,

$$\frac{hc}{\lambda_{k,n}} = \frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

odnosno

$$\frac{1}{\lambda_{k,n}} = \frac{mZ^2e^4}{8c\varepsilon_0^2h^3}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

a pošto je Ridbergova konstanta

$$R = \frac{me^4}{8c\varepsilon_0^2h^3} = 1{,}10\cdot10^7\,\frac{1}{\text{m}}$$

to je

$$\frac{1}{\lambda_{k,n}} = Z^2R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

Kako je $Z=2$, $n=1$, $k=2$, to je

$$\frac{1}{\lambda_{2,1}} = 2^2\cdot1{,}1\cdot10^7\,\frac{1}{\text{m}}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right) = 3{,}30\cdot10^7\,\frac{1}{\text{m}}$$

odnosno $\lambda_{2,1}=30{,}3$ nm.

1134. Pošto je

$$\frac{1}{\lambda_{k,n}} = Z^2R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

energija emitovanog fotona je

$$E = \frac{hc}{\lambda_{k,n}} = Z^2Rhc\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right) =$$

$$= 3{,}69\cdot10^{-18}\,\text{J} = 23{,}0\,\text{eV}$$

jer je $Z=3$, $R=1{,}1\cdot10^7$ 1/m, $h=6{,}62\times\times10^{-34}$ J·s, $c=3\cdot10^8$ m/s, $n=2$, $k=4$.

1135. Pošto je

$$E_f = Z^2Rhc\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

onda je

$$\frac{1}{k^2} = \frac{1}{n^2}-\frac{E_f}{Z^2Rhc} = 0{,}112$$

pa je $k=2{,}99=3$, što znači da će elektron preći na 3. orbitu.

1136. Zbir energija emitovanih fotona jednak je razlici energija pobuđenog i osnovnog stanja atoma, tj.

$$\frac{hc}{\lambda_1}+\frac{hc}{\lambda_2} = Z^2Rhc\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

odnosno

$$\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2} = Z^2R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

pa je za $n=1$

$$\frac{1}{k^2} = 1-\frac{\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}}{Z^2R} = 0{,}039\,88$$

odakle je $k^2=25{,}07$, tj. $k=5{,}007$, što znači da je odgovarajući kvantni broj opisanog pobuđenog stanja 5.

1137. Pošto je energija emitovanog fotona jednaka promeni energije elektrona, onda je (v. zad. 1136)

$$\frac{hc}{\lambda_{k,n}} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

odnosno

$$\frac{1}{\lambda_{k,n}} = \frac{me^4}{8c\varepsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

gde je $R=\frac{me^4}{8c\varepsilon_0^2h^3}=1{,}10\cdot10^7\,\frac{1}{\text{m}}$ — Ridbergova konstanta, pa se prethodna relacija može napisati u obliku

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right) = 2{,}06\cdot10^6\,\frac{1}{\text{m}}$$

a pošto je u ovom slučaju $n=2$ i $k=4$, to je $\lambda_{4,2}=485$ nm.

1138. $\lambda_{3,2} = 654$ nm.

1139. Iz relacije

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2}\right)$$

dobija se redni broj orbite sa koje je izvršen prelazak

$$k = \sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}} = 4{,}998$$

a pošto on treba da bude ceo broj, onda je $k = 5$.

Iz uslova kojima su određene stacionarne orbite

$$\frac{mv_k^2}{r_k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$mv_k r_k = n\frac{h}{2\pi}$$

nalazi se da je poluprečnik 5. orbite

$$r_k = \frac{\varepsilon_0 k^2 h^2}{\pi m e^2} = 1{,}32 \text{ nm}$$

1140. $r_2 = 0{,}21$ nm.

1141. $r_3 = 9r_1$.

1142. $\lambda_{3,1} = 102{,}3$ nm, $\lambda_{3,2} = 654{,}5$ nm, $\lambda_{2,1} = 121{,}2$ nm.

1143. Kretanje elektrona po kružnoj putanji poluprečnika r u čijem se centru nalazi proton vrši se pod dejstvom centripetalne sile koja je jednaka Kulonovoj (električnoj) sili kojom proton privlači elektron, tj.

$$F_c = F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2}$$

Ova sila saopštava elektronu centripetalno ubrzanje v_n^2/r_n, pa je prema II Njutnovom zakonu

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r_n^2} \qquad (1)$$

S druge strane, prema II Borovom postulatu, elektron se kreće oko jezgra samo po određenim — stacionarnim orbitama čiji je poluprečnik r_n određen uslovom

$$mv_n r_n = n\hbar \qquad (2)$$

gde je $\hbar = h/2\pi = 1{,}05\cdot 10^{-34}$ J·s, $n = 1, 2, 3, \ldots$ — ceo broj.

Deljenjem relacija (1) i (2) dobija se da je brzina elektrona na n-toj orbiti

$$v_n = \frac{1}{n}\cdot\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar} = \frac{v_1}{n}$$

gde je

$$v_1 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar} = 2{,}19\cdot 10^6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

brzina elektrona na 1. orbiti. Pošto je ova brzina oko 10^2 puta manja od brzine svetlosti, za izračunavanje talasnih dužina može se uzeti nerelativistička De Broljeva relacija

$$\lambda_n = \frac{h}{mv_n} = \frac{h}{m\dfrac{v_1}{n}} = n\frac{h}{mv_1} = n\lambda_1$$

gde je $\lambda_1 = h/(mv_1)$ — talasna dužina elektrona na 1. orbiti. Prema tome, tražene talasne dužine su:

$$\lambda_1 = \frac{h}{mv_1} = \frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}\cdot 2{,}19\cdot 10^6\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 332 \text{ pm}$$

$$\lambda_2 = 2\lambda_1 = 664 \text{ pm}$$

$$\lambda_3 = 3\lambda_2 = 996 \text{ pm}$$

1144. Emitovanjem fotona, čiji je impuls $p_f = h\nu/c$, dolazi do uzmaka atoma u suprotnom smeru (kao što dolazi do uzmaka puške pri ispaljenju metka). Kinetička energija uzmaka atoma je

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

gde je p — impuls atoma posle emitovanja fotona, m — masa atoma. Prema zakonu održanja impulsa, impuls atoma jednak je impulsu fotona

$$p = \frac{E_f}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

pa je

$$E_k = \frac{E_f^2}{2mc^2} = 1{,}45\cdot 10^{-26}\,\text{J} = 9{,}1\cdot 10^{-8}\,\text{eV}$$

jer je $E_f = 13{,}06\,\text{eV} = 2{,}09\cdot 10^{-18}$ J, $c = 3\cdot 10^8$ m/s, $m = 1{,}008\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,\text{kg} = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg, a isto tako je $1\,\text{eV} = 0{,}16\cdot 10^{-18}$ J.

Pošto je

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

onda je

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = 4{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1145. Prelaskom elektrona sa 4. na 1. orbitu emituje se foton čiji je impuls $p_f = h\nu/c$. Prema zakonu održanja impulsa, impuls atoma jednak je impulsu fotona

$$p = p_f = \frac{h\nu}{c}$$

pa je energija uzmaka

$$E_k=\frac{p^2}{2m}=\frac{h^2\nu^2}{2mc^2}$$

gde je m — masa atoma.

Prema zakonu održanja energije, smanjenje energije atoma ΔE jednako je zbiru energije emitovanog fotona $h\nu$ i kinetičke energije uzmaka, tj.

$$\Delta E=h\nu+E_k=h\nu+\frac{h^2\nu^2}{2mc^2}$$

odnosno

$$\Delta E=h\nu\left(1+\frac{h\nu}{2mc^2}\right)$$

Pošto je energija fotona koje može da emituje atom vodonika manja od 13,6 eV, i pošto je $2mc^2\approx 1{,}9\cdot 10^9$ eV, to je

$$\frac{h\nu}{2mc^2}<\frac{13{,}6\,\text{eV}}{1{,}9\cdot 10^9\,\text{eV}}\ll 1$$

pa je $\Delta E=h\nu$ odnosno

$$E_k=\frac{\Delta E^2}{2mc^2} \qquad (1)$$

Prelaskom elektrona sa k-te na n-tu orbitu energija atoma se smanji za

$$\Delta E=13{,}6\,\text{eV}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)=$$

$$=12{,}75\,\text{eV}=2{,}04\cdot 10^{-18}\,\text{J}$$

pošto je $k=4$ i $n=1$, pa je energija uzmaka atoma prema relaciji (1)

$$E_k=\frac{(2{,}04\cdot 10^{-18}\,\text{J})^2}{2\cdot\left(3\cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,\text{kg}}=$$

$$=1{,}38\cdot 10^{-26}\,\text{J}=8{,}6\cdot 10^{-8}\,\text{eV}$$

1146. Pošto je

$$\Delta E=Z^2Rhc\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

to je za $n=1$ i $k=2$

$$\Delta E=\frac{3}{4}Z^2Rhc$$

pa je energija uzmaka (v. zad. 1145)

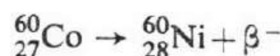
$$E_k=\frac{\Delta E^2}{2mc^2}=\frac{9}{32}\cdot\frac{Z^4R^2h^2}{m}=2{,}25\cdot 10^{-7}\,\text{eV}$$

3. RADIOAKTIVNOST

1147. Emisijom β^--čestice jezgro roditelj sa rednim brojem Z_1 pretvara se u jezgro sa rednim brojem $Z_2=(Z_1+1)$, pa je

$$Z_2=27+1=28$$

Element sa rednim brojem 28 je nikl $^{60}_{28}Ni$, pa se ovaj raspad može prikazati jednačinom



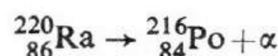
$$^{60}_{27}Co\rightarrow {}^{60}_{28}Ni+\beta^-$$

1148. Emisijom α-čestice od elementa čiji je redni broj Z_1, a maseni A_1 nastaje element čiji su redni i maseni broj

$$Z_2=Z_1-2=86-2=84$$

$$A_2=A_1-4=220-4=216$$

što znači da je nastali element polonijum $^{216}_{84}Po$, tj.



$$^{220}_{86}Ra\rightarrow {}^{216}_{84}Po+\alpha$$

1149. Pošto jezgro potomak ima isti maseni broj kao i jezgro roditelj, a njegov je redni broj manji za jedan, to znači da se emituje β^+-čestica (pozitron).

1150. Pošto se emisijom α-čestice redni broj elementa Z smanjuje za dva, a emisijom β^- čestice povećava za jedan, onda će redni broj novog elementa da bude

$$Z_2=Z_1-2n_\alpha+1n_{\beta-}$$

odnosno

$$Z_2=90-2\cdot 3+1\cdot 2=86$$

Maseni broj A se emisijom β^--čestice ne menja, dok se emisijom α-čestice smanjuje za 4, pa je

$$A_2=A_1-4n_\alpha=232-4\cdot 3=220$$

Prema tome, novonastali element je $^{220}_{86}Rn$.

1151. $^{226}_{88}Ra$.

1152. $^{206}_{82}Pb$.

1153. Pošto je

$$Z_2=Z_1-2n_\alpha+1n_{\beta-}$$

onda je

$$Z_1=Z_2+2n_\alpha-1n_{\beta-}=92+2\cdot 1-1\cdot 2=92$$

Maseni brojevi roditelja i potomka vezani su relacijom

$$A_2=A_1-4n_\alpha$$

odakle je

$$A_1=A_2+4n_\alpha=235+4\cdot 1=239$$

Prema tome, polazni element — element roditelj je uran $^{239}_{92}U$.

1154. Maseni brojevi i redni brojevi roditelja i potomka vezani su relacijama

$$A_2=A_1-4n_\alpha$$

$$Z_2=Z_1-2n_\alpha+1n_{\beta^-}$$

iz kojih se lako nalaze brojevi odgovarajućih raspada

$$n_\alpha=\frac{A_1-A_2}{4}=\frac{233-209}{4}=6$$

$$n_\beta=Z_2-Z_1+2n_\alpha=83-92+2\cdot 6=3$$

Prema tome, bilo je šest α- i tri β^-raspada.

1155. a) $n_\alpha=6$, $n_{\beta^-}=4$;

b) $n_\alpha=8$, $n_{\beta^-}=6$.

1156. Broj neraspadnutih jezgara N posle vremena t, prema zakonu radioaktivnog raspada, jeste

$$N=N_0 2^{-\frac{t}{T}}=10^6\cdot 2^{-\frac{T/3}{T}}=$$

$$=10^6\cdot 2^{-\frac{1}{3}}=79{,}4\cdot 10^4$$

1157. Pošto je broj neraspadnutih atoma

$$N=N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

onda je broj raspadnutih atoma

$$\Delta N=N_0-N=N_0\left(1-2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

pa je

$$\Delta N=10^{12}\left(1-2^{-\frac{2\text{ dana}}{5\text{ dana}}}\right)=24{,}2\cdot 10^{10}\text{ atoma}$$

1158. Vreme poluraspada i konstanta radioaktivnosti povezani su relacijom

$$\lambda T=\ln 2$$

odakle je

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T}=\frac{0{,}693}{8{,}64\cdot 10^5\text{s}}=8{,}02\cdot 10^{-7}\frac{1}{\text{s}}$$

1159. $\lambda=\frac{0{,}693}{T}=\frac{0{,}693}{900\text{ s}}=77\cdot 10^{-5}\frac{1}{\text{s}}$.

1160. a) $\lambda_1=\frac{0{,}693}{10^{-3}\text{ s}}=693\frac{1}{\text{s}}$;

b) $\lambda_2=\frac{0{,}693}{5{,}12\cdot 10^{10}\text{ s}}=13{,}5\cdot 10^{-12}\frac{1}{\text{s}}$.

1161. $T=\frac{0{,}693}{\lambda}=\frac{0{,}693}{1{,}16\cdot 10^{-3}\text{s}^{-1}}=$

$=597\text{ s}=10\text{ min}.$

1162. $T=\frac{0{,}693}{\lambda}=\frac{0{,}693}{1{,}28\cdot 10^{-5}\frac{1}{\text{s}}}=$

$=0{,}54\cdot 10^5\text{ s}=15\text{ h}.$

1163. Na osnovu zakona radioaktivnog raspada dobija se da je procenat neraspadnutih atoma

$$\frac{N}{N_0}=2^{-\frac{t_1}{T}}=2^{-\frac{3{,}6\cdot 10^3\text{s}}{6{,}9\cdot 10^5\text{s}}}=0{,}996=99{,}6\%$$

jer je $t_1=3600$ s.

Procenat raspadnutih atoma posle vremena $t_2=3\text{ h}=10{,}8\cdot 10^3$ s je

$$\frac{N_0-N}{N_0}=1-2^{-\frac{t_2}{T}}=0{,}011=1{,}1\%$$

1164. $\frac{N_0-N}{N_0}=1-2^{-\frac{t}{T}}=93{,}8\%$, jer je $t=$ $=60\text{ h}=216\cdot 10^3$ s.

1165. Prema zakonu radioaktivnog raspada, deo neraspadnutih atoma radioaktivnog uzorka dat je relacijom

$$\frac{N}{N_0}=2^{-\frac{t}{T}}$$

iz koje se posle logaritmovanja dobija da je

$$t=\frac{T\ln\frac{N_0}{N}}{\ln 2}=249\text{s}$$

pošto je $N/N_0=0{,}75$ i $\ln 2=0{,}693$.

1166. Pošto je početni broj atoma u uzorku

$$N_0=\frac{m}{M}N_A$$

gde je m — masa uzorka, M — molarna masa polonijuma, N_A — Avogadrova konstanta, broj raspadnutih atoma je $\Delta N=N_0-N$, tj.

$$\Delta N=N_0\left(1-2^{-\frac{t}{T}}\right)=\frac{mN_A}{M}\left(1-2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Brojna vrednost molarne mase je približno jednaka $M=A\cdot 10^{-3}$kg/mol, pa je

$$\Delta N=\frac{10^{-6}\text{ kg}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\frac{1}{\text{mol}}}{32\cdot 10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}\left(1-2^{-\frac{25{,}9\cdot 10^4\text{ s}}{1{,}24\cdot 10^6\text{ s}}}\right)=$$

$=2{,}54\cdot 10^{18}$ atoma

1167. Iz relacije za broj raspadnutih atoma

$$\Delta N = N_0\left(1-2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

dobija se da je

$$2^{-\frac{t}{T}} = 1-\frac{\Delta N}{N_0}$$

Logaritmovanjem ovog izraza dobija se da je

$$-\frac{t}{T}\ln 2 = \ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)$$

odakle je

$$t = -\frac{T\ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)}{\ln 2}$$

Pošto je $N_0 = m_0 N_A/M$ i $\Delta N = mN_A/M$, onda je

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{m}{m_0}$$

pa je

$$t = -\frac{T\ln\left(1-\frac{m}{m_0}\right)}{\ln 2} = 9{,}4\cdot 10^4\ \mathrm{s} \approx 26{,}2\ \mathrm{h}$$

1168. $m = m_0 2^{-\frac{t}{T}} = 20\ \mathrm{mg}\cdot 2^{-\frac{500\ \mathrm{s}}{600\ \mathrm{s}}} = 11{,}2\ \mathrm{mg}.$

1169. Ako se relacija za broj raspadnutih atoma

$$\Delta N = N_0\left(1-2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

napiše u obliku

$$2^{-\frac{t}{T}} = 1-\frac{\Delta N}{N_0}$$

i logaritmuje

$$-\frac{t}{T}\ln 2 = \ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)$$

dobija se da je traženi period poluraspada

$$T = -\frac{t\ln 2}{\ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)} = 2{,}15\ \text{dana}$$

jer je $t = 5$ dana, $\Delta N/N_0 = 0{,}80$.

1170. $t = 7{,}73$ h.

1171. a) $\frac{N_1}{N_0} = 2^{-\frac{t_1}{T}} = 40\%$;

b) $\frac{N_2}{N_0} = 2^{-\frac{t_2}{T}} = 16{,}1\%$.

1172. $T = -\frac{t\ln 2}{\ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)} =$

$$= -\frac{t\ln 2}{\ln\left(1-\frac{\Delta N\cdot M}{m_0 N_A}\right)} \approx 5\ \text{dana}$$

1173. $m = m_0 2^{-\frac{t}{T}} = 0{,}807\, m_0 = 80{,}8$ mg.

1174. Iz odnosa $\frac{m}{m_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$ nalazi se da je traženo vreme

$$t = -\frac{T\ln\frac{m}{m_0}}{\ln 2} = 11{,}2\ \text{godina}$$

1175. Aktivnost uzorka jednaka je broju raspadnutih jezgara u toku jediničnog vremena

$$\mathcal{A} = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{-2500}{10\ \mathrm{s}} = 250\ \mathrm{Bq}$$

1176. Ako je vremenski interval Δt mnogo manji od perioda poluraspada (tj. $\Delta t \ll T$), onda je

$$\Delta N = \mathcal{A}\Delta t = 30\ \mathrm{Bq}\cdot 5\ \mathrm{s} = 150$$

1177. Aktivnost uzorka jednaka je proizvodu broja atoma i konstante radioaktivnog raspada

$$\mathcal{A} = \lambda N$$

a pošto je $\lambda = \ln 2/T$, to je

$$\mathcal{A} = \frac{N\ln 2}{T} = \frac{10^{10}\cdot 0{,}693}{8{,}64\cdot 10^5\ \mathrm{s}} = 8{,}02\ \mathrm{kBq}$$

1178. Pošto je

$$\mathcal{A} = \frac{N\ln 2}{T}$$

traženi period poluraspada je

$$T = \frac{N\ln 2}{\mathcal{A}} = \frac{10^8\cdot 0{,}693}{100{,}4\ \mathrm{Bq}} = 6{,}9\cdot 10^5\ \mathrm{s}$$

1179. Kako je

$$\mathcal{A} = \frac{N\ln 2}{T}$$

traženi broj atoma je

$$N = \frac{\mathcal{A}T}{\ln 2} = \frac{10\ \mathrm{Bq}\cdot 1{,}7\cdot 10^8\ \mathrm{s}}{0{,}693} = 2{,}45\cdot 10^9$$

1180. Pošto je broj atoma u uzorku

$$N=\frac{m}{M}N_A$$

onda je njegova aktivnost

$$\mathcal{A}=\frac{N\ln 2}{T}=\frac{mN_A\ln 2}{MT}$$

odnosno

$$\mathcal{A}=\frac{0{,}1\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\frac{1}{\mathrm{mol}}\cdot 0{,}693}{238\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}\cdot 1{,}4\cdot 10^{17}\,\mathrm{s}}=$$

$$=1{,}25\ \mathrm{kBq}$$

1181. Broj emitovanih α-čestica jednak je proizvodu aktivnosti $\mathcal{A}$ i vremenskog intervala Δt, tj.

$$\Delta N=\mathcal{A}\Delta t$$

a pošto je

$$\mathcal{A}=\frac{mN_A\ln 2}{MT}$$

to je

$$\Delta N=\frac{mN_A\ln 2}{MT}\Delta t=410^5$$

jer je $m=0{,}001$ kg, $N_A=6{,}02\cdot 10^{23}$ 1/mol, $M=0{,}232$ kg/mol, $T=1{,}39\cdot 10^{10}$ godina $=1{,}39\times 10^{10}\cdot 365\cdot 86\,400$ s $=4{,}38\cdot 10^{17}$ s, $\Delta t=1$ s.

1182. $m=\dfrac{\mathcal{A}MT}{N_A\ln 2}=0{,}998\ \mathrm{kg}\approx 1\ \mathrm{kg}.$

1183. Ako je $\mathcal{A}_0$ aktivnost uzorka u početnom trenutku, a $\mathcal{A}$ — u nekom trenutku t, onda je procentno smanjenje aktivnosti uzorka

$$\frac{\Delta\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}=\frac{\mathcal{A}_0-\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}=1-\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}$$

Pošto aktivnost uzorka opada tokom vremena po zakonu

$$\mathcal{A}=\mathcal{A}_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

to je

$$\frac{\Delta\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}=1-2^{-\frac{t}{T}}=1-2^{-\frac{4T}{T}}=93{,}8\,\%$$

1184. Iz relacije $\mathcal{A}=\mathcal{A}_0 2^{-\frac{t}{T}}$ nalazi se da je $\dfrac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}}=2^{\frac{t}{T}}$, tj. $256=2^{\frac{t}{T}}$, ili $2^8=2^{\frac{t}{T}}$, odakle je $t=8T$.

1185. Iz relacije $\mathcal{A}=\mathcal{A}_0 2^{-\frac{t}{T}}$ nalazi se da je $\dfrac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}}=2^{\frac{t}{T}}$, tj. $2^4=2^{\frac{t}{T}}$, pa je

$$T=\frac{t}{4}=\frac{24\ \mathrm{h}}{4}=6\ \mathrm{h}$$

1186. Pošto je početna aktivnost uzorka

$$\mathcal{A}_0=\frac{N_0\ln 2}{T}=\frac{m_0N_A\ln 2}{MT}$$

jer je $N_0=m_0N_A/M$, to je tražena aktivnost

$$\mathcal{A}=\frac{m_0N_A\ln 2}{MT}\cdot 2^{-\frac{t}{T}}=0{,}51\ \mathrm{PBq}$$

1187. Iz relacije $\mathcal{A}=\mathcal{A}_0 2^{-\frac{t}{T}}$ nalazi se da je $\dfrac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}}=2^{\frac{t}{T}}$, tj. $2^6=2^{\frac{t}{T}}$, pa je

$$t=6T=39{,}0\cdot 10^6\ \mathrm{s}=1{,}24\ \text{godina}$$

1188. $\dfrac{\Delta\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}=1-2^{-\frac{t}{T}}=0{,}39=39\,\%.$

4. ENERGIJA VEZE

1189. Energija koja odgovara masi m data je Ajnštajnovom relacijom

$$E=mc^2$$

Prema tome, masi $m=1$ kg odgovaraće energija

$$E=1\ \mathrm{kg}\cdot\left(3\cdot 10^8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2=9\cdot 10^{16}\ \mathrm{J}$$

a pošto je $1\ \mathrm{eV}=1{,}602\cdot 10^{-19}$ J, onda je

$$E=5{,}62\cdot 10^{35}\ \mathrm{eV}=5{,}62\cdot 10^{29}\ \mathrm{MeV}$$

1190. $E=81{,}9\cdot 10^{-15}\ \mathrm{J}=0{,}51\ \mathrm{MeV}.$

1191. $E=0{,}94\ \mathrm{GeV}.$

1192. Pošto je $1\ \mathrm{u}=1{,}660\,56\cdot 10^{-27}$ kg, to je

$$E=mc^2=12\cdot 1{,}66056\cdot 10^{-27}\mathrm{kg}\cdot\left(3\cdot 10^8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2=$$

$$=1{,}79\cdot 10^{-9}\ \mathrm{J}=11{,}2\ \mathrm{GeV}$$

1193. $E=221{,}7\ \mathrm{GeV}.$

1194. Pošto je $1\ \mathrm{u}=1{,}660\,56\cdot 10^{-27}$ kg i $c=2{,}997\,92\cdot 10^8$ m/s, to je

$$E=14{,}9243\cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}=$$

$$=931{,}495\ \mathrm{MeV}\approx 931{,}5\ \mathrm{MeV}$$

jer je $1\ \mathrm{eV}=1{,}602\,19\cdot 10^{-19}$ J.

1195. Masa neutralnog atoma helijuma jednaka je zbiru mase jezgra ${}_{2}^{4}He$ i mase dva elektrona, tj.

$$M_{He} = m_{He} + 2m_e = 4{,}001\,50\ u + 2 \cdot 0{,}000\,55\ u = $$
$$= 4{,}002\,60\ u$$

jer je $m_e = 0{,}000\,55$ u. Pri tome, masa koja odgovara energiji veze elektrona i jezgra zanemarljiva je u odnosu na masu elektrona.

1196. Pošto je masa jezgra jednaka razlici mase neutralnog atoma i mase njegovih elektrona, to je

$$m_H = M_H - m_e = 2{,}014\,10\ u - 0{,}000\,55\ u = $$
$$= 2{,}013\,55\ u$$

$$m_{Li} = M_{Li} - 3m_e = 6{,}015\,13\ u - 3 \cdot 0{,}000\,55\ u = $$
$$= 6{,}013\,48\ u$$

$$m_C = 11{,}996\,70\ u$$

1197. $M_{Li^+} = 7{,}015\,46$ u;

$M_{Li^{2+}} = 7{,}014\,91$ u;

$M_{Li^{3+}} = 7{,}014\,36$ u.

1198. Masa koja odgovara energiji veze od 13,6 eV jednaka je defektu mase atoma vodonika, a on je jednak zbiru mase protona i elektrona umanjenom za masu atoma vodonika, tj.

$$\Delta m = \frac{E}{931{,}5 \frac{\text{Mev}}{\text{u}}} = \frac{13{,}6\ \text{eV}}{931{,}5 \cdot 10^6 \frac{\text{eV}}{\text{u}}} = 1{,}46 \cdot 10^{-8}\ \text{u}$$

što je za oko 2 reda veličine manje od greške određivanja mase čestica savremenim metodama (koja iznosi oko $1 \cdot 10^{-6}$ u). Prema tome, masa atoma vodonika je, praktično, jednaka zbiru mase jezgra (protona) i mase elektrona.

Kod težih atoma energija veze elektronskog omotača sa jezgrom dostiže vrednost desetih delova MeV. Međutim, kako je energija veze teških jezgara blizu $1{,}9 \cdot 10^3$ MeV, onda i kod ovih jezgara može da se zanemari energija veze jezgra i elektronskog omotača, pa prema tome i odgovarajući defekt mase. To znači da je masa neutralnog atoma, praktično, jednaka zbiru mase jezgra i mase elektronskog omotača, tj.

$$M_a = m_j + Zm_e$$

odakle je masa jezgra

$$m_j = M_a - Zm_e$$

1199. Energija veze jezgra je energija potrebna da bi se jezgro izdelilo na sastavne nukleone ne saopštavajući im nikakvu kinetičku energiju. Energija veze jezgra jednaka je energiji koja odgovara defektu mase jezgra, tj.

$$E_v = \Delta m \cdot c^2$$

Defektom mase jezgra naziva se razlika ukupne mase slobodnih nukleona u sastavu jezgra i mase jezgra. Pošto jezgro ima Z protona i $(A-Z)$ neutrona, onda je defekt mase jezgra

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)\,m_n - m_j$$

gde je m_p — masa protona, m_n — masa neutrona, m_j — masa jezgra. Masa jezgra jednaka je razlici mase neutralnog atoma i mase njegovih elektrona, tj.

$$m_j = M_a - Zm_e$$

pa je

$$\Delta m = Z\,(m_p + m_e) + (A-Z)\,m_n - M_a$$

a pošto je

$$m_p + m_e = M_H$$

to je

$$\Delta m = ZM_H + (A-Z)\,m_n - M_a$$

Prema tome, energija veze jezgra izračunava se na osnovu relacije

$$E_v = [(ZM_H + (A-Z)\,m_n - M_a]\,c^2$$

Pošto jednoj atomskoj jedinici mase odgovara energija od 931,5 MeV, onda u slučaju da se mase izražavaju u atomskim jedinicama prethodna relacija može da se napiše u obliku

$$E_v = [(ZM_H + (A-Z)\,m_n - M_a] \cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}$$

Pošto je $M_H = 1{,}007\,82$ u, $m_n = 1{,}008\,66$ u, $M_a = 2{,}014\,10$ u, $Z = 1$, $A = 2$, to je

$$E_v = [1 \cdot 1{,}007\,82\ u + (2-1) \cdot 1{,}008\,66\ u -$$
$$- 2{,}014\,10\ u] \cdot 931{,}5\ \text{MeV/u} = 2{,}22\ \text{MeV}$$

1200. $E_v = 225$ MeV.

1201. Energija veze po jednom nukleonu, tj. specifična energija veze, jednaka je odnosu energije veze i broja nukleona A u jezgru, dakle

$$\varepsilon_v = \frac{E_v}{A}$$

Pošto je $A = 16$, to je

$$E_v = [8 \cdot 1{,}007\,82\ u + (16-8) \cdot 1{,}008\,66\ u -$$
$$- 15{,}994\,92] \cdot 931{,}5\ \text{MeV} = $$
$$= 0{,}136\,92\ u \cdot 931{,}5\ \text{MeV/u} = 127{,}5\ \text{MeV}$$

odnosno

$$\varepsilon_v = \frac{127{,}5\ \text{MeV}}{16} = 7{,}97\ \text{MeV}$$

1202. a) $\varepsilon_v = 6{,}45$ MeV;

b) $\varepsilon_v = 8{,}56$ MeV;

c) $\varepsilon_v = 7{,}90$ MeV.

1203. Pošto je energija veze urana $^{238}_{92}U$ (1804 MeV) veća od energije veze urana $^{235}_{92}U$ (1786 MeV), to je uran $^{238}_{92}U$ stabilniji.

1204. Pošto je

$$\Delta m = ZM_H + (A-Z)\,m_n - M_a$$

to je

$$M_a = ZM_H + (A-Z)\,m_n - \Delta m = 15{,}000\ 11\ u$$

1205. $M_a = 3{,}016\ 05$ u.

1206. Prilikom obrazovanja jezgra atoma helijuma spajanjem dva protona sa dva neutrona oslobodila bi se energija jednaka energiji veze jezgra, tj.

$$E_1 = E_v = [ZM_H + (A-Z)\,m_n - M_{He}]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

a pošto je broj atoma u količini supstancije čija je masa m

$$n = \frac{m}{10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}\cdot A}\,N_A$$

onda bi oslobođena energija bila

$$E = nE_1 =$$

$$= \frac{931{,}5\ \dfrac{\text{MeV}}{\text{u}}\cdot mN_A}{10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}\cdot A}\,[ZM_H + (A-Z)m_n - M_{He}] =$$

$$= 4{,}26\cdot 10^{24}\ \text{MeV} = 682\ \text{GJ}$$

1207. $E = 514$ GJ.

1208. Odvajanjem neutrona $\left(^1_0n\right)$ smanjuje se broj nukleona za jedan, dok broj protona ostaje nepromenjen, pa se dobija jezgro $^{22}_{11}Na$. Jezgro $^{23}_{11}Na$ može da se shvati kao složeno jezgro koje se sastoji od jezgra $^{22}_{11}Na$ i neutrona. Prema tome, energija odvajanja neutrona jednaka je energiji veze neutrona sa jezgrom $^{22}_{11}Na$. Ta energija je jednaka energiji koja odgovara defektu mase

$$\Delta m = \left(m_{^{22}_{11}Na} + m_n - m_{^{23}_{11}Na}\right)$$

Pošto je masa jezgra jednaka razlici mase neutralnog atoma i mase njegovih elektrona u omotaču ($m = M - Zm_e$), to je

$$m_{^{22}_{11}Na} = M_{^{22}_{11}Na} - 11m_e,\quad m_{^{23}_{11}Na} = M_{^{23}_{11}Na} - 11m_e$$

pa je

$$\Delta m = M_{^{22}_{11}Na} + m_n - M_{^{23}_{11}Na} =$$

$$= (21{,}994\ 44 + 1{,}008\ 67 - 22{,}989\ 77)\ \text{u} =$$

$$= 0{,}013\ 34\ \text{u}$$

Prema tome, energija potrebna za odvajanje jednog neutrona iz jezgra $^{23}_{11}Na$ iznosi

$$E = 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}\ 0{,}013\ 34\ \text{u} = 12{,}43\ \text{MeV}$$

1209. $E = 4{,}14$ MeV.

1210. a) $E_p = 8{,}05$ MeV; b) $E_n = 10{,}6$ MeV.

1211. Deobom helijuma na dva dela dobiće se dva deuterona ^2_1H, pa je energija potrebna za njihovo nastajanje jednaka energiji veze deuterona u jezgru helijuma. Naime,

$$\Delta E = 931{,}5\frac{\text{MeV}}{\text{u}}\ (2m_H - m_{He}) =$$

$$= 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}\ (2M_H - M_{He})$$

jer je $m_H = M_H - m_e$ i $m_{He} = M_{He} - 2m_e$. Prema tome,

$$\Delta E = 931{,}5\frac{\text{MeV}}{\text{u}}\ (2\cdot 2{,}014\ 10\ \text{u} - 4{,}002\ 60\ \text{u}) =$$

$$= 23{,}84\ \text{MeV}$$

1212. $E = 7{,}26$ MeV.

1213. $E = 76{,}2$ MeV.

1214. a) Deobom jezgra ^6_4Be na dva jednaka dela dobila bi se dva jezgra atoma ^3_2He. Energija potrebna za ovu deobu jednaka je energiji veze ovih delova u ^6_2Be. Prema tome,

$$\Delta m = 2m_{He} - m_{Be} =$$

$$= 2\,(M_{He} - 2m_e) - (M_{Be} - 4m_e) =$$

$$= 2M_{He} - M_{Be}$$

gde je $M_{He} = 3{,}016\ 03$ u — masa atoma ^3_2He, a $M_{Be} = 6{,}019\ 78$ u — masa atoma ^6_4Be. Energija koja odgovara ovom defektu mase je energija koju je potrebno utrošiti da bi se jezgro ^6_4Be podelilo na dva jednaka dela. Dakle,

$$\Delta E = 931{,}5\frac{\text{MeV}}{\text{u}}\ (2\cdot 3{,}016\ 03 - 6{,}019\ 78)\ \text{u} =$$

$$= 11{,}4\ \text{MeV}$$

b) Energija potrebna da bi se jezgro ${}^{6}_{4}Be$ podelilo na nukleone jednaka je energiji veze jezgra, tj.

$$\Delta E = 931{,}5\,\frac{\text{MeV}}{\text{u}} \times$$

$$\times\left[ZM_{{}^{1}_{1}H}+(A-Z)m_n-M_{{}^{6}_{4}Be}\right]=$$

$$=931{,}5\,\frac{\text{MeV}}{\text{u}}\,[4\cdot 1{,}007\,82+(6-4)\cdot 1{,}008\,66-$$

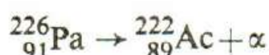
$$-6{,}019\,78]\ \text{u}=26{,}8\ \text{MeV}$$

1215. Energija radioaktivnog raspada, ili energijski efekat radioaktivnog raspada, jednak je energiji koja odgovara razlici mase jezgra roditelja i zbira masa jezgra potomka i emitovanih čestica, tj.

$$Q=(m-\Sigma\, m')\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}$$

gde mase m i m' treba izraziti u atomskim jedinicama mase (u).

Prema tome, energija raspada paladijuma



$${}^{226}_{91}Pa \rightarrow {}^{222}_{89}Ac+\alpha$$

iznosi

$$Q=(m_{Pa}-m_{Ac}-m_{\alpha})\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$

$$=[(M_{Pa}-91\,m_e)-(M_{Ac}-89m_e)-$$

$$-m_{\alpha}]\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$

$$=[M_{Pa}-M_{Ac}-(m_{\alpha}+2m_e)]\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}$$

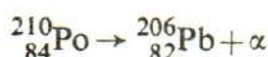
Pošto je $\alpha+2e={}^{4}_{2}H$, to je $m_{\alpha}+2m_e=$ $=m_{He}$, pa je

$$Q=(M_{Pa}-M_{Ac}-m_{He})\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$

$$=(226{,}027\,80\,\text{u}-222{,}017\,75\ \text{u}-4{,}002\,60\ \text{u})\times$$

$$\times\ 931{,}5\ \text{MeV/u}=6{,}94\ \text{MeV}$$

1216. Produkti raspada polonijuma



$${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb+\alpha$$

su atom olova i α-čestica, a pošto je jezgro roditelj mirovalo, onda je energijski efekat raspada jednak zbiru kinetičkih energija olova i α-čestice, tj.

$$Q=E_{k_{\alpha}}+E_{k_{Pb}} \qquad (1)$$

Pošto je jezgro roditelj mirovalo ($p=0$), onda prema zakonu održanja impulsa — impuls produkata raspada mora da bude jednak nuli, što znači da je

$$p_{\alpha}=p_{Pb}$$

Između impulsa i kinetičke energije u nerelativističkom slučaju postoji veza $p=\sqrt{2mE_k}$, pa je

$$\sqrt{2m_{\alpha}E_{k_{\alpha}}}=\sqrt{2M_{Pb}E_{k_{Pb}}}$$

odnosno

$$E_{k_{\alpha}}=\frac{M_{Pb}}{m_{\alpha}}E_{k_{Pb}} \qquad (3)$$

Smenom ovog izraza u relaciju (1) dobija se da je

$$E_{k_{Pb}}\left(1+\frac{M_{Pb}}{m_{\alpha}}\right)=Q$$

odakle je

$$E_{k_{Pb}}=\frac{Q}{1+\dfrac{M_{Pb}}{m_{\alpha}}} \qquad (4)$$

pa je prema relacijama (3) i (4)

$$E_{k_{\alpha}}=\frac{Q}{1+\dfrac{m_{\alpha}}{M_{Pb}}} \qquad (5)$$

Energijski efekat raspada polonijuma je

$$Q=(M_{Po}-M_{Pb}-m_{He})\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$

$$=209{,}982\,97\ \text{u}-205{,}974\,45\ \text{u}-$$

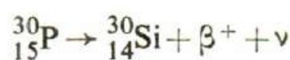
$$-4{,}002\,60\ \text{u})\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=5{,}52\ \text{MeV}$$

Prema tome, ako se mase atoma produkata zaokruže na cele brojeve, onda je

$$E_{k_{Pb}}=\frac{5{,}52\ \text{MeV}}{1+\dfrac{206\ \text{u}}{4\ \text{u}}}=0{,}105\ \text{MeV}$$

$$E_{k_{\alpha}}=\frac{5{,}52\ \text{MeV}}{1+\dfrac{4\ \text{u}}{206\ \text{u}}}=5{,}409\ \text{MeV}$$

1217. Energija raspada



$${}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si+\beta^{+}+\nu$$

je

$$Q=[(M_P-49\,m_e)-(M_{Si}-48\,m_e)-$$

$$-m_e]\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}$$

jer je masa mirovanja neutrina (ν) jednaka nuli, pa je

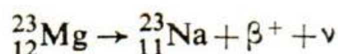
$$Q=(M_P-M_{Si}-2m_e)\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$

$$=(29{,}978\,32\ \text{u}-29{,}973\,76\ \text{u}-$$

$$-2\cdot 0{,}000\,55\ \text{u})\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$

$$=3{,}22\ \text{MeV}$$

1218. Energijski efekat raspada



$$^{23}_{12}Mg \rightarrow ^{23}_{11}Na + \beta^+ + \nu$$

iznosi

$$Q = [(M_{Mg} - 12\, m_e) - (M_{Na} - 11\, m_e) - m_e] \times$$
$$\times\, 931{,}5 \text{ MeV/u} =$$
$$= (M_{Mg} - M_{Na} - 2 m_e) \cdot 931{,}5 \text{ MeV/u} =$$
$$= (22{,}994\,14 \text{ u} - 22{,}989\,77 \text{ u} - 2 \cdot 0{,}000\,55 \text{ u}) \times$$
$$\times\, 931{,}5 \text{ MeV/u} = 3{,}05 \text{ MeV}$$

Pošto je prema uslovima zadatka $E_{k_{Na}} = 0$, to je

$$Q = E_{k_\nu} + E_{k_{\beta^+}}$$

odakle je

$$E_{k_\nu} = Q - E_{k_{\beta^+}} = 3{,}05 \text{ MeV} - 2{,}5 \text{ MeV} =$$
$$= 0{,}55 \text{ MeV}$$

1219. Radioaktivni raspad ugljenika $^{15}_{6}C$ može da se prikaže relacijom



$$^{15}_{6}C \rightarrow ^{15}_{7}N + \beta^- + \tilde{\nu}$$

gde je $\tilde{\nu}$ — antineutrino čija je masa mirovanja jednaka nuli.

Energijski efekat ovog raspada je

$$Q = [(M_C - 6 m_e) - (M_N - 7 m_e) - m_e] \times$$
$$\times\, 931{,}5 \text{ MeV/u} = (M_C - M_N) \times$$
$$\times\, 931{,}5 \text{ MeV/u} =$$
$$= (15{,}010\,60 \text{ u} - 15{,}000\,11 \text{ u} \times$$
$$\times\, 931{,}5 \text{ MeV/u} = 9{,}8 \text{ MeV}$$

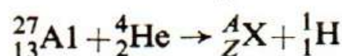
1220. $Q = 0{,}156$ MeV.

1221. $Q = 1{,}20$ MeV.

1222. $K_{\tilde{\nu}} = 0{,}88$ MeV

5. NUKLEARNE REAKCIJE

1223. U svakoj nuklearnoj reakciji održava se ukupan broj nukleona i količina naelektrisanja. Prema tome, u reakciji



$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{1}_{1}H$$

treba da bude

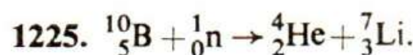
$$27 + 4 = A + 1$$
$$13 + 2 = Z + 1$$

Iz ovih jednačina se lako nalazi da je $A = 30$ i $Z = 14$, što znači da je drugi produkt ove reakcije silicijum $^{30}_{14}Si$.

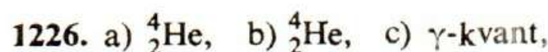
1224. Na osnovu zakona održanja broja nukleona i naelektrisanja

$$14 + 4 = 17 + A$$
$$6 + 2 = 8 + Z$$

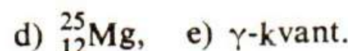
dobija se da je $A = 1$ i $Z = 0$, pa je, prema tome, nepoznata čestica neutron $^{1}_{0}n$.



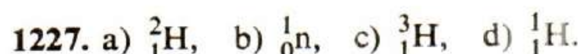
1225. $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{7}_{3}Li$.



1226. a) $^{4}_{2}He$, b) $^{4}_{2}He$, c) γ-kvant,



d) $^{25}_{12}Mg$, e) γ-kvant.



1227. a) $^{2}_{1}H$, b) $^{1}_{0}n$, c) $^{3}_{1}H$, d) $^{1}_{1}H$.

1228. Energija koja se oslobađa u nuklearnoj reakciji naziva se energija nuklearne reakcije, ili energijski efekat nuklearne reakcije Q. Ta energija je jednaka razlici ukupne kinetičke energije nastalih čestica i ukupne kinetičke energije polaznih čestica. Prema tome, ako su E_{k1} i E_{k2} — kinetičke energije polaznih čestica (jezgra — mete i upadne čestice), a E_{k3} i E_{k4} — kinetičke energije nastalih čestica, onda je energija reakcije

$$Q = (E_{k3} + E_{k4}) - (E_{k1} + E_{k2}) \qquad (1)$$

Ova energija je jednaka energiji defekta mase reakcije, tj. razlici zbira mase jezgramete i mase upadne čestice i zbira mase nastalog jezgra i mase nastale čestice. Prema tome,

$$Q = [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)] \cdot 931{,}5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \qquad (2)$$

gde mase m_1, m_2, m_3, m_4 treba izraziti u atomskim jedinicama mase (u).

Ako su Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 — redni brojevi odgovarajućih čestica, a M_1, M_2, M_3, M_4 — mase odgovarajućih atoma, onda je

$$Q = [(M_1 - Z_1 m_e) + (M_2 - Z_2 m_e) - (M_3 - Z_3 m_e) -$$
$$-(M_4 - Z_4 m_e)] \cdot 931{,}5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

gde je m_e — masa elektrona. Sređivanjem prethodne relacije dobija se da je

$$Q = [(M_1 + M_2) - (M_3 + M_4) - m_e(Z_1 + Z_2) +$$
$$+ m_e(Z_3 + Z_4)] \cdot 931{,}5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

pa pošto je prema zakonu održanja naelektrisanja

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

onda je

$$Q = [(M_1 + M_2) - (M_3 + M_4)] \cdot 931{,}5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \qquad (3)$$

što znači da je za izračunavanje energije reakcije po relaciji (3) potrebno poznavati mase atoma odgovarajućih jezgara i čestica.

Prema tome, tražena energija reakcije biće

$$Q=[(M_B+m_n)-(M_{Li}+M_{He})]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}=$$
$$=2{,}8\ \text{MeV}$$

pošto je $M_B=10{,}012\ 94$ u, $m_n=1{,}008\ 67$ u, $M_{Li}=7{,}016\ 01$ u, $M_{He}=4{,}002\ 60$ u, što se nalazi iz tablica na kraju zbirke.

1229. $Q=17{,}9$ MeV.

1230. a) $Q=17{,}6$ MeV; b) $Q=5{,}0$ MeV.

1231. Pri dobijanju jednog atoma helijuma oslobodi se energija

$$Q_0=[(M_{Li}+m_n)-(M_{He}+M_H)]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}=$$
$$=4{,}8\ \text{MeV}$$

a pošto u količini supstancije čija je masa $m=1$ g ima

$$N=\frac{m}{10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{mol}}\cdot A}N_A$$

atoma, onda će ukupna oslobođena energija da iznosi

$$Q=NQ_0=\frac{mQ_0}{10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{mol}}\cdot A}\cdot N_A=$$
$$=7{,}22\cdot 10^{23}\ \text{MeV}=115{,}5\ \text{GJ}$$

jer je $m=10^{-3}$ kg, $Q_0=4{,}8$ MeV, $A=4$, $N_A=$ $=6{,}02\cdot 10^{23}$ 1/mol.

1232. $Q=209$ GJ.

1233. Pošto je energija reakcije

$$Q=[(M_{^3H}+M_{^1H})-M_{He}+m_\gamma)]\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}$$

i pošto je masa mirovanja fotona jednaka nuli, to je

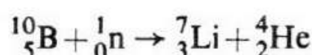
$$Q=(3{,}016\ 03\ \text{u}+1{,}007\ 83\ \text{u}-4{,}002\ 60\ \text{u})\times$$
$$\times\ 931{,}5\ \text{MeV}=19{,}8\ \text{MeV}$$

1234. $Q=17{,}26$ MeV.

1235. Pošto su kinetičke energije polaznih čestica, praktično, jednake nuli, onda je zbir kinetičkih energija

$$E_{k_{Li}}+E_{k_{He}}=Q \qquad (1)$$

gde je Q — energija reakcije



$$^{10}_{5}B+^{1}_{0}n\rightarrow ^{7}_{3}Li+^{4}_{2}He$$

koja iznosi

$$Q=[(M_B+m_n)-(M_{Li}+M_{He})]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}=$$
$$=2{,}8\ \text{MeV}$$

Impulsi polaznih čestica su takođe jednaki nuli, pa je, prema zakonu održanja impulsa, vektorski zbir impulsa produkta reakcije jednak nuli, tj.

$$\vec{p}_{Li}+\vec{p}_{He}=0 \quad \text{ili} \quad \vec{p}_{Li}=-\vec{p}_{He}$$

Prema tome, produkti reakcije se razleću u suprotnim smerovima sa impulsima čije su brojne vrednosti jednake, tj.

$$p_{Li}=p_{He} \qquad (2)$$

Pošto je $p=\sqrt{2mE_k}$, to je

$$\sqrt{2m_{Li}\cdot E_{k_{Li}}}=\sqrt{2m_{He}\cdot E_{k_{He}}}$$

odnosno

$$F_{k_{Li}}=\frac{m_{He}}{m_{Li}}E_{k_{He}} \qquad (3)$$

Zamenom ovog izraza u relaciju (1) dobija se da je

$$E_{k_{He}}=\frac{Q}{1+\frac{m_{He}}{m_{Li}}} \qquad (4)$$

a prema relacijama (3) i (4)

$$E_{k_{Li}}=\frac{Q}{1+\frac{m_{Li}}{m_{He}}}$$

Pošto je $Q=2{,}8$ MeV i pošto su, praktično, mase jezgara brojno jednake masenim brojevima, to je

$$E_{k_{He}}=\frac{2{,}8\ \text{MeV}}{1+\frac{7}{4}}=1{,}02\ \text{MeV}$$

$$E_{k_{Li}}=\frac{2{,}8\ \text{MeV}}{1+\frac{4}{7}}=1{,}78\ \text{MeV}$$

1236. Pošto je

$$Q=2E_{k_{He}}-E_{k_H}$$

onda je

$$E_{k_{He}}=\frac{Q+E_{k_H}}{2}$$

gde je

$$Q=[(M_{Li}+m_H)-2M_{He}]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}=$$
$$=17{,}36\ \text{MeV}$$

pa je energija α-čestice

$$E_{k_{He}}=\frac{1\ \text{MeV}+17{,}36\ \text{MeV}}{2}=9{,}2\ \text{MeV}$$

1237. Energija reakcije

$$Q=[(M_{Be}+M_{He})-(M_C+m_n)]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}=$$
$$=5{,}7\ \text{MeV}$$

jednaka je razlici kinetičkih energija nastalih i polaznih čestica

$$Q=E_{k_C}+E_{k_n}-E_{k_{He}}$$

jer je $E_{k_{Be}}=0$, pa je

$$E_{k_n}=Q-E_{k_C}+E_{k_{He}} \qquad (1)$$

Prema zakonu održanja impulsa, ukupni impuls početnih čestica treba da bude jednak ukupnom impulsu dobijenih čestica. Pošto je $\vec{p}_{Be}=0$, to je

$$\vec{p}_{He}=\vec{p}_C+\vec{p}_n$$

Kako neutron odleće u pravcu normalnom na pravac α-čestica, vektori impulsa obrazuju pravougli trougao **1**, pa je

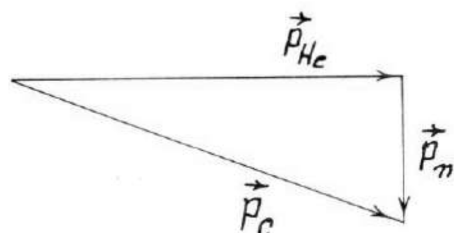
$$p_C^2=p_{He}^2+p_n^2$$

a pošto je u nerelativističkom slučaju $p^2=2mE_k$, to je

$$m_C E_{k_C}=m_{He}E_{k_{He}}+m_n E_{k_n}$$

odnosno

$$E_{k_C}=\frac{m_{He}E_{k_{He}}+m_n E_{k_n}}{m_C} \qquad (2)$$



Zamenom ove vrednosti u relaciju (1) dobija se posle sređivanja da je

$$E_{k_n}=\frac{Q+E_{k_{He}}\left(1-\frac{m_{He}}{m_C}\right)}{1+\frac{m_n}{m_C}}$$

Pošto su odnosi masa jezgara, praktično, jednaki odnosu masenih brojeva, to je

$$E_{k_n}=\frac{5{,}7\ \text{MeV}+5{,}3\ \text{MeV}\left(1-\frac{4}{12}\right)}{1+\frac{1}{12}}=8{,}5\ \text{MeV}$$

pa je prema relaciji (1) kinetička energija jezgra ugljenika

$$E_{k_C}=Q+E_{k_{He}}-E_{k_n}=2{,}5\ \text{MeV}$$

1238. $E_{k_H}=5{,}45$ MeV; $E_{k_{He}}=4{,}0$ MeV.

1239. Energija reakcije je

$$Q=[(M_{Al}+M_{He})-(M_P+m_n)]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

odnosno

$$Q=[(26{,}981\,54\ \text{u}+4{,}002\,60\ \text{u})-(29{,}978\,32\ \text{u}+$$
$$+1{,}008\,66\ \text{u})]\cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u}}=-2{,}64\ \text{MeV}$$

što znači da je ova reakcija endotermna. Ona ne može da nastane spontano i za njeno odvijanje potrebna je dodatna energija. Da bi došlo do ove reakcije, potrebno je da kinetička energija upadne čestice bude veća od minimalne vrednosti energije koja se naziva energija praga reakcije. Dakle,

$$Q_{praga}=|Q|\left(1+\frac{m_n}{m_m}\right)$$

gde je m_n — masa upadne čestice (projektila), m_m — masa jezgra (mete).

Kod ove reakcije je

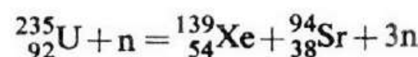
$$Q_{praga}=2{,}64\ \text{MeV}\left(1+\frac{4}{27}\right)=3{,}03\ \text{MeV}$$

pa je za injiciranje ove reakcije potrebno da kinetička energija α-čestica bude veća od 3,03 MeV.

1240. $E_{k_{He}}>1{,}54$ MeV.

1241. $Q_{praga}=1{,}88$ MeV.

1242. Energijski efekat reakcije



$$^{235}_{92}\text{U}+\text{n}={}^{139}_{54}\text{Xe}+{}^{94}_{38}\text{Sr}+3\text{n}$$

iznosi

$$Q=[(M_U-92m_e)+n-(M_{Xe}-54m_e)-$$
$$-(M_{Sr}-38m_e)-3m_n]\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$
$$=[(M_U-M_{Xe}-M_{Sr}-2m_n)]\times$$
$$\times 931{,}5\ \text{MeV/u}=(235{,}043\,93\ \text{u}-$$
$$-138{,}918\,44\ \text{u}-93{,}915\,47\ \text{u}-$$
$$-2\cdot 1{,}008\,67)\cdot 931{,}5\ \text{MeV/u}=$$
$$=179{,}5\ \text{MeV}$$

Pod pretpostavkom da sva ova energija prelazi u kinetičku energiju produkata, onda se pri jednoj deobi oslobađa energija od oko 180 MeV.

1243. $Q=NQ_0=\frac{m}{M}N_A Q_0=\frac{m}{10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{mol}}\cdot A}\times$

$\times N_A Q_0=5{,}1\cdot 10^{32}\ \text{eV}=82\ \text{TJ}.$

1244. $P=\frac{E}{t}$, a pošto je

$$E=\eta Q=\frac{\eta m}{10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}\cdot A}N_AQ_0$$

to je

$$P=\frac{\eta m}{10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}\cdot A}\cdot\frac{N_AQ_0}{t}=28{,}5\ \mathrm{MW}$$

1245. $m=0{,}1$ kg.

1246. Prema zakonu održanja energije je

$$E_\pi=2\,E_\gamma$$

pa je

$$E_\gamma=\frac{E_\pi}{2}=\frac{m_\pi\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}}{2}=$$

$$=\frac{0{,}145\,26\ \mathrm{u}\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}}{2}=67{,}6\ \mathrm{MeV}$$

a pošto je $E_\gamma=hc/\lambda_\gamma$, to je

$$\lambda_\gamma=\frac{hc}{E_\gamma}=\frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}\cdot 3\cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{67{,}6\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}=184\ \mathrm{pm}$$

1247. Ukupna kinetička energija nastalih čestica jednaka je energiji raspada ($E_k=Q$), a pošto je

$$Q=(m_n-m_p-m_e)\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$$

to je

$$E_k=(1{,}008\,67\ \mathrm{u}-1{,}007\,28\ \mathrm{u}-$$

$$-0{,}000\,55\ \mathrm{u})\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}=0{,}78\ \mathrm{MeV}$$

1248. Kako je

$$E_f=2\,E_k+(m_e+m_e)\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$$

to je

$$E_k=\frac{E_f-2m_e\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}}{2}=0{,}99\ \mathrm{MeV}$$

1249. $\lambda=\frac{2hc}{2E_k+2m_e\cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}}=1{,}66\ \mathrm{pm}.$

1250. $\lambda_{max}=\frac{h}{m_ec}=2{,}42\ \mathrm{pm}.$

NEKA PRAVILA RAČUNANJA

Pošto su brojne vrednosti fizičkih veličina koje se sreću u praksi najčešće njihove približne vrednosti, to je potrebno prilikom njihovog korišćenja imati u vidu da nema nikakvog smisla sprovoditi tačan račun sa ovakvim (približnim) veličinama. U tom cilju se u praksi sprovode određena uprošćavanja prilikom računanja, koja se najkraće mogu opisati sledećim pravilima.

1. Ne treba operisati sa brojevima koji imaju više od tri *sigurno tačne cifre*, osim u izuzetnim slučajevima. Zbog toga, na primer, broj 3 654 056 treba pisati kao $3{,}65 \cdot 10^6$, tj. smatrati da je $3\,654\,056 \approx 3{,}65 \cdot 10^6$.

   Isto tako, brojeve kao 0,000 569 treba pisati kao $5{,}69 \cdot 10^{-4}$, ili sa dve sigurne cifre $5{,}7 \cdot 10^{-4}$.

2. Prilikom odbacivanja cifara poslednju cifru treba zadržati nepromenjenu ako je poslednji odbačeni broj manji od 5, a povećati za jedan ako je veći od 5. Ako je odbačeni prvi broj baš 5, onda sve zavisi od veličine pretposlednjeg odbačenog broja. Ako je on veći od broja 5, onda se poslednji broj povećava za jedan, a ako je manji od 5, onda se zadržava nepromenjen, kao na primer:

$$126\,343 \approx 1{,}26 \cdot 10^5$$

$$435\,784 \approx 4{,}36 \cdot 10^5$$

$$965\,584 \approx 9{,}66 \cdot 10^5$$

$$965\,524 \approx 9{,}65 \cdot 10^5$$

3. Pri sabiranju i oduzimanju brojeva u rezultatu treba zadržati onoliko cifara koliko ima cifara broj sa najmanjim brojem cifara. Na primer:

$$0{,}0263 + 0{,}465 + 1{,}73 = 2{,}2213 \approx 2{,}22$$

$$0{,}146 + 2{,}1 + 0{,}56 = 2{,}806 \approx 2{,}8$$

$$15{,}27 + 0{,}617 + 32{,}2 = 48{,}087 \approx 48{,}1$$

$$530 - 287{,}4 = 242{,}6 \approx 243$$

4. Pri množenju i deljenju brojeva treba se držati istog principa. Naime, u rezultatu treba zadržati onoliko cifara koliko ih ima broj sa najmanjim brojem cifara. Na primer:

$$796 \cdot 320 = 254\,720 \approx 2{,}55 \cdot 10^5$$

$$5{,}63 \cdot 0{,}8 = 4{,}504 \approx 4{,}5$$

$$3840 : 82 \approx 47$$

$$0{,}428 : 0{,}7 \approx 0{,}6$$

5. Prilikom dizanja brojeva na kvadrat i kub u rezultatu treba zadržati samo onoliko cifara koliko ih ima u osnovi. Na primer:

$$328^2 = 107\,584 \approx 1{,}08 \cdot 10^5$$

$$3{,}28^3 = 35{,}287\,552 \approx 35{,}3$$

6. Pri nalaženju kvadratnog i kubnog korena brojeva važi isto pravilo: u rezultatu treba zadržati onoliko cifara koliko ih ima i potkorena veličina. Na primer:

$$\sqrt{86} = 9{,}3$$

$$\sqrt{8{,}5} = 2{,}9$$

$$\sqrt[3]{86} = 4{,}4$$

7. Prilikom višestrukih množenja ili deljenja obično se u prethodnim množenjima ostavi po jedna cifra više nego što je potrebno, da bi rezultat bio tačniji. Na primer:

$$3{,}14 \cdot 1{,}3 \cdot 16{,}2 \cdot 32{,}4 \cdot 0{,}107$$

$$3{,}14 \cdot 1{,}3 = 4{,}082 \approx 4{,}08$$

$$4{,}08 \cdot 16{,}2 = 66{,}096 \approx 66{,}1$$

$$66{,}1 \cdot 32{,}4 = 2141{,}64 \approx 2142$$

$$2142 \cdot 0{,}107 = 229{,}194 \approx$$

$$\approx 229 \approx 2{,}3 \cdot 10^2$$

Naime, najmanji broj cifara ima broj 1,3 (dve), pa je zato moguće i krajnji rezultat izraziti sa dve cifre a da se ostane u granicama dozvoljene greške.

PRILOZI

1. Tablice

VREDNOSTI NEKIH KONSTANTI

Tablica 1

Gravitaciona konstanta	$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
Električna konstanta	$\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36\pi \cdot 10^9} \dfrac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N \cdot m^2}}$
Magnetna konstanta	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$
Brzina prostiranja svetlosti u vakuumu	$c = 299\,792\,458\ \mathrm{m/s}$
Temperatura apsolutne nule	$T = 0{,}00\ \mathrm{K} = -273{,}15\ \mathrm{°C}$
Standardni pritisak	$p^{\ominus} = 101\,325\ \mathrm{Pa}$
Standardna temperatura	$T^{\ominus} = 273{,}15\ \mathrm{°C}$
Standardno ubrzanje slobodnog padanja	$g^{\ominus} = 9{,}806\,65\ \mathrm{m/s^2}$
Molarna zapremina na standardnim uslovima ($p^{\ominus}$, $T^{\ominus}$)	$V_m = 0{,}022\,4207\ \mathrm{m^3/mol}$
Avogadrova konstanta	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \mathrm{1/mol}$
Bolcmanova konstanta	$k = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
Molarna gasna konstanta	$R = 8{,}314\ \mathrm{J/(mol \cdot K)}$
Faradejeva konstanta	$F = 96\,485\ \mathrm{C/mol}$
Stefan-Bolcmanova konstanta	$\sigma = 5{,}670 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}$
Plankova konstanta	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
Elementarno naelektrisanje	$e = 0{,}1602 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{C}$
Masa elektrona	$m_e = 9{,}1095 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
— protona	$m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
— neutrona	$m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
— miona	$m_\mu = 1{,}8836 \cdot 10^{-28}\ \mathrm{kg}$

PREFIKSI SI

Tablica 2

Veličina	Naziv	Oznaka
1 000 000 000 000 000 000	eksa	E
1 000 000 000 000 000	peta	P
$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	tera	T
$1\,000\,000\,000 = 10^{9}$	giga	G
$1\,000\,000 = 10^{6}$	mega	M
$1\,000 = 10^{3}$	kilo	k
$100 = 10^{2}$	hekto	h
$10 = 10^{1}$	deka	da
$0{,}1 = 10^{-1}$	deci	d
$0{,}01 = 10^{-2}$	centi	c
$0{,}001 = 10^{-3}$	mili	m
$0{,}000\,001 = 10^{-6}$	mikro	μ
$0{,}000\,000\,001 = 10^{-9}$	nano	n
$0{,}000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$	piko	p
$0{,}000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-15}$	femto	f
$0{,}000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-18}$	ato	a

Primeri: 0,01 m = 1 cm, 20 g = 2 dag, 0,5 g = 5 dg, 100 m = 1 hm, 4 500 m = 4,5 km, 6 500 000 W = 6,5 MW, 520 000 kWh = 0,52 GWh, 0,000 062 F = 62 μF, 0,002 m = 2 mm.

GRČKA AZBUKA

Α α alfa	Η η eta	Ν ν ni	Τ τ tau
Β β beta	Θ θ ϑ theta	Ξ ζ ksi	Υ υ ipsilon
Γ γ gama	Ι ι jota	Ο ο omikron	Φ φ fi
Δ δ delta	Κ κ kapa	Π π pi	Χ χ hi
Ε ε epsilon	Λ λ lambda	Ρ ρ ro	Ψ ψ psi
Ζ ς zeta	Μ μ mi	Σ σ sigma	Ω ω omega

Vrednost nekih matematičkih konstanti

$\pi = 3{,}141\,593$

$4\pi = 12{,}566\,372$

$\frac{1}{\pi} = 0{,}318\,31$

$\pi^2 = 9{,}869\,60$

$\sqrt{\pi} = 1{,}772\,45$

$e = 2{,}718\,281$

$\sqrt{2} = 1{,}414\,21$

$\sqrt{3} = 1{,}732\,05$

$1^\circ = 0{,}017\,453$ rad

$1' = 0{,}000\,291$

$1'' = 0{,}000\,0048$

1 rad = 57° 17′ 45″

Neke približne formule
sa greškom manjom od 1%

$\frac{1}{1+x} = 1 - x$ za $-0{,}31 < x < +0{,}31$

$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2}$ $\quad -0{,}85 < x < +0{,}85$

$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{x}{2}$ $\quad -0{,}52 < x < +0{,}52$

$\sin x = x$ $\quad -0{,}072 < x < +0{,}072$ rad

$e^x = 1 + x$ $\quad -0{,}045 < x < +0{,}045$

UBRZANJE ZEMLJINE TEŽE NA RAZNIM GEOGRAFSKIM ŠIRINAMA

Tablica 3

φ,°	g, m/s²
0	9,780 30
10	9,781 86
20	9,786 34
30	9,793 21
40	9,801 66
50	9,810 66
60	9,819 14
70	9,826 06
80	9,830 58
90	9,832 16

GEOGRAFSKA ŠIRINA NEKIH NAŠIH GRADOVA I UBRZANJE ZEMLJINE TEŽE U NJIMA

Tablica 4

Grad	φ,°	g, m/s²
Banja Luka	44°46′	9,805 91
Bar	42°05′	9,803 45
Beograd	44°48′	9,806 00
Bjelovar	45°53′	9,806 96
Zagreb	45°59′	9,807 06
Ljubljana	46°03′	9,807 11
Titograd	42°26′	9,803 84
Sarajevo	43°52′	9,805 13
Skoplje	41°58′	9,803 40

GUSTINA NEKIH SUPSTANCIJA, kg/m³

Tablica 5

Čvrste supstancije	
Aluminijum	2 700
Asfalt	1 400
Bakar	8 900
Beton	3 200
Gvožđe	7 800
Granit	2 500
Grafit	2 100
Dijamant	8 600
Zlato	19 300
Kalcijum	1 550
Kuhinjska so	2 400
Led	900
Mesing	8 700
Olovo	11 300
Parafin	900
Pesak	2 000
Platina	21 300
Pluta	300
Srebro	10 420
Staklo (prozorsko)	2 600
Tečne supstancije	
Alkohol (bez vode)	790
Aceton	790
Benzin	700
Glicerin (bez vode)	1 270
Živa	13 590
Morska voda	1 030
Nafta	750
Petroleum	760
Gasovi	
Azot	1,25
Amonijak	0,77
Benzol	3,47
Vazduh	1,29
Vodena para	0,80
Vodonik	0,09
Živina para	9,02
Kiseonik	1,43
Helijum	0,18

NEKE VELIČINE IZ ASTRONAUTIKE

Tablica 6

Planeta	Ubrzanje slobodnog padanja, m/s^2	Prva kosmička brzina, km/s	Druga kosmička brzina, km/s	Najmanji period rotacije satelita, h
Merkur	2,55	3,0	4,25	1,41
Venera	8,86	7,2	10,2	1,50
Zemlja	9,81	7,9	11,2	1,41
Mars	3,72	3,6	5,1	1,66
Jupiter	25,90	42,6	60,4	2,86
Saturn	11,10	25,7	36,4	3,90
Uran	10,45	15,2	21,5	2,94
Neptun	13,80	16,6	23,2	2,61
Pluton	23,00	—	—	—

KOEFICIJENT TRENJA IZMEĐU TELA NAČINJENIH OD SUPSTANCIJA KOJE SE NAJČEŠĆE SREĆU U PRAKSI

Tablica 7

Bronza po bronzi	0,20
Bronza po mesingu	0,19
Drvo po drvetu	0,50
Drvo po suvoj zemlji	0,71
Koža po gvožđu	0,56
Čelik po čeliku	0,13
Čelik po ledu	0,02
Mesing po mesingu	0,15

JUNGOV MODUL ELASTIČNOSTI NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 8

Supstancija	E_y, GPa
Aluminijum	72
Srebro	80
Bakar	120
Gvožđe	200
Čelik	210
Zlato	80
Staklo	64

PODELA ZVUKA

Infrazvuk	0,5—20 Hz
Zvuk koji čuje čovek	$20—20 \cdot 10^3$ Hz
Ultrazvuk	$20 \cdot 10^3—10^{10}$ Hz
Hiperzvuk	$> 10^{10}$ Hz

BRZINA ZVUKA U NEKIM SREDINAMA, m/s

Tablica 9

Gasovi		
Azot	(0°C)	334
Amonijak	(0°C)	475
Vazduh	(0°C)	331
Vodonik	(0°C)	1 285
Vodena para	(134°C)	494
Kiseonik	(0°C)	316
Neon	(0°C)	437
Helijum	(0°C)	965
Tečnosti		
Alkohol	(20°C)	1 120
Aceton	(20°C)	1 192
Voda		
— morska	(17°C)	1 550
— obična	(25°C)	1 500
Glicerin	(20°C)	1 923
Živa	(20°C)	1 451
Petroleum	(34°C)	1 925
Čvrste supstancije		
Aluminijum		5 080
Bakar		3 710
Gvožđe		5 170
Ebonit		1 570
Zemlja		8 200
Led		3 280
Mesing		3 490
Olovo		2 730
Staklo (kvarcno)		5 370
Cink		3 810

MOMENTI INERCIJE NEKIH TELA ZA KARAKTERISTIČNE OSE ROTACIJE

Tablica 10

Materijalna tačka mase m koja rotira po krugu poluprečnika r		$I_y = mr^2$
Homogeni štap dužine l i mase m		$I_y = \frac{1}{12} ml^2$
Homogena puna lopta mase m i poluprečnika r		$I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} mr^2$
Homogeni valjak mase m i poluprečnika r		$I_x = \frac{1}{2} mr^2$
Homogeni disk mase m i poluprečnika r		$I_x = \frac{1}{2} mr^2$

KOEFICIJENT POVRŠINSKOG NAPONA NEKIH TEČNOSTI

Tablica 11

Tečnost	t, °C	α, mN/m
Alkohol — etil	20	22,8
— metil	20	23
— propil	16,4	23,8
Aceton	16,8	23,3
Benzol	13	29
Voda	15	73,3
Glicerin	15,5	64,3
Živa	20	471,6
Kiselina		
— azotna (70%)	20	59,4
— sumporna (85%)	18	57,6
— sona	20	23,6
Ulje	18	33
Olovo	253	526

KOEFICIJENT VISKOZNOSTI NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 12

Supstancija	t, °C	η, μPa·s
Alkohol	20	1 190
Aceton	25	320
Benzin	20	530
Voda	20	1 006
Živa	20	1 550
Helijum	—271	2,5
Azot	0	16,7
Argon	15	17,4
Vazduh	0	17,1
	20	18,1
	100	21,2
Vodena para	0	8,7
	100	12,3
Živina para	0	16,2
Hlor	20	13,2

MOLARNA MASA I GUSTINA NEKIH GASOVA (0 °C, 101 325 Pa)

Tablica 13

Gas	M, kg/mol	ρ, kg/m^3
N_2	0,028 016	1,25
H_2	0,002 016	0,089
Vazduh	0,028 97	1,293
C_2H_6	0,030 07	1,356
O_2	0,032 00	1,429
Xe	0,131 30	5,821
Ne	0,020 18	0,900
Rn	0,222 00	9,96
Cl_2	0,070 91	3,21

SPECIFIČNA TOPLOTNA KAPACITIVNOST NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 14

Supstancija	c, J/(kg·K)
Čvrste supstancije	
Aluminijum	921
Antimon	210
Bakar	378
Beton	880
Gvožđe	461
Gips	840
Granit	840
Grafit	880
Živa	250
Zlato	125
Kalaj	250
Kameni ugalj	1340
Konstantan	418
Led	2010
Magnezijum	1048
Mangan	504
Mermer	921
Mesing	378
Nikl	461
Olovo	125
Pesak	921
Platina	125
Srebro	250
Staklo (prozorsko)	840
Sumpor	670
Cink	378
Tečnosti	
Alkohol	2420
Amonijak	4186
Aceton	2178
Benzin	1830
Voda	**4186**
Glicerin	2420
Etar	2240
Petroleum	2093
Kiselina	
— sirćetna	2135
— sumporna	1340
Ulje	1750
Hloroform	963

● Specifična toplotna kapacitivnost c i molarna toplotna kapacitivnost C_m povezane su relacijom

$$C_m = cM$$

gde je M — molarna masa supstancije, pri čemu je

$$[C_m] = \frac{J}{mol \cdot K}$$

ili $[C_m] = J/(mol \cdot °C)$.

TEMPERATURA TOPLJENJA (očvršćavanja) I SPECIFIČNA TOPLOTA TOPLJENJA (očvršćavanja) NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 15

Supstancija	t_t (t_0), °C	q_t (q_0), kJ/kg
Alkohol	—115	110
Aluminijum	660	380
Amonijak	— 75	450
Aceton	— 94	90
Bakar	1 085	180
Voda	0	330
Vudova legura	65	30
Gvožđe	1 540	270
Zlato	2 677	60
Metan	—184	—
Olovo	327	25
Parafin	38	150
Platina	1 177	115
Cink	420	105

TEMPERATURA KLJUČANJA (kondenzovanja) I SPECIFIČNA TOPLOTA ISPARAVANJA (kondenzovanja) NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 16

Supstancija	t_k ($t_{kond.}$), °C	q_i ($q_{kond.}$), MJ/kg
Alkohol	78	0,85
Aceton	57	0,52
Aluminijum	2 056	8,40
Voda	100	2,26
Glicerin	290	—
Bakar	2 310	7,50
Gvožđe	2 450	6,70
Živa	357	0,28
Olovo	1 740	0,93
Hloroform	61	0,26

- Za jednu supstanciju je temperatura topljenja jednaka temperaturi očvršćavanja. Isto važi i za temperature ključanja i kondenzovanja. Tako je, na primer, za vodu na standardnom pritisku $t_t = t_o = 0$ °C i $t_k = t_{kond.} = 100$ °C.

SPECIFIČNA TOPLOTA SAGOREVANJA NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 17

Supstancija	q_s, MJ/kg
Alkohol	27
Benzin	46
Gas	
— generatorski	4,6
— vodeni	10
— iz visoke peći	4
— iz koks-peći	14
Gorivo za dizel-motore	39
Drvo (suvo)	12
Mazut	39
Nafta	42
Petroleum	43
Ter	33
Ugalj	
— kameni	27
— treset	13
— mrki	12
— briket	17
Ulje	37

TEMPERATURSKI KOEFICIJENT LINEARNOG ŠIRENJA, 1/°C

Tablica 18

Tečnosti	
Benzin	0,001 00
Voda	0,000 15
Glicerin	0,000 50
Petroleum	0,000 70
Nafta	0,001 00
Živa	0,000 18
Alkohol	0,001 10
Etar	0,001 70
Čvrste supstancije	
Aluminijum	0,000 026
Beton	0,000 010
Drvo — uzdužno	0,000 050
— poprečno	0,000 006
Mesing	0,000 016
Bakar	0,000 017
Pleksiglas	0,000 100
Olovo	0,000 029
Čelik	0,000 012
Staklo	0,000 009
Cement	0,000 014
Cink	0,000 026

PRITISAK ZASIĆENE VODENE PARE I NJENA GUSTINA

Tablica 19

t, °C	p, Pa	ρ, kg/m³
—10	260	0,00214
— 9	284	0,00233
— 8	337	0,00254
— 7	352	0,00276
— 6	368	0,00299
— 5	401	0,00324
— 4	437	0,00351
— 3	476	0,00381
— 2	517	0,00413
— 1	563	0,00447
0	611	0,00484
1	656	0,0052
2	758	0,0056
3	797	0,0060
4	812	0,0064
5	871	0,0068
6	934	0,0073
7	1001	0,0078
8	1073	0,0083
9	1147	0,0088
10	1228	0,0094
11	1301	0,0100
12	1402	0,0107
13	1520	0,0114
14	1599	0,0121
15	1705	0,0129
16	1817	0,0136
17	1937	0,0145
18	2064	0,0154
19	2197	0,0163
20	2338	0,0173
21	2486	0,0183
22	2643	0,0194
23	2809	0,0206
24	2983	0,0218
25	3167	0,0230
26	3361	0,0244
27	3567	0,0258
28	3779	0,0272
29	4004	0,0287
30	4241	0,0303

KRITIČNA TEMPERATURA, PRITISAK I GUSTINA NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 20

Supstancija	t_{kr} °C	p_{kr}, MPa	ρ_{kr}, kg/m³
Azot	−147,1	3,39	311
Argon	−122,5	4,86	531
Voda	374,15	22,13	307
Vodonik	−389,9	1,27	31
Vazduh	−140,7	3,75	350
Helijum	−267,9	0,23	69

RELATIVNA PERMITIVNOST NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 21

Čvrste i tečne supstancije	
Aceton	21,5
Voda	81
Glicerin	56,2
Ebonit	4,3
Liskun	6,0
Parafin	2,4
Parafinisana hartija	2,2
Pleksiglas	3,3
Staklo (prozorsko)	7,0
Titanat barijuma	1220
Ćilibar	2,8
Gasovi	
Azot	1,000 58
Amonijak	1,008 37
Vazduh	1,000 57
Vodonik	1,000 27
Vakuum	1,000 00
Vodena para (100°C)	1,006 00
Para alkohola	1,007 80
Metan	1,000 95
Ugljen-dioksid	1,000 98
Helijum	1,000 07

SPECIFIČNA ELEKTRIČNA OTPORNOST NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 22

Metali	
Aluminijum	0,028 μΩ·m
Bakar	0,017
Volfram	0,055
Gvožđe	0,120
Živa	0,958
Zlato	0,023
Manganin	0,450
Nikelin	0,420
Platina	0,100
Olovo	0,210
Srebro	0,016
Cink	0,060
Rastvori	
10% H_2SO_4	0,391 Ω·m
30%	0,739
10% NaOH	0,313
30%	0,202
10% KOH	0,314
30%	0,539
10% KCl	0,1359
10% NaCl	0,1211
25%	0,2135
10% $ZnSO_4$	0,0322
10% $CuSO_4$	0,032
15%	0,042

TEMPERATURSKI KOEFICIJENT ELEKTRIČNE OTPORNOSTI NEKIH SUPSTANCIJA, 1/°C

Tablica 23

Metali	
Aluminijum	0,004
Bakar	0,004
Volfram	0,005
Gvožđe	0,006
Živa	0,001
Zlato	0,0038
Manganin	0,00003
Nikelin	0,0001
Platina	0,004
Olovo	0,004
Srebro	0,004
Cink	0,0004
Rastvori	
10% H_2SO_4	0,013
30%	0,015
10% NaOH	0,022
30%	0,045
10% KOH	0,019
30%	0,024
10% KCl	0,019
10% NaCl	0,021
25%	0,023
5% $CuSO_4$	0,022
10%	0,022
15%	0,023

ELEKTROHEMIJSKI EKVIVALENT NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 24

Supstancija	Valenca	*k*, mg/C
Aluminijum	1	0,0932
Bakar	1	0,6588
	2	0,3294
Vodonik	1	0,0104
Gvožđe	2	0,2893
	3	0,1929
Nikl	2	0,3041
Srebro	1	1,1180
Cink	2	0,6151

TEMPERATURA KIRI NEKIH FEROMAGNETNIH SUPSTANCIJA, °C

Tablica 25

Gvožđe	768
Invar	277
Kobalt	1 131
Nikl	358
Legure:	
22% Fe, 78% Ni	580
50 50	420
70 30	~70
Terbijum	—52

RELATIVNA PERMEABILNOST NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 26

Dijamagnetne supstancije	
Bakar	0,999 990
Benzin	0,999 992 5
Bizmut	0,999 824
Vodonik	0,999 999 937
Kamena so	0,999 983
Kvarc	0,999 985
Staklo	0,999 987 4
Paramagnetne supstancije	
Azot	1,000 000 036
Aluminijum	1,000 026
Vazduh	1,000 000 360
Ebonit	1,000 014
Kiseonik	
— gasoviti	1,000 002
— tečni	1,003 400
Feromagnetne supstancije (maksimalne vrednosti)	
Gvožđe	
— čisto	7 000
— liveno	50
— dinamo-lim	5 000
— 50% Ni	7 000
— permaloj	130 000
Čelik	
— kaljeni	2 400
— liveni	250
Nikl	1 120
Kobalt	220

APSOLUTNI INDEKS PRELAMANJA NEKIH SUPSTANCIJA

Tablica 27

Alkohol	1,36
Vazduh	1,000 29
Voda	1,33
Glicerin	1,47
Dijamant	2,42
Kedrovo ulje	1,52
Kvarc	1,54
Led	1,31
Pleksiglas	1,50
Staklo flint — lako	1,608
teško	1,752
najteže	1,9
kron — lako	1,515
— teško	1,61

SVETLOSNI FLUKS STANDARDNIH SIJALICA SA METALNIM VLAKNOM

Tablica 28

P, W	Φ, lm
25	205
40	370
60	620
75	840
100	1 240
150	1 900
200	2 700
300	4 400
500	8 200
1 000	18 200

TALASNI OPSEZI POJEDINIH BOJA SVETLOSTI (vidljivog zračenja), nm

Tablica 29

Crvena	760—620
Narandžasta	620—590
Žuta	590—560
Zelena	560—500
Plava	500—480
Indigo	480—450
Ljubičasta	450—380

IZLAZNI RAD ELEKTRONA IZ NEKIH METALA

Tablica 30

Metal	A_i, eV
Ag	4,28
Al	3,74
Au	4,58
Cs	1,69
Cu	4,47
Fe	4,36
Hg	4,52
Na	2,26
Ni	4,84
Pb	5,29
W	4,50
Zn	3,74
Cs + W	1,40

TERMOELEKTROMOTORNA SILA NEKIH TERMOELEMENATA (u slučaju da je temperatura jednog kraja 0 °C, a drugog 100 °C), mV

Tablica 31

Platina — hrom	4,9
— nikl	2,0
— gvožđe	1,8
— bakar	0,75
— volfram	0,79

PERIOD POLURASPADA NEKIH RADIOAKTIVNIH SUPSTANCIJA

Tablica 32

Izotop	Oznaka	T s, dan, godina
Natrijum	$^{24}_{11}Na$	15 h $54\cdot10^3$ s
Magnezijum	$^{27}_{12}Mg$	10 min 600 s
Fosfor	$^{32}_{15}P$	14,3 dana $1,24\cdot10^6$ s
Kobalt	$^{60}_{27}Co$	5,3 god. $1,7\cdot10^8$ s
Rubidijum	$^{89}_{37}Pb$	15 min 900 s
Stroncijum	$^{90}_{38}Sr$	28 god. $8,85\cdot10^8$ s
Jod	$^{131}_{53}I$	8 h $6,9\cdot10^5$ s
Iridijum	$^{192}_{77}Ir$	75 dana $6,5\cdot10^6$ s
Zlato	$^{198}_{79}Au$	2,7 dana $2,3\cdot10^5$ s
Živa	$^{205}_{80}Hg$	5,5 min 330 s
Bizmut	$^{210}_{83}Bi$	5,02 dana $4,34\cdot10^5$ s
Radon	$^{222}_{86}Rn$	3,8 dana $3,28\cdot10^5$ s
Radijum	$^{219}_{88}Ra$	10^{-3} s
Radijum	$^{226}_{88}Ra$	1620 god. $5,12\cdot10^{10}$ s
Aktinijum	$^{225}_{89}Ac$	10 dana $8,64\cdot10^5$ s
Torijum	$^{232}_{90}Th$	$1,39\cdot10^{10}$ god. $4,38\cdot10^{17}$ s
Uran	$^{235}_{92}U$	$7,13\cdot10^8$ god. $2,25\cdot10^{16}$ s
Uran	$^{238}_{92}U$	$4,5\cdot10^9$ god. $1,4\cdot10^{17}$ s

MASE NEUTRALNIH ATOMA

(u atomskim jedinicama mase)

Tablica 33

Element	Oznaka	Z	A	m, u
Vodonik	H	1	1	1,007 83
			2	2,014 10
			3	3,016 05
Helijum	He	2	3	3,016 03
			4	4,002 60
Litijum	Li	3	6	6,015 13
			7	7,016 01
Berilijum	Be	4	6	6,019 78
			7	7,016 93
			8	8,005 31
			9	9,012 19
Bor	B	5	9	9,013 33
			10	10,012 94
			11	11,009 31
Ugljenik	C	6	10	10,001 68
			12	12,000 00
			13	13,003 35
			14	14,003 24
			15	15,010 60
Azot	N	7	13	13,005 74
			14	14,003 07
			15	15,000 11
Kiseonik	O	8	16	15,994 91
			17	16,999 13
			18	17,999 16

Element	Oznaka	Z	A	m, u
Fluor	F	9	19	18,998 40
Natrijum	Na	11	22	21,994 44
			23	22,989 77
Magnezijum	Mg	12	23	22,994 14
			25	24,985 84
Aluminijum	Al	13	27	26,981 54
			30	29,998 17
Silicijum	Si	14	30	29,973 76
			31	30,975 35
Fosfor	P	15	30	29,978 32
			31	30,973 76
Kalijum	Ka	19	41	40,961 84
Kalcijum	Ca	20	44	43,955 49
Stroncijum	Sr	38	94	93,915 47
Srebro	Ag	47	108	107,905 89
Ksenon	Xe	54	139	138,918 44
Zlato	Au	79	198	197,968 24
Olovo	Pb	82	206	205,974 46
Polonijum	Po	84	210	209,982 97
Aktinijum	Ac	89	222	222,017 75
Paladijum	Pa	91	226	226,027 80
Uran	U	92	235	235,043 93
			238	238,050 76
Plutonijum	Pu	94	239	239,052 16

MASA I ENERGIJA MIROVANJA NEKIH ELEMENTARNIH ČESTICA I LAKIH JEZGARA

Tablica 34

Čestica	m_0		E_0	
	kg	u	J	MeV
Elektron	$9{,}109 \cdot 10^{-31}$	0,000 55	$8{,}16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Neutralni π-mezon	$2{,}412 \cdot 10^{-8}$	0,145 26	$2{,}16 \cdot 10^{-11}$	135
Proton	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$	1,007 28	$1{,}50 \cdot 10^{-10}$	938
Neutron	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	1,008 67	$1{,}51 \cdot 10^{-10}$	939
Deuteron	$3{,}344 \cdot 10^{-27}$	2,013 55	$3{,}00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-čestica	$6{,}645 \cdot 10^{-27}$	4,001 49	$5{,}96 \cdot 10^{-10}$	3733

2. Repetitorijum gradiva

MEHANIKA

1. Međunarodni sistem jedinica

Svaka fizička veličina je određena svojom brojnom vrednošću i jedinicom. Tako, na primer, fizička veličina A određena je svojom brojnom vrednošću $\{A\}$ ako se izrazi jedinicom $[A]$, pa je

$$A=\{A\}[A]$$

Ako bi se ova fizička veličina izrazila jedinicama $[A]_1$, $[A]_2, \ldots, [A]_n$, odgovarajuće brojne vrednosti bile bi $\{A\}_2$, $\{A\}_2, \ldots, \{A\}_n$, pri čemu je

$$A=\{A\}[A]=\{A\}_1[A]_1=\{A\}_2[A]_2=\cdots=\{A\}_n[A]_n$$

Tako je, na primer, $l=120\,\text{m}=1{,}2\,\text{hm}=0{,}12\,\text{km}=\cdots$

Fizičke veličine koje su određene samo svojom brojnom vrednošću nazivaju se neimenovane veličine. Takve veličine su, na primer, koeficijent trenja, stepen korisnog dejstva, ugao, koeficijent kontrakcije i dr.

U Međunarodnom sistemu jedinica, ili skraćeno SI, što potiče od njegovog francuskog naziva (Système International d'Unités) usvojene su jedinice za 7 fizičkih veličina. Ove fizičke veličine se nazivaju osnovne veličine, a njihove jedinice — osnovne jedinice.

Osnovne fizičke veličine su: dužina l, masa m, vreme t, termodinamička temperatura T, jačina električne struje I, svetlosna jačina I_{sv}, količina supstancije n, dok su odgovarajuće usvojene jedinice:

$[l]=\text{m}$	$[I]=\text{A}$
$[m]=\text{kg}$	$[I_{sv}]=\text{cd}$
$[t]=\text{s}$	$[n]=\text{mol}$
$[T]=\text{K}$	

Osnovne jedinice su određene svojim etalonima koji su definisani na osnovu međunarodnih dogovora. Definicije pojedinih etalona glase:

- **metar** je dužina putanje koju pređe u vakuumu ravanski elektromagnetni talas za vreme od 1/299 792 458 sekunde;
- **kilogram** je masa međunarodnog etalona kilograma;
- **sekunda** je trajanje od 9 192 631 770 perioda zračenja koje odgovara prelazu između dva hiperfina nivoa osnovnog stanja atoma cezijuma — 133;
- **kelvin** je termodinamička temperatura koja je jednaka 1/273,16 termodinamičke temperature trojne tačke vode;
- **amper** je jačina stalne električne struje koja se održava u dvama pravim paralelnim provodnicima, neograničene dužine i zanemarljivog kružnog preseka, koji se nalaze u vakuumu na međusobnom rastojanju 1 metar, i prouzrokuje među tim provodnicima silu koja je jednaka $2\cdot10^{-7}$ njutna po metru dužine;
- **kandela** je svetlosna jačina, u datom pravcu, izvora koji emituje monohromatsko zračenje frekvencije $540\cdot10^{12}$ herca čija je energijska jačina u tom pravcu 1/683 vata po steradijanu;
- **mol** je količina supstancije sistema koji sadrži toliko elementarnih jedinki koliko ima atoma u 0,012 kilograma ugljenika —12.

Na osnovu ovih 7 osnovnih jedinica izvode se jedinice za sve ostale fizičke veličine pomoću relacija koje ih povezuju na pogodan način. Ove fizičke veličine se zbog toga nazivaju izvedene veličine, a njihove jedinice — izvedene jedinice.

Tako se, na primer, jedinica za površinu izvodi preko relacije za površinu kvadrata $S=a^2$, prema kojoj je

$$[S]=[a]^2=\text{m}^2$$

— jedinica za brzinu preko relacije $v=s/t$, prema kojoj je

$$[v]=\frac{[s]}{[t]}=\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

— jedinica za ubrzanje preko relacije $a=\Delta v/\Delta t$, prema kojoj je

$$[a]=\frac{[\Delta v]}{[\Delta t]}=\frac{\text{m/s}}{\text{s}}=\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

— jedinica za silu preko II Njutnovog zakona ($F=ma$), prema kome je

$$[F]=[m]\,[a]=\text{kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=\text{N}$$

itd.

2. Kinematika translatornog kretanja

Kod ravnomerno pravolinijskog kretanja tela ($\vec{v}=\text{const}$) brzinom intenziteta v pređeni put tela za vreme t je

$$s=vt$$

gde su odgovarajuće jedinice: $[s]=\text{m}$, $[v]=\text{m/s}$, $[t]=\text{s}$.

Kod ravnomerno promenljivog pravolinijskog kretanja, tj. kretanja stalnim ubrzanjem

($\vec{a}$=const), brzina tela i pređeni put za vreme t su:

$$v=v_0 \pm at$$

$$t=v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2=v_0^2 \pm 2as$$

gde je v_0 — intenzitet početne brzine i a — intenzitet ubrzanja. U ovim relacijama treba uzeti znak (+), tj. $a>0$ kod ubrzanog kretanja, a znak (—), tj. $a<0$ kod usporenog kretanja.

Odgovarajuće jedinice su $[v]=m/s$, $[a]=m/s^2$, $[s]=m$, $[t]=s$.

3. *Kinematika rotacionog kretanja*

Kod ravnomerno kružnog kretanja, tj. kružnog kretanja stalnom ugaonom brzinom (ω=const), opisani ugao za vreme t je

$$\theta=\omega t$$

Za $\theta=2\pi$, odgovarajuće vreme je period rotacije T, pa je

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

ili $\omega=2\pi\nu$, gde je ν — frekvencija rotacije.

Linijska brzina tela koje se kreće ugaonom brzinom ω po kružnoj putanji poluprečnika r je

$$v=r\omega$$

a njegovo normalno ubzanje

$$a_n=\frac{v^2}{r}=v\omega=r\omega^2$$

Odgovarajuće jedinice su: $[\theta]$=rad, $[\omega]$=rad/s, $[a_n]=m/s^2$, $[T]$=s, $[r]$=m, $[\nu]$=Hz.

Ako se telo kreće ravnomerno promenljivo, dakle stalnim ugaonim ubrzanjem (α=const), po kružnoj putanji, onda je njegova brzina i opisani ugao posle vremena t

$$\omega=\omega_0 \pm \alpha t$$

$$\theta=\omega_0 t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2=\omega_0^2 \pm 2\alpha\theta$$

gde je ω_0 — intenzitet početne ugaone brzine, a α — intenzitet ugaonog ubrzanja. U ovim relacijama treba uzeti znak (+), tj. $\alpha>0$ kod ubrzanog kretanja, a znak (—), tj. $\alpha<0$ kod usporenog kretanja.

Odgovarajuće jedinice su: $[\theta]$=rad, $[\omega]$=rad/s, $[\alpha]=rad/s^2$, $[t]$=s.

Intenzitet tangencijalnog ubrzanja tela koje se kreće ugaonim ubrzanjem α je

$$a_t=\alpha r$$

gde je α — intenzitet ugaonog ubrzanja, a r — poluprečnik putanje.

Ukupno ubrzanje tela koje se kreće po kružnoj putanji je

$$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t$$

a njegov intenzitet

$$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$$

4. *Dinamika translatornog kretanja*

Gustina supstancije od koje je načinjen uzorak, mase m i zapremine V, je

$$\rho=\frac{m}{V}$$

pri čemu je odgovarajuća jedinica $[\rho]=kg/m^3$.

Prema II Njutnovom zakonu, ubrzanje tela, mase m, na koje deluje sila $\vec{F}$, je

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

odakle je

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

ili u skalarnom obliku

$$F=ma$$

Jedinica za silu je $[F]=[m]\,[a]=kg\cdot m/s^2=N$.

Prema III Njutnovom zakonu, sila $\vec{F}_{1,2}$ uzajamnog dejstva kojom drugo telo deluje na prvo telo, i sila $\vec{F}_{2,1}$ uzajamnog dejstva kojom prvo telo deluje na drugo telo, jesu sile jednakog intenziteta, istog pravca a suprotnog smera, tj.

$$\vec{F}_{1,2}=-\vec{F}_{2,1}$$

Kada se telo, mase m, kreće brzinom $\vec{v}$, njegov impuls je

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

ili u skalarnom obliku $p=mv$. Jedinica impulsa tela je $[p]=[m]\,[v]=kg\cdot m/s$.

Opšti oblik II Njutnovog zakona može se izraziti relacijom

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

gde je $\Delta\vec{p}$ — promena impulsa tela u toku vremena Δt.

Prema prethodnoj relaciji može se napisati da je

$$\vec{F}\cdot\Delta t=\Delta\vec{p}$$

gde je $\vec{F}\cdot\Delta t$ — impuls sile $\vec{i}_F$. Naime,

$$\vec{i}_F=\vec{F}\cdot\Delta t$$

Ako izolovani sistem ima n tela čiji su impulsi $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \ldots, \vec{p}_n$, onda je prema zakonu održanja impulsa

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i=\text{const}$$

Rad sile intenziteta F na putu s je

$$A=Fs\cos\alpha$$

gde je α — ugao između pravca dejstva sile i puta, a ako sila izvrši rad A za vreme t, onda je odgovarajuća snaga mašine koja vrši rad

$$P=\frac{A}{t}=Fv\cos\alpha$$

pri čemu su odgovarajuće jedinice: $[F]=\text{N}$, $[s]=\text{m}$, $[t]=\text{s}$, $[v]=\text{m/s}$, $[A]=\text{J}$, $[P]=\text{W}$.

Ako je A_{ul} uloženi rad mašine za ostvarivanje nekog mehaničkog procesa, a A_k — odgovarajući koristan rad, onda je stepen korisnog dejstva

$$\eta=\frac{A_k}{A_{ul}}$$

ili $\eta=P_k/P_{ul}$, gde je P_k — korisna, a P_{ul} — uložena snaga mašine.

Kinetička energija tela, mase m, kada se kreće brzinom v je

$$E_k=\frac{mv^2}{2}$$

Ako telo, mase m, promeni svoj položaj, pri čemu je h — visinska razlika prvog i drugog položaja, ono promeni svoju gravitacionu potencijalnu energiju za

$$\Delta E_p=mgh$$

gde je g — ubrzanje slobodnog padanja, tj. ubrzanje sile teže na mestu gde se nalazi telo. Pri ovome je $\Delta E_p>0$ ako rad vrši sila teže, dok je $\Delta E_p<0$ ako rad vrše spoljašnje sile. Ova relacija važi samo za $h\ll R_Z$ (gde je R_Z — poluprečnik Zemlje ili nekog drugog nebeskog tela u čijem gravitacionom polju se vrši rad).

Prema zakonu održanja mehaničke energije, zbir kinetičke i potencijalne energije svih tela u izolovanom sistemu je stalan, tj.

$$\sum_{i=1}^{n} E_{k_i}+\sum_{i=1}^{n} E_{p_i}=\text{const}$$

Prema principu relativnosti, sve fizičke pojave, pri istim uslovima, dešavaju se na isti način u svim inercijalnim sistemima.

Prema principu konstantnosti brzine svetlosti, brzina svetlosti u vakuumu jednaka je u svim inercijalnim sistemima i ne zavisi od brzine izvora svetlosti niti od brzine prijemnika.

Ako se dužina nekog štapa meri iz nekog sistema referencije koji se kreće brzinom v u odnosu na štap, tako da je pravac brzine paralelan sa osom štapa, onda je dužina štapa u tom pokretnom sistemu

$$l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

gde je l_0 — dužina štapa u sistemu u kome on miruje (sopstvena dužina štapa), a c — brzina prostiranja svetlosti u vakuumu.

Ako se u nekoj tački koja miruje u nekom sistemu referencije desi događaj, čije je vreme trajanja Δt_0 u ovom sistemu, onda je vreme trajanja Δt ovog događaja u sistemu koji se kreće brzinom v u odnosu na prvi sistem

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Ako je m_0 masa tela u sistemu u kome ono miruje, onda je njegova masa u sistemu referencije koji se kreće brzinom v

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Isto tako je i impuls tela u sistemu referencije koji se kreće brzinom v

$$p=mp=\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Ukupna energija tela, mase m, je

$$E=mc^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

pri čemu je za $v=0$ ona $E_0=m_0c^2$, pa je kinetička energija tela

$$E_k=E-E_0=(m-m_0)\,c^2$$

dok je takođe

$$E^2=E_0^2+(pc)^2$$

Relativna brzina dva tela koja se kreću po istoj pravoj brzinama v i u, i to u istom smeru je

$$v_r=\frac{v+u}{1+\frac{v\cdot u}{c^2}}$$

5. *Gravitaciono polje*

Intenzitet gravitacionih sila kojima uzajamno deluju dva tačkasta tela, masa m_1 i m_2, koja se nalaze na rastojanju r, određen je Njutnovim zakonom gravitacije, prema kome je

$$F_g=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$$

gde je $\gamma=6{,}67\cdot10^{-11}\,N\cdot m^2/kg^2$ — gravitaciona konstanta.

Ako se tačkasto telo, mase m, nađe slobodno u gravitacionom polju tačkastog (ili sfernog) tela, mase M na rastojanju r, onda se ono kreće ubrzanjem

$$a_g=\frac{F_g}{r^2}=\gamma\frac{M}{r^2}$$

koje se naziva gravitaciono ubrzanje.

Ako na tačkasto telo, mase m_p, deluje gravitaciona sila $\vec{F}_g$, onda je jačina gravitacionog polja na mestu gde se nalazi tačkasto telo

$$\vec{G}=\frac{\vec{F}_g}{m_p}$$

odakle je intenzitet ovog vektora $G=F_g/m_p$, a odgovarajuća jedinica $[G]=[F]/[m_p]=N/kg$.

Ako se posmatra gravitaciono polje tačkastog (ili sfernog) tela, mase m na rastojanju r, tj. njutnovsko gravitaciono polje, onda je

$$G=\frac{F_g}{m_p}=\frac{\gamma\frac{mm_p}{r^2}}{m_p}=\gamma\frac{m}{r^2}$$

Ukoliko tačkasto telo, mase m_p, poseduje gravitacionu potencijalnu energiju E_p kada se nađe u nekoj tački gravitacionog polja, onda je gravitacioni potencijal u toj tački

$$\varphi=\frac{E_p}{m_p}$$

čija je jedinica $[\varphi]=[E_p]/[m_p]=J/kg$.

U slučaju da se posmatra njutnovsko gravitaciono polje tela, mase m, tada je gravitaciona potencijalna energija tela, mase m_p, koje se nalazi na rastojanju r

$$E_p=-\gamma\frac{mm_p}{r}$$

a odgovarajući gravitacioni potencijal

$$\varphi=\frac{E_p}{m}=-\gamma\frac{m}{r}$$

Ako se tačkasto telo, mase m_1, pomera u njutnovskom gravitacionom polju tela, mase m_2, onda je rad spoljašnjih sila

$$A=\gamma m_1m_2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$$

gde je r_1 — početno, a r_2 — krajnje rastojanje između tela. Ako rad vrše gravitacione sile, onda je $A>0$, a ako rad vrše spoljašnje sile, onda je $A<0$.

Isto tako je

$$A=m\Delta\varphi=m(\varphi_2-\varphi_1)$$

gde je m — masa tela koje se pomera u gravitacionom polju (koje ne mora da bude njutnovsko), $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ — razlika gravitacionih potencijala tačaka u kojima se nalazilo telo na kraju i početku kretanja.

Rezultanta gravitacione sile $\vec{F}_g$ kojom Zemlja deluje na telo, mase m, i centrifugalne sile $\vec{F}_c$ koja deluje na njega jeste sila teže $\vec{P}$. Dakle,

$$\vec{P}=\vec{F}_g+\vec{F}_c$$

pa je ubrzanje sile teže, tj. ubrzanje slobodnog padanja

$$\vec{g}=\frac{\vec{P}}{m}$$

odnosno

$$\vec{g}=\vec{a}_g+\vec{a}_n$$

gde je $\vec{a}_g=\vec{F}_g/m$ — gravitaciono ubrzanje, $\vec{a}_n=\vec{F}_c/m$ — ubrzanje koje telo ima usled dejstva na njega sile $\vec{F}_c$.

Za geografsku širinu $\varphi=\pm90^\circ$ (tj. za polove Zemlje) je $g=a_g$, dok je za $\varphi=0^\circ$ (tj. za ekvator) $g=a_g-a_n$, gde je $a_g=\gamma M_Z/R_Z^2$, a $a_n=R_Z\omega^2$ (gde je M_Z — masa Zemlje a R_Z — njen poluprečnik).

Može se dokazati da je intenzitet sile teže koja deluje na telo koje se nalazi na geografskoj širini φ

$$P(\varphi)\approx F_g\sqrt{1-0{,}007\cos^2\varphi}$$

pa je intenzitet ubrzanja slobodnog padanja, tj. sile teže

$$g(\varphi)=\frac{P(\varphi)}{m}=\gamma\frac{M_Z}{R_Z^2}\sqrt{1-0{,}007\cos^2\varphi}$$

gde je M_Z — masa Zemlje, a R_Z — njen poluprečnik.

Težina tela $\vec{Q}$ je sila kojom telo deluje na podlogu ili zateže uže. Njen intenzitet je

$$Q=m(g\pm a)$$

gde je m — masa tela i a — intenzitet ubrzanja kojim se kreće podloga (uže) U prethodnoj relaciji treba uzeti znak (+) ako se

podloga (uže) sa telom kreće naviše, a znak (—) ako se kreće naniže.

Prva kosmička brzina je

$$v_1=\sqrt{g_0 R}$$

a druga

$$v_2=\sqrt{2}\, v_1$$

gde je g_0 — ubrzanje slobodnog padanja na površini nebeskog tela koje se posmatra, a R — njegov poluprečnik.

6. *Kretanje tela u gravitacionom polju*

Kod vertikalnog hica naviše je

$$v=v_0-gt$$

$$h=v_0 t-\frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2=v_0^2-2gh$$

a kod vertikalnog hica naniže

$$v=v_0+gt$$

$$h=v_0 t+\frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2=v_0^2+2gh$$

gde je v_0 — intenzitet početne brzine tela, t — vreme kretanja tela, g — ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se telo kreće i h — pređeni put tela.

Kod slobodnog padanja je $v_0=0$.

Ako se telo izbaci brzinom $\vec{v}_0$ u horizontalnom pravcu, komponente njegove brzine su

$$v_x=v_0$$

$$v_y=-gt$$

a pređeni putevi u pravcu X- i Y-osa

$$x=v_0 t$$

$$y=-\frac{1}{2} g t^2$$

odakle je jednačina putanje

$$y=-\frac{g}{2v_0^2} x^2$$

Ukoliko se telo izbaci brzinom $\vec{v}_0$ u pravcu koji zaklapa ugao α prema horizontu, komponente brzine su

$$v_x=v_0 \cos\alpha$$

$$v_y=v_0 \sin\alpha-gt$$

a pređeni putevi u pravcu X- i Y-osa

$$x=v_0 t \cos\alpha$$

$$y=v_0 t \sin\alpha-\frac{1}{2} g t^2$$

odakle je jednačina putanje

$$y=x \operatorname{tg}\alpha-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2$$

Maksimalna visina se nalazi iz uslova $v_y=0$ i određena je relacijom

$$y_{max}=\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

a maksimalan domet iz uslova $y=0$ i određen je relacijom

$$x_{max}=\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

7. *Ravnoteža sila. Ravnoteža momenata*

Rezultanta sila $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n$ je

$$\vec{F}_R=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots+\vec{F}_n=\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

dok je ravnotežna sila $\vec{F}_R{}'=-\vec{F}_R$.

Ako napadne linije sila $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n$ koje deluju na telo prolaze kroz jednu tačku, onda je telo u ravnoteži kada je

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i=0$$

pri čemu telo miruje (statička ravnoteža) ili se kreće ravnomerno pravolinijski (dinamička ravnoteža). U oba slučaja je ubrzanje tela $\vec{a}=0$.

Intenzitet momenta sile $\vec{F}$ u odnosu na neku tačku je

$$\mathcal{M}=rF$$

gde je r — krak sile ili najmanje rastojanje tačke u odnosu na koju se traži moment sile i njene napadne linije, a F — intenzitet sile.

Jedinica momenta sile je $[\mathcal{M}]=[r][F]=$ $=\mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$.

Ako na telo deluje više momenata sile $\overset{\frown}{\mathcal{M}}_1, \overset{\frown}{\mathcal{M}}_2, \overset{\frown}{\mathcal{M}}_3, \ldots, \overset{\frown}{\mathcal{M}}_n$, onda je rezultujući moment

$$\overset{\frown}{\mathcal{M}}_R=\overset{\frown}{\mathcal{M}}_1+\overset{\frown}{\mathcal{M}}_2+\overset{\frown}{\mathcal{M}}_3+\cdots+\overset{\frown}{\mathcal{M}}_n=\sum_{i=1}^{n} \overset{\frown}{\mathcal{M}}_i$$

pri čemu je ravnotežni moment

$$\overset{\frown}{\mathcal{M}}_R{}'=-\overset{\frown}{\mathcal{M}}_R$$

Uslov ravnoteže tela na koje deluje više sila, čije se napadne linije ne seku u istoj tački, jeste da zbir ovih sila bude jednak nuli i da je zbir momenata ovih sila jednak nuli.

Naime,

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}=0; \quad \sum_{i=1}^{n} \breve{\mathcal{M}}_i=0$$

Intenzitet momenta sprega sila $\vec{F}$ i $-\vec{F}$, čije se napadne linije nalaze na rastojanju d, je

$$\mathcal{M}=dF$$

Intenzitet sile statičkog trenja F_{tr_s} jednak je intenzitetu vučne sile $\vec{F}$, tj.

$$F_{tr_s}=F$$

dok je intenzitet sile dinamičkog trenja

$$F_{tr_d}=\mu N$$

gde je μ — koeficijent trenja, a N — intenzitet normalne sile na podlogu.

Pritisak sile $\vec{F}$ na normalnu površinu S je

$$p=\frac{F}{S}$$

gde je F — intenzitet sile.

Jedinica pritiska je $[p]=[F]/[S]=\mathrm{N/m^2}=\mathrm{Pa}$.

Ako na štap, površine poprečnog preseka S, deluju aksijalne sile, intenziteta F, normalni napon u štapu je

$$\sigma=\frac{F}{S}$$

pri čemu je $[\sigma]=\mathrm{Pa}$.

8. Dinamika rotacionog kretanja

Telo se pod dejstvom centripetalne sile

$$\vec{F}_{cp}=m\vec{a}_n$$

kreće po kružnoj putanji. Njen intenzitet je

$$F_{cp}=ma_n=\frac{mv^2}{r}=mr\omega^2=mv\omega$$

gde je m — masa tela, a_n — intenzitet normalnog ubrzanja, v — intenzitet linijske, ω — ugaone brzine i r — poluprečnik putanje.

U inercijalnom sistemu vezanom za telo koje rotira centripetalna sila $\vec{F}_{cp}$ je u ravnoteži sa centrifugalnom silom $\vec{F}_{cf}$.

Moment inercije materijalne tačke, mase m, u odnosu na osu od koje se nalazi na udaljenosti r (normalno rastojanje) je

$$I=mr^2$$

a tela koje sadrži n materijalnih tačaka

$$I=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

Jedinica momenta inercije je $[I]=[m][r^2]=\mathrm{kg\cdot m^2}$.

Ako je I_0 moment inercije tela, mase m, u odnosu na osu koja prolazi kroz njegov centar mase, onda je moment inercije ovog tela u odnosu na neku drugu osu, koja je paralelna prethodnoj, a nalazi se na normalnom rastojanju d, prema Štajnerovoj teoremi

$$I=I_0+md^2$$

Prema II Njutnovom zakonu za rotaciju je ugaono ubrzanje $\breve{\alpha}$ tela, momenta inercije I, pri delovanju na njega momenta $\breve{\mathcal{M}}$

$$\breve{\alpha}=\frac{\breve{\mathcal{M}}}{I}$$

odakle je $\breve{\mathcal{M}}=I\breve{\alpha}$, ili u skalarnom obliku

$$\mathcal{M}=I\alpha$$

pri čemu su odgovarajuće jedinice: $[\mathcal{M}]=\mathrm{m\cdot N}$, $[I]=\mathrm{kg\cdot m^2}$, $[\alpha]=\mathrm{rad/s^2}$.

Ako se telo, mase m, kreće brzinom v po kružnoj putanji poluprečnika r, intenzitet impulsa tela je mv, a intenzitet momenta impulsa L u odnosu na osu rotacije je

$$L=r\cdot mv$$

čija je jedinica $[L]=[r][m][v]=\mathrm{kg\cdot m^2/s}$.

II Njutnov zakon za rotaciju u opštem obliku može da se izrazi relacijom

$$\breve{\mathcal{M}}=\frac{\Delta\breve{L}}{\Delta t}$$

gde je $\Delta\breve{L}$ — promena momenta impulsa tela za vreme Δt pri delovanju na telo momenta $\breve{\mathcal{M}}$.

Prema prethodnoj relaciji je

$$\breve{\mathcal{M}}\cdot\Delta t=\Delta\breve{L}$$

gde je $\breve{\mathcal{M}}\cdot\Delta t$ — impuls momenta $\breve{i}_{\mathcal{M}}$. Naime,

$$\breve{i}_{\mathcal{M}}=\breve{\mathcal{M}}\cdot\Delta t$$

Ako izolovani sistem sadrži n tela čiji su momenti impulsa $\breve{L}_1, \breve{L}_2, \breve{L}_3, \ldots, \breve{L}_n$, onda je prema zakonu održanja momenta impulsa

$$\sum_{i-1}^{n} \breve{L}_i=\mathrm{const}$$

Ako na telo deluje moment intenziteta $\mathcal{M}$ i ako telo pri tome učini ugaoni pomeraj θ, izvršeni rad je

$$A=\mathcal{M}\theta$$

dok je odgovarajuća snaga mašine koja vrši rad

$$P=\frac{A}{t}=\mathcal{M}\omega$$

pri čemu je: $[\mathcal{M}]=\text{m}\cdot\text{N}$, $[\theta]=\text{rad}$, $[t]=\text{s}$, $[\omega]=\text{rad/s}$, $[A]=\text{J}$, $[P]=\text{W}$.

Kinetička energija tela, momenta inercije I, koje rotira ugaonom brzinom ω je

$$E_k=\frac{I\omega^2}{2}$$

9. *Svojstva tečnosti i čvrstih supstancija*

Uloženi rad ΔA za povećanje slobodne površine tečnosti za ΔS je $\Delta A \sim \Delta S$ ili

$$\Delta A=\alpha\Delta S$$

gde je α — koeficijent površinskog napona tečnosti, čija je jedinica $[\alpha]=[\Delta A]/[\Delta S]=\text{J/m}^2$.

Intenzitet sile površinskog napona F, koja deluje na graničnoj liniji slobodne površine tečnosti, dužine l, je $F\sim l$, tj.

$$F=\alpha l$$

odakle je $[\alpha]=[F]/[l]=\text{N/m}$.

Laplasov pritisak ispod slobodne površine tečnosti sfernog oblika, poluprečnika r, je

$$\Delta p=\pm\frac{2\alpha}{r}$$

pri čemu treba uzeti znak (+) za ispupčene slobodne površine tečnosti (ugao kvašenja $\theta=\pi$ rad), a znak (—) za udubljene slobodne površine tečnosti (ugao kvašenja $\theta=0$).

Pritisak ispod ispupčene slobodne površine tečnosti je

$$p=p_0+\frac{2\alpha}{r}$$

a ispod izdubljene slobodne površine

$$p=p_0-\frac{2\alpha}{r}$$

gde je p_0 — spoljašnji pritisak.

Apsolutna promena dimenzije tela je

$$\Delta l=l-l_0$$

a relativna

$$\delta=\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{l-l_0}{l_0}$$

gde je l_0 — posmatrana dimenzija tela pre početka delovanja sile, a l — u toku delovanja sile.

Prema Hukovom zakonu je $\delta\sim\sigma$, tj.

$$\delta=e\sigma$$

gde je e — koeficijent elastičnosti supstancije od koje je telo načinjeno, a $\sigma=F/S$ — normalni napon koji je uzrok deformacije (gde je F — intenzitet aksijalne sile, a S — površina normalnog poprečnog preseka).

Recipročna vrednost koeficijenta elastičnosti e je Jungov modul elastičnosti E_y, tj.

$$E_y=1/e$$

pa se Hukov zakon može napisati u obliku

$$\frac{\Delta l}{l}=\frac{1}{E_y}\cdot\frac{F}{S}$$

pri čemu su odgovarajuće jedinice: $[\Delta l]=[l]=\text{m}$, $[E_y]=\text{Pa}$, $[F]=\text{N}$, $[S]=\text{m}^2$.

Elastična potencijalna energija deformisanog tela je

$$E_p=\frac{E_yS}{2l}(\Delta l)^2$$

gde je E_y — Jungov modul elastičnosti supstancije od koje je načinjeno telo, S — površina poprečnog preseka tela, l — dužina tela u pravcu dejstva sile, a Δl — apsolutna promena dimenzije l pod uslovom da nije prekoračena granica proporcionalnosti.

10. *Tečnosti i gasovi u ravnoteži*

Hidrostatički pritisak je

$$p=\rho gh$$

gde je ρ — gustina tečnosti, g — ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se nalazi tečnost i h — visina stuba tečnosti.

Na dubini h u tečnosti ukupan pritisak je

$$p=p_0+\rho gh$$

gde je p_0 — spoljašnji pritisak. Odgovarajuće jedinice su: $[p]=[p_0]=\text{Pa}$, $[\rho]=\text{kg/m}^3$, $[g]=\text{m/s}^2$, $[h]=\text{m}$.

Intenzitet Arhimedove sile je

$$F_A=\rho gV$$

gde je ρ — gustina tečnosti (gasa) u kojoj se nalazi telo, g — ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se telo nalazi, a V — zapremina telom istisnute tečnosti (gasa). Pravac sile $\vec{F_A}$ je vertikalan, a smer naviše, dok se njena napadna tačka nalazi u težištu dela tečnosti (gasa) koju istisne telo.

11. *Dinamika fluida*

Zapreminski protok fluida je

$$Q=\frac{V}{t}=Sv$$

dok je maseni protok

$$Q'=\frac{m}{t}=\rho Sv$$

gde je V — zapremina količine fluida protekle za vreme t kroz strujnu cev, m — njegova masa, S — površina poprečnog preseka strujne cevi, v — brzina fluida prilikom proticanja kroz uočeni poprečni presek i ρ — gustina fluida.

Odgovarajuće jedinice su: $[S]=\text{m}^2$, $[v]=\text{m/s}$, $[\rho]=\text{kg/m}^3$, $[Q]=\text{m}^3\text{/s}$, $[Q']=\text{kg/s}$.

Prema jednačini kontinuiteta je

$$Sv=\text{const}$$

što važi za strujnu cev bez istoka i utoka kroz bočne zidove.

Zbir statičkog pritiska p, visinskog pritiska ρgh i dinamičkog pritiska $\rho v^2/2$ duž strujne cevi je prema Bernulijevoj jednačini

$$p+\rho gh+\frac{\rho v^2}{2}=\text{const}$$

Primenom Bernulijeve jednačine nalazi se da je brzina isticanja tečnosti kroz uzan bočni otvor na širokom sudu

$$v=\sqrt{2gh}$$

gde je h — visinska razlika otvora i nivoa tečnosti u sudu. Ova relacija izražava Toričelijevu teoremu.

Prema Njutnovom zakonu unutrašnjeg trenja, intenzitet otporne sile prilikom trenja dva laminarna sloja fluida, površine S, koja se nalaze na rastojanju Δx je

$$F=\eta S\frac{\Delta v}{\Delta x}$$

gde je η — koeficijent viskoznosti fluida, a Δv — razlika brzina uočenih laminarnih slojeva fluida.

Jedinica koeficijenta viskoznosti je $[\eta]=\text{Pa}\cdot\text{s}$.

12. Mehaničke oscilacije

Kružna frekvencija ω mehaničkih oscilacija, njihov period T i frekvencija ν, vezani su relacijom

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$$

Jednačina harmonijskih oscilacija je

$$x=x_0\sin(\omega t+\varphi_0)$$

gde su x i x_0 — elongacija i amplituda oscilacija, a $(\omega t+\varphi)$ — njihova faza, dok je φ_0 — početna faza.

Harmonijske oscilacije nastaju pod dejstvom sile čiji je intenzitet F srazmeran elongaciji x, odnosno

$$F=-kx$$

gde je k — konstanta oscilatora (npr. opruge). Znak (—) ukazuje da sila $\vec{F}$ i pomeraj njene napadne tačke $\vec{x}$ (u odnosu na ravnotežno stanje) imaju suprotan smer.

Period harmonijskih oscilacija opruge sa telom je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

gde je m — masa tela, a k — konstanta opruge.

Period oscilovanja fizičkog (gravitacionog) klatna je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}$$

gde je I — moment inercije tela u odnosu na osu oko koje ono osciluje, m — masa tela, g — ubrzanje slobodnog padanja na mestu gde se telo nalazi i s — normalno rastojanje centra mase tela od ose oko koje ono osciluje.

Period oscilovanja matematičkog klatna, u slučaju kada je ugaona amplituda oscilovanja $\theta\leqslant\frac{1}{10}$ rad, je

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

gde je l — dužina klatna, tj. rastojanje od tačke vešanja klatna do centra mase kuglice.

13. Mehanički talasi

Talasna dužina je

$$\lambda=cT$$

gde je c — brzina prostiranja talasa, a T — period oscilovanja izvora talasa ili čestica supstancije kroz koju se prostire talas.

Brzina prostiranja longitudinalnog talasa kroz čvrstu supstanciju je

$$c=\sqrt{\frac{E_y}{\rho}}$$

gde je E_y — Jungov modul elastičnosti supstancije, a c — njena gustina.

Brzina prostiranja longitudinalnih talasa kroz gasove je

$$c=\sqrt{\frac{p\varkappa}{\rho}}$$

gde je p — pritisak gasa, $\varkappa$ — odnos specifičnih toplotnih kapacitivnosti gasa pri stalnom pritisku i pri stalnoj zapremini, a ρ — gustina gasa.

Brzina prostiranja transverzalnih talasa po zategnutoj žici je

$$c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

gde je F — intenzitet sile zatezanja žice, a μ — njena podužna masa (pri čemu je $\mu=m/l$, gde je m — masa žice, a l — njena dužina).

Prema zakonu odbijanja mehaničkih talasa, upadni ugao talasa α jednak je odbojnom uglu α', tj.

$$\alpha=\alpha'$$

pri čemu upadni zrak, normala na graničnu površinu i prelomljeni zrak leže u istoj ravni.

Brzina prostiranja talasa menja se prilikom prelamanja. Ako je c_1 brzina prostiranja talasa u prvoj sredini (pre prelamanja talasa), a c_2 — brzina prostiranja talasa u drugoj sredini (posle prelamanja talasa), onda je indeks prelamanja druge sredine u odnosu na prvu sredinu

$$n_{2/1}=\frac{c_1}{c_2}$$

Prema zakonu prelamanja, odnos sinusa upadnog i sinusa prelomnog ugla jednak je odnosu brzina prostiranja talasa u prvoj i drugoj sredini, tj.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}$$

odnosno

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2/1}$$

pri čemu upadni zrak, normala na graničnu površinu i prelomljeni zrak leže u istoj ravni.

Ako je E energija talasa koja se prenese kroz normalnu površinu S za vreme Δt, onda je objektivna jačina talasa

$$I=\frac{E}{S\Delta t}$$

Jedinica objektivne jačine talasa je $[I]=\frac{[E]}{[S][\Delta t]}=\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2\cdot s}}=\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$.

Ako su I_1 i I_2 objektivne jačine dva zvučna talasa, onda je subjektivna jačina drugog talasa u odnosu na prvi talas

$$L=\ln\frac{I_2}{I_1}$$

pri čemu je [L] = B (bel), ili

$$L=10\ln\frac{I_2}{I_1}$$

pri čemu je $[L]=$ dB (decibel).

Ukoliko referentna jačina zvuka odgovara pragu čujnosti $I_{min}=1\ \mathrm{pW/m^2}$, tada je subjektivna jačina zvuka čija je objektivna jačina I

$$L=10\ln\frac{I}{I_{min}}$$

pri čemu je $[L]=$ Ph (fon).

Uslov za nastajanje stojećeg talasa na zategnutoj žici dužine l (uslov za rezonanciju) je

$$l=k\frac{\lambda_k}{2}$$

gde je $k=1, 2, 3, \ldots$, $\lambda_k=\frac{c}{\nu_k}=\frac{1}{\nu_k}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ (gde je ν_k — frekvencija nastalog zvuka, F — intenzitet sile zatezanja žice, μ — njena podužna masa).

Uslov za nastajanje stojećeg talasa u vazdušnom stubu dužine l (uslov za njegovu rezonanciju) je:

— otvoren vazdušni stub ili zatvoren vazdušni stub na oba kraja

$$l=k\frac{\lambda_k}{2};\quad k=1, 2, 3,\ldots$$

— zatvoren vazdušni stub na jednom kraju

$$l=(2k+1)\frac{\lambda_k}{4};\quad k=0, 1, 2, 3,\ldots$$

gde je $\lambda_k=\frac{c}{\nu_k}=\frac{1}{\nu_k}\sqrt{\frac{p\varkappa}{\rho}}$ (gde je ν — frekvencija zvuka pri rezonanciji, p — pritisak gasa, $\varkappa=c_p/c_V$ — odnos specifičnih toplotnih kapacitivnosti vazduha pri stalnom pritisku i pri stalnoj zapremini i ρ — njegova gustina).

Prema Doplerovom efektu, frekvencija zvuka koga registruje prijemnik u slučaju kada se izvor zvuka udaljava (ili približava) od njega, brzinom v_1, je

$$\nu_1=\frac{\nu_0}{1\pm\frac{v_1}{c}}$$

gde je ν_0 — frekvencija zvuka koga emituje izvor zvuka i c — brzina prostiranja zvuka. U ovoj relaciji znak (+) treba uzeti kada se prijemnik kreće od izvora zvuka, a znak (—) kada se prijemnik kreće ka izvoru zvuka.

U slučaju kada prijemnik miruje a izvor zvuka se kreće ka njemu (ili od njega) brzinom v_2, frekvencija zvuka koga registruje prijemnik je

$$\nu_2=\nu_0\left(1\pm\frac{v_2}{c}\right)$$

gde je ν_0 — frekvencija zvuka koga emituje izvor zvuka, a c — brzina prostiranja zvuka.

Znak (+) treba uzeti u slučaju kada se izvor zvuka kreće ka prijemniku, a znak (—) kada se izvor zvuka kreće od prijemnika.

U slučaju kada se kreće prijemnik (brzinom v_1) i izvor zvuka (brzinom v_2) jedan ka drugom, frekvencija zvuka koga registruje prijemnik je

$$\nu_3=\nu_0\frac{1+\frac{v_2}{c}}{1-\frac{v_1}{c}}$$

a u slučaju kada bi se kretali jedan od drugog

$$\nu_4=\nu_0\frac{1-\frac{v_2}{c}}{1+\frac{v_1}{c}}$$

Doplerova frekvencija ν_d u prvom slučaju je

$$\nu_d=\nu_1-\nu_0$$

u drugom $\nu_d=\nu_2-\nu_0$, itd.

TOPLOTA

1. Termičko širenje čvrstih supstancija

Dužina l_t, površina S_t i zapremina V_t čvrstog tela na temperaturi t su:

$$l_t=l_0(1+\alpha t)$$

$$S_t=S_0(1+\beta t)$$

$$V_t=V_0(1+\gamma t)$$

gde su l_0, S_0, V_0 — dužina, površina i zapremina čvrstog tela na temperaturi 0 °C, dok su α, $\beta\approx 2\alpha$ i $\gamma\approx 3\alpha$ — temperaturski koeficijenti linearnog, površinskog i zapreminskog širenja supstancije od koje je načinjeno čvrsto telo.

Ako je ρ_0 gustina čvrste supstancije na temperaturi 0 °C, onda je ona na temperaturi t određena relacijom

$$\rho_t=\frac{\rho_0}{1+\gamma t}$$

2. Zakoni idealnih gasova

Prema Bojl-Mariotovom zakonu je proizvod pritiska p i zapremine V gasa stalan pri stalnoj temperaturi T. Naime,

$$pV=\text{const};\ T=\text{const}$$

Prema Šarlovom zakonu je pritisak gasa p_t na temperaturi t, pri stalnoj zapremini

$$p_t=p_0(1+\gamma t);\ V=\text{const}$$

gde je p_0 — pritisak gasa na temperaturi 0 °C, a $\gamma=\frac{1}{273}\frac{1}{\text{K}}$ — temperaturski koeficijent pritiska.

Prema Gej-Lisakovom zakonu je zapremina gasa V_t na temperaturi t, pri stalnom pritisku

$$V_t=V_0(1+\beta t);\ p=\text{const}$$

gde je V_0 — zapremina gasa na temperaturi 0 °C, a $\beta=\frac{1}{273}\frac{1}{\text{K}}$ — temperaturski koeficijent zapremine.

Pošto je apsolutna temperatura $T=273+t$, Šarlov i Gej-Lisakov zakon mogu se napisati u obliku

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2};\ V=\text{const}$$

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2};\ p=\text{const}$$

gde su p_1, V_1, T_1 — parametri prvog stanja gasa, a p_2, V_2, T_2 — parametri drugog stanja gasa.

Prema opštem zakonu gasova je

$$\frac{pV}{T}=\text{const}$$

dok je prema jednačini stanja

$$pV=nRT$$

gde je $n=\frac{N}{N_A}=\frac{m}{M}$ — količina gasa (gde je N — broj molekula gasa u datom sistemu, $N_A=6{,}02\cdot 10^{23}\frac{1}{\text{mol}}$ — Avogadrova konstanta, m — masa gasa, a M — njegova molarna masa), $R=8{,}31$ J/(mol·K) — molarna gasna konstanta.

Jedinica za količinu gasa (supstancije) je $[n]=$ mol, a za molarnu masu $[M]=$ kg/mol.

Rad gasa pri izobarskoj ekspanziji je

$$A=p\Delta V$$

gde je p — pritisak gasa, a ΔV — povećanje zapremine gasa prilikom ekspanzije.

Toplotna kapacitivnost tela je

$$C=\frac{Q}{\Delta t}$$

gde je Q — dovedena količina toplote, a Δt — povišenje temperature tela pri tome.

Jedinica toplotne kapacitivnosti je $[C]=$ = J/K ili J/°C.

Specifična toplotna kapacitivnost supstancije od koje je načinjeno telo, mase m, čija je toplotna kapacitivnost C, je

$$c=\frac{C}{m}=\frac{Q}{m\Delta t}$$

Jedinica specifične toplotne kapacitivnosti je $[c]=\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}=\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}$.

Iz prethodne relacije se nalazi da je količina toplote Q koja se dovede telu, mase m, koje je načinjeno od supstancije čija je specifična toplotna kapacitivnost c, pri čemu se temperatura tela povisi za Δt, određena relacijom

$$Q = mc\Delta t$$

tj.

$$Q = C\Delta t$$

gde je C — toplotna kapacitivnost tela.

Ako je telo, toplotne kapacitivnosti C, načinjeno od količine supstancije n, onda je molarna toplotna kapacitivnost supstancije

$$C_m = \frac{C}{n} = \frac{Q}{n\Delta t}$$

pri čemu je $[C_m] = \frac{[Q]}{[n][\Delta t]} = \frac{J}{mol \cdot K}$.

Telu, mase m, načinjenom od supstancije čija je molarna masa M, odgovara količina supstancije

$$n = \frac{m}{M}$$

pri čemu je $[n] = mol$, $[m] = kg$, $[M] = kg/mol$, ili ako telo sadrži N molekula, onda je

$$n = \frac{N}{N_A}$$

gde je $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} 1/mol$ — Avogadrova konstanta.

U izolovanom sistemu, razmena unutrašnje energije traje dok se u sistemu ne uspostavi jednaka temperatura svih tela. Ako u sistemu n tela odaje unutrašnju energiju, a k tela je prima, pri čemu se ne vrši mehanički rad, onda je ukupna predata količina toplote $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ jednaka ukupnoj primljenoj količini toplote $\sum_{i=1}^{k} Q_i$, tj.

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \sum_{i=1}^{k} Q_i$$

što proizlazi iz zakona održanja energije.

Prema I principu termodinamike, dovedena količina toplote Q sistemu jednaka je promeni njegove unutrašnje energije ΔU i izvršenom radu A, tj.

$$Q = \Delta U + A$$

što takođe proizlazi iz zakona održanja energije.

Količina toplote Q_s koja se oslobodi pri sagorevanju količine goriva čija je masa m je $Q_s \sim m$, tj.

$$Q_s = q_s m$$

gde je q_s — specifična toplota sagorevanja goriva, ili njegova kalorijska moć.

Količina toplote Q_t koja se utroši za topljenje količine supstancije, mase m, na temperaturi topljenja t_t je $Q_t \sim m$, tj.

$$Q_t = q_t m$$

gde je q_t — specifična toplota topljenja supstancije.

Količina toplote Q_o koja se oslobodi prilikom očvršćavanja količine supstancije, mase m, na temperaturi očvršćavanja t_o je $Q_o \sim m$, tj.

$$Q_o = q_o m$$

gde je q_o — specifična toplota očvršćavanja supstancije.

Za jednu supstanciju je $t_t = t_o$ i $q_t = q_o$.

Količina toplote Q_i koja se utroši na isparavanje količine supstancije, mase m, na temperaturi ključanja t_k je $Q_i \sim m$, tj.

$$Q_i = q_i m$$

gde je q_i — specifična toplota isparavanja supstancije.

Količina toplote $Q_{kond.}$ koja se oslobodi prilikom kondenzovanja količine supstancije, mase m, na temperaturi kondenzovanja $t_{kond.}$ je $Q_{kond.} \sim m$, tj.

$$Q_{kond.} = q_{kond.} \cdot m$$

gde je $q_{kond.}$ — specifična toplota kondenzovanja supstancije.

Za jednu supstanciju je $t_i = t_{kond.}$ i $q_i = q_{kond.}$

Relativna vlažnost δ jednaka je količniku apsolutne vlažnosti ρ (gustini vodene pare na datoj temperaturi) i maksimalne vlažnosti ρ_{max} (gustini zasićene vodene pare na toj temperaturi), tj.

$$\delta = \frac{\delta}{\delta_{max}} 100\%$$

pri čemu je takođe

$$\delta = \frac{p}{p_{max}} 100\%$$

gde je p — parcijalni pritisak vodene pare (na datoj temperaturi) i p_{max} — pritisak zasićene vodene pare na toj temperaturi.

Stepen korisnog dejstva toplotne mašine je

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

gde je Q_1 — količina toplote koju radno telo mašine primi od grejača, a Q_1 — količina toplote koju radno telo mašine preda hladnjaku.

Stepen korisnog dejstva idealne toplotne mašine koja radi prema Karnoovom ciklusu je

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

gde su T_1 i T_2 — temperature grejača i hladnjaka.

ELEKTRICITET

1. Električno polje

Intenzitet sila kojima uzajamno deluju dva tačkasta naelektrisanja q_1 i q_2, koja se nalaze na rastojanju r, prema Kulonovom zakonu je

$$F_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{q_1q_2}{r_2}$$

gde je ε — permitivnost sredine u kojoj se nalaze naelektrisanja, pri čemu je

$$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$$

gde je ε_r — relativna permitivnost sredine, a $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\cdot10^9}\frac{C^2}{N\cdot m^2}\approx8{,}85\cdot10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}$ — permitivnost vakuuma, ili električna konstanta.

Električna sila čiji je intenzitet definisan prethodnom relacijom naziva se Kulonova sila, a odgovarajuće međusobno delovanje naelektrisanih tela — kulonovsko delovanje.

Ako na tačkasto naelektrisanje q_p deluje električna sila $\vec{F_e}$, onda je jačina električnog polja na mestu gde se nalazi tačkasto naelektrisanje

$$\vec{E}=\frac{\vec{F_e}}{q_p}$$

odakle je intenzitet ovog vektora $E=F_e/q_p$, a odgovarajuća jedinica $[E]=[F_e]/[q_p]=N/C$.

Ako se posmatra električno polje tačkastog (ili sfernog) naelektrisanja q na rastojanju r od njega, tj. kulonovsko polje, onda je

$$E=\frac{F_e}{q_p}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{qq_p}{r^2}}{q_p}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{q}{r^2}$$

Ukoliko tačkasto naelektrisanje q_p poseduje električnu potencijalnu energiju E_p kada se nađe u nekoj tački električnog polja, onda je električni potencijal u toj tački

$$\varphi=\frac{E_p}{q_p}$$

čija je jedinica $[\varphi]=[E_p]/[q_p]=J/C=V$.

U slučaju kada se posmatra kulonovsko električno polje naelektrisanja q, tada je električna potencijalna energija tačkastog naelektrisanja q_p, koja se nalazi na rastojanju r -

$$E_p=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{qq_p}{r}$$

pri čemu je ova energija negativna ako se naelektrisanja q i q_p privlače, a pozitivna — ako se ona odbijaju. Odgovarajući električni potencijal je

$$\varphi=\frac{E_p}{q_p}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{q}{r}$$

Ako se tačkasto naelektrisanje q_1 pomera u kulonovskom električnom polju naelektrisanja q_2 pod dejstvom spoljašnjih sila, onda je njihov rad

$$A=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$$

gde je r_1 — početno, a r_2 — krajnje rastojanje između naelektrisanja. Ako rad vrše električne sile, onda rad treba uzeti kao pozitivan ($A>0$), a ako ga vrše spoljašnje sile, onda kao negativan ($A<0$).

Isto tako je

$$A=m\Delta\varphi=m(\varphi_2-\varphi_1)$$

gde je q — tačkasto naelektrisanje koje se pomera u električnom polju (koje ne mora da bude kulonovsko), $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ — razlika električnih potencijala tačaka u kojima se nalazilo naelektrisanje na kraju i početku kretanja.

Jačina električnog polja između ravnih i paralelnih ploča je

$$E=\frac{\Delta\varphi}{d}$$

gde je $\Delta\varphi$ — razlika potencijala ploča, a d — njihov razmak.

Ako se potencijal tela promeni za $\Delta\varphi$ prilikom dovođenja na njega količine elektriciteta Δq, onda je električna kapacitivnost tela

$$C=\frac{\Delta q}{\Delta\varphi}$$

a njegova jedinica $[C]=[\Delta q]/[\Delta\varphi]=C/V=F$.

Kapacitivnost sfernog tela poluprečnika r je

$$C=4\pi\varepsilon r$$

a ravnog kondenzatora

$$C=\varepsilon\frac{S}{d}$$

gde je ε — permitivnost sredine, S — površina jedne ploče, a d — razmak između ploča.

Električna energija kondenzatora kapacitivnosti C, naelektrisanog količinom elektriciteta q, pri čemu je napon između njegovih ploča U je

$$W=\frac{1}{2}qU=\frac{1}{2}CU^2=\frac{q^2}{2C}$$

Ekvivalentna kapacitivnost n paralelno vezanih kondenzatora je

$$C_e=C_1+C_2+C_3+\cdots+C_n$$

dok se ekvivalentna kapacitivnost n redno vezanih kondenzatora određuje iz relacije

$$\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

2. *Jednosmerna električna struja*

Ako kroz jedan poprečni presek provodnika protekne količina elektriciteta Δq za vreme Δt, onda je jačina električne struje koja protiče kroz provodnik u toku ovog vremena

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

a isto tako je

$$I=nSe\langle v\rangle$$

gde je n — koncentracija slobodnih elektrona u provodniku, S — površina poprečnog preseka provodnika, e — naelektrisanje elektrona, $\langle v\rangle$ — srednja brzina usmerenog kretanja slobodnih elektrona kroz provodnik.

Elektromotorna sila (*ems*) električnog izvora je

$$\mathcal{E}=\frac{A}{q}$$

gde je A — rad neelektričnih spoljašnjih sila utrošen za pomeranje naelektrisanja q duž strujnog kola (od jednog pola električnog izvora do drugog njegovog pola). Jedinica *ems* je $[\mathcal{E}]=\mathrm{V}$.

Električna otpornost homogenog provodnika dužine l i površine poprečnog preseka S je

$$R=\rho\frac{l}{S}$$

gde je ρ — specifična otpornost supstancije od koje je načinjen provodnik, dok je električna provodnost ovog provodnika

$$G=\frac{1}{R}=\gamma\frac{S}{l}$$

gde je γ — specifična električna provodnost supstancije od koje je načinjen provodnik, pri čemu su odgovarajuće jedinice: $[\rho]=\Omega\cdot\mathrm{m}$, $[l]=\mathrm{m}$, $[S]=\mathrm{m}^2$, $[\gamma]=\mathrm{S/m}$, $[R]=\Omega$, $[G]=\mathrm{S}$.

Ekvivalentna otpornost n redno vezanih otpornika je

$$R_e=R_1+R_2+R_3+\cdots+R_n$$

dok se ekvivalentna otpornost njihove paralelne veze određuje iz relacije

$$\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots+\frac{1}{R_n}$$

Ako je R_0 otpornost nekog otpornika na temperaturi 0°C, onda je ona na temperaturi t

$$R_t=R_0(1+\alpha t)$$

gde je α — temperaturski koeficijent otpornosti supstancije od koje je načinjen otpornik. Za metale je $\alpha>0$, za elektrolite $\alpha<0$, dok se za neke legure (manganin i konstantan) može uzeti da je $\alpha\approx 0$.

Prema Omovom zakonu je jačina električne struje kroz provodnik otpornosti R

$$I=\frac{U}{R}$$

gde je U — napon između njegovih krajeva (pad napona), dok je jačina električne struje kroz celo strujno kolo

$$I=\frac{\Sigma\mathcal{E}}{R}$$

gde je $\Sigma\mathcal{E}$ — algebarski zbir *ems* električnih izvora u kolu, a R — otpornost kola.

Prema I Kirhofovom pravilu, algebarski zbir jačina struja koje utiču u jedan čvor i ističu iz njega jednak je nuli, tj.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i=0$$

pri čemu struje koje utiču u čvor treba uzeti kao pozitivne, a one koje ističu iz čvora — kao negativne.

Prema II Kirhofovom pravilu, algebarski zbir *ems* električnih izvora u zatvorenom strujnom kolu jednak je zbiru svih padova napona, tj.

$$\sum_{i=1}^{n}\mathcal{E}_i=\sum_{i=1}^{k}(RI)_i$$

pri čemu elektromotorne sile treba uzeti kao pozitivne ako se njihov smer poklapa sa smerom obilaženja konture, a padove napona na otpornicima — kao pozitivne ako se pretpostavljeni smer struje kroz njih poklapa sa smerom obilaženja konture.

Utrošeni rad za pomeranje količine elektriciteta q duž provodnika otpornosti R za vreme t, pri čemu je jačina struje kroz provodnik I, a pad napona na njemu U, određen je relacijom

$$A=qU$$

tj.

$$A=UIt=RI^2t\frac{U^2}{R}t$$

pri čemu je odgovarajuća snaga (električna snaga)

$$P=UI=RI^2=\frac{U^2}{R}$$

Oslobođena količina toplote prilikom proticanja električne struje jačine I kroz provodnik otpornosti R je

$$Q=RI^2t$$

gde je t — vreme proticanja električne struje. Prethodna relacija izražava Džul-Lencov zakon.

Prema I Faradejevom zakonu elektrolize, masa m supstancije koja se natoloži na elektrodi za vreme dok kroz rastvor protekne

količina elektriciteta q je $m \sim q$, tj.

$$m = kq$$

gde je k — elektrohemijski ekvivalent supstancije, dok je prema II Faradejevom zakonu elektrolize

$$k = \frac{1}{F}\frac{M}{Z}$$

gde je $F = 96\,000\,\mathrm{C/mol}$ — Faradejeva konstanta, n — molarna masa supstancije, a Z — njena valenca.

3. *Magnetno polje*

Intenzitet Lorencove (magnetne) sile koja deluje na naelektrisanje q koje se kreće brzinom v kroz magnetno polje, indukcije B, po pravcu normalnom na linije sile magnetnog polja je

$$F_m = qvB$$

dok je intenzitet Amperove (magnetne) sile koja deluje na provodnik, dužine l, kroz koji protiče električna struja, jačine I, kada se on nalazi u magnetnom polju indukcije B, određen relacijom

$$F_m = lIB \sin\alpha$$

gde je α — ugao između provodnika i linija sile magnetnog polja. Odgovarajuće jedinice u ovim relacijama su: $[q] = \mathrm{C}$, $[v] = \mathrm{m/s}$, $[B] = \mathrm{T}$, $[l] = \mathrm{m}$, $[I] = \mathrm{A}$ i $[F_m] = \mathrm{N}$.

Ako je $\vec{H}$ jačina magnetnog polja u nekoj tački magnetnog polja, onda je magnetna indukcija $\vec{B}$ u toj tački

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

ili u skalarnom obliku $B = \mu H$, gde je μ — permeabilnost sredine, pri čemu je

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

gde je μ_r — relativna permeabilnost sredine, a $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$ — permeabilnost vakuuma, ili magnetna konstanta.

Jedinica jačine magnetnog polja je $[H] = \mathrm{A/m}$.

Magnetni fluks homogenog magnetnog polja, indukcije B, kroz površinu S je

$$\Phi = BS \cos\alpha$$

gde je α — ugao između normale na površinu i linija sile magnetnog polja.

Jedinica magnetnog fluksa je $[\Phi] = \mathrm{Wb}$.

Prema Bio-Savarovom zakonu, magnetna indukcija magnetnog polja beskonačno dugog pravolinijskog provodnika je

$$B = \mu \frac{I}{2\pi a}$$

gde je μ — permeabilnost sredine u kojoj se nalazi provodnik, I — jačina struje koja protiče kroz provodnik, dok je a — normalno rastojanje tačke (u kojoj se traži magnetna indukcija) od strujnog provodnika.

Magnetna indukcija u središtu kružnog strujnog provodnika, poluprečnika r, je

$$B = \mu \frac{I}{2r}$$

a u središtu strujnog kalema, dužine l, koji sadrži N navojaka

$$B = \mu \frac{NI}{l}$$

gde je I — jačina struje.

Intenzitet sile uzajamnog dejstva između dva paralelna strujna provodnika, koja se nalaze na rastojanju a i kroz koje protiču struje jačina I_1 i I_2, određen je relacijom

$$F = \mu \frac{I_1 I_2 l}{2\pi a}$$

gde je l — dužina posmatranih naspramnih delova strujnih provodnika.

Prema Faradejevom zakonu indukcije, indukovana *ems* u zatvorenom provodniku je

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

gde je $\Delta\Phi$ — promena magnetnog fluksa kroz površinu omeđenu provodnikom za vreme Δt, dok je indukovana *ems* u provodniku, dužine l, koji se kreće brzinom v kroz magnetno polje indukcije B,

$$\mathcal{E}_i = lIB \sin\alpha$$

gde je α — ugao između pravca provodnika i linija sile magnetnog polja.

Prilikom promene magnetnog fluksa Φ kroz provodnik, otpornosti R, protekne količina elektriciteta

$$q = -\frac{1}{R}\Delta\Phi$$

gde je $\Delta\Phi$ — promena magnetnog fluksa kroz površinu omeđenu provodnikom. Znak (—) ukazuje da je smer indukovane struje u provodniku takav da njeno magnetno polje teži da spreči promenu magnetnog fluksa, što proizlazi iz Lencovog pravila.

Sopstveni magnetni fluks strujnog kola je

$$\Phi_s = LI$$

gde je L — induktivnost kola, a I — jačina struje koja protiče kroz kolo.

Jedinica induktivnosti je $[L] = \mathrm{H}$.

Prema Faradejevom zakonu indukcije, *ems* samoindukcije je

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

gde je L — induktivnost kola, a ΔI — promena jačine struje koja protiče kroz kolo za vreme Δt.

Međusobni fluks kroz površinu omeđenu strujnim kolom (2) magnetnog polja strujnog kola (1) kroz koje protiče struja jačine I_1 je

$$\Phi_{2/1} = MI_1$$

gde je M — međusobna induktivnost ova dva magnetno spregnuta strujna kola. Analogno je

$$\Phi_{1/2} = MI_2$$

gde je I_2 — jačina struje koja protiče kroz drugo kolo.

Jedinica međusobne induktivnosti je $[M] = \mathrm{H}$.

Prema Faradejevom zakonu indukcije, *ems* međusobne indukcije u prvom i drugom kolu su

$$\mathcal{E}_{1/2} = -M\frac{\Delta I_2}{\Delta t}; \quad \mathcal{E}_{2/1} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

gde su ΔI_1 i ΔI_2 — promene jačina struja kroz prvo i drugo kolo za vreme Δt.

4. *Naizmenična električna struja*

Jednačine harmonijske naizmenične *ems* i struje su

$$e = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$

$$i = I_0 \sin (\omega t + \varphi)$$

gde su $\mathcal{E}_0$ i I_0 — amplitude *ems* i jačine struje, $\omega = 2\pi\nu$ — kružna frekvencija (pri čemu je ν — frekvencija) i φ — fazna razlika između *ems* i jačine struje.

Efektivna vrednost jačine struje i napona je

$$I = I_0/\sqrt{2} \quad \text{i} \quad U = U_0/\sqrt{2}$$

gde su I_0 i U_0 — njihove amplitude.

Impedanca kalema, induktivnosti L, je

$$Z_L = L\omega$$

a kondenzatora, kapacitivnosti C,

$$Z_C = \frac{1}{C\omega}$$

gde je $\omega = 2\pi\nu$ — kružna frekvencija naizmenične struje koja protiče kroz njih.

Impedanca redno vezanog termogenog otpornika otpornosti R, kalema induktivnosti L i kondenzatora kapacitivnosti C određena je relacijom

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Prema Omovom zakonu za kolo naizmenične struje, jačina struje kroz deo strujnog kola je

$$I = \frac{U}{Z}$$

gde je U — pad napona na tom delu strujnog kola, a Z — njegova impedanca.

Fazna razlika između napona i struje u RLC strujnom kolu je

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

U RLC kolu naizmenične struje nastaje rezonancija ako je $L\omega = \frac{1}{\omega C}$, pri čemu je $Z = R$, pa je jačina struje pri rezonanciji

$$I_r = I_{\max} = \frac{U}{R}$$

Iz prethodnog uslova nalazi se da je rezonantna kružna frekvencija RLC kola

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Snage naizmenične struje su:

— prividna $P_p = UI$

— aktivna $P_a = UI \cos \varphi$

— reaktivna $P_r = UI \sin \varphi$

a odgovarajuće jedinice: $[P_p] = \mathrm{V \cdot A}$, $[P_a] = \mathrm{W}$, $[P_r] = \mathrm{var}$.

Odnos napona na krajevima primara i sekundara transformatora (U_p/U_s) jednak je odnosu njihovih brojeva navojaka (N_p/N_s), tj.

$$\frac{U_p}{U_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

5. *Elektromagnetne oscilacije*

Prema Tomsonovom obrascu, frekvencija elektromagnetnih oscilacija u LC-oscilatornom kolu je

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

gde je L — induktivnost kalema, a C — kapacitivnost kondenzatora. Odgovarajuće jedinice su: $[L] = \mathrm{H}$, $[C] = \mathrm{F}$, $[\nu] = \mathrm{Hz}$.

Jednačina struje koja protiče kroz ovakvo kolo je

$$i = I_0 \sin \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$$

6. Elektromagnetno polje. Elektromagnetni talasi

Zapreminska gustina energije električne i magnetne komponente elektromagnetnog polja je

$$w_e=\frac{\varepsilon E^2}{2} \quad \text{i} \quad w_m=\frac{\mu H^2}{2}$$

gde su ε i μ — permitivnost i permeabilnost sredine, a E i H — jačine električne i magnetne komponente elektromagnetnog polja.

Kako je $w_e=w_m$, to je

$$\varepsilon E^2=\mu H^2$$

pri čemu je najčešće $\varepsilon=\varepsilon_0$, a $\mu=\mu_0$.

Brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u nekoj supstanciji je

$$v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

a u vakuumu

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

a kako je $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$ i $\mu=\mu_r\mu_0$, to je

$$v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

Kako je za dielektrike $\mu_r\approx 1$, to je za njih $v=c/\sqrt{\varepsilon_r}$, a apsolutni indeks prelamanja

$$n=\frac{c}{v}=\sqrt{\varepsilon_r}$$

Talasna dužina elektromagnetnih talasa u vakuumu (nastalih usled elektromagnetnih oscilacija u LC-oscilatornom kolu) je

$$\lambda=\frac{c}{\nu}=2\pi c\sqrt{LC}$$

gde je c — brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu, L — induktivnost kalema, a C — kapacitivnost kondenzatora.

OPTIKA

1. Fotometrija

Ako svetlosni izvor tokom vremena Δt izrači svetlosnu energiju ΔW, onda je njegov svetlosni fluks

$$\Phi=\frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Objektivna jedinica svetlosnog fluksa je $[\Phi]_{ob}=\text{W}$, dok je njegova fotometrijska jedinica $[\Phi]=\text{lm}$.

Ako je $\Delta\Phi$ svetlosni fluks svetlosnog izvora kroz prostorni ugao $\Delta\Omega$, onda je svetlosna jačina I svetlosnog izvora u pravcu ose ovog prostornog ugla

$$I=\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}$$

Jedinica svetlosne jačine je $[I]=\text{cd}$.

Osvetljenost površine ΔS na koju pada svetlosni fluks $\Delta\Phi_{pad}$ je

$$E=\frac{\Delta\Phi_{pad}}{\Delta S}$$

Jedinica osvetljenosti je $[E]=\text{lm/m}^2=\text{lx}$.

Osvetljaj površine ΔS sa koje se emituje svetlosni fluks $\Delta\Phi_{em}$ je

$$R=\frac{\Delta\Phi_{em}}{\Delta S}$$

Jedinica osvetljaja je $[R]=\text{lm/m}^2$.

Osvetljenost površine zavisi od ugla pod kojim padaju svetlosni zraci na nju. Naime, ako je E_0 osvetljenost površine kada svetlosni zraci padaju na nju u pravcu normale, onda je osvetljenost ove površine kada svetlosni zraci padaju na nju pod uglom α u odnosu na normalu

$$E=E_0\cos\alpha$$

Ako se radi o tačkastom svetlosnom izvoru, svetlosne jačine I, onda je osvetljenost površine na udaljenosti r

$$E=\frac{I}{r^2}\cos\alpha$$

gde je α — ugao između svetlosnih zrakova i normale povučene na površinu u tački u kojoj se traži osvetljenost. Prethodna relacija izražava Lamberov zakon.

2. Geometrijska optika

Jednačina sfernih ogledala ima oblik

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}$$

gde su p i l — udaljenosti predmeta i lika od temena ogledala, a f — njegova žižna daljina, pri čemu je

$$f=R/2$$

gde je R — poluprečnik krivine ogledala.

U jednačini sfernih ogledala veličine p i l treba uzeti kao pozitivne za realne predmete i likove, a kao negativne — za imaginarne predmete i likove, dok je žižna daljina f pozitivna za izdubljena, a negativna — za ispupčena ogledala.

Uvećanje ogledala je

$$u=\frac{L}{P}=\frac{l}{p}$$

gde su L i P — veličine lika i predmeta.

Apsolutni indeks prelamanja supstancije u kojoj se svetlost prostire brzinom v je

$$n=\frac{c}{v}$$

gde je c — brzina prostiranja svetlosti u vakuumu.

Relativni indeks prelamanja druge sredine (u koju svetlost prelazi) u odnosu na prvu sredinu (iz koje izlazi) je

$$n_{2/1}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2}$$

gde su n_1 i n_2 — apsolutni indeksi prelamanja prve i druge sredine, dok su v_1 i v_2 — brzine prostiranja svetlosti u njima.

Prema zakonu odbijanja, upadni ugao α zraka svetlosti jednak je odbojnom uglu α', tj.

$$\alpha=\alpha'$$

pri čemu upadni zrak, normala (povučena na graničnu površinu u tački na koju pada upadni zrak) i odbijeni zrak leže u istoj ravni.

Prema zakonu prelamanja, odnos sinusa upadnog ugla α i sinusa prelomnog ugla β je stalan za jednu graničnu površinu i jednak je relativnom indeksu prelamanja $n_{2/1}$ druge sredine u odnosu na prvu sredinu, tj.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2/1}$$

odnosno

$$n_1\sin\alpha=n_2\sin\beta$$

gde su n_1 i n_2 — apsolutni indeksi prelamanja prve i druge sredine, pri čemu upadni zrak, normala (povučena na graničnu površinu u tački na koji pada upadni zrak) i prelomljeni zrak leže u istoj ravni.

Granični ugao totalne refleksije je

$$\alpha_g=\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

gde je n_2 — apsolutni indeks prelamanja optički ređe, a n_1 — optički gušće sredine.

Apsolutni indeks prelamanja supstancije od koje je načinjena optička prizma

$$n=\frac{\sin\frac{\theta+\delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}$$

gde je θ — ugao prizme, a δ_{min} — minimalni ugao skretanja zraka svetlosti prilikom prolaska kroz prizmu.

Za optički klin, tj. optičke prizme malog ugla θ, je

$$\delta\approx(n-1)\theta$$

Optička moć sočiva, žižne daljine f, je

$$\omega=1/f$$

Jedinica optičke moći je $[\omega]=1/\text{m}=\text{D}$ (dioptrija).

Optička moć tankog sočiva, poluprečnika sfernih površina R_1 i R_2, načinjenog od supstancije apsolutnog indeksa prelamanja n_1, kada se nalazi u sredini apsolutnog indeksa prelamanja n_2, je

$$\omega=\frac{1}{f}=\left(\frac{n_1}{n_2}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

pri čemu poluprečnike R_1 i R_2 treba uzeti kao pozitivne za ispupčene površine, a kao negativne — za izdubljene površine.

Jednačina sfernih sočiva ima oblik

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f}$$

gde su p i l — udaljenosti predmeta i lika od ogledala, a f — njegova žižna daljina. Veličine p i l treba uzeti kao pozitivne za realne predmete i likove, a kao negativne — za imaginarne predmete i likove, dok je žižna daljina f pozitivna za sabirna, a negativna — za rasipna sočiva.

Uvećanje sočiva je

$$u=\frac{L}{P}=\frac{l}{p}$$

gde su L i P — veličine lika i predmeta.

Ekvivalentna žižna daljina f_e kombinacije dva sočiva, žižnih daljina f_1 i f_2, koja se nalaze na rastojanju d, određena je relacijom

$$\frac{1}{f_e}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{d}{f_1 f_2}$$

Uvećanje lupe žižne daljine f je

$$u=\frac{s}{f}+1$$

gde je s — daljina jasnog vida.

Uvećanje mikroskopa, čiji objektiv i okular imaju uvećanje u_{ob} i u_{ok}, je

$$u=u_{ob}\cdot u_{ok}$$

tj.

$$u=\frac{ls}{f_{ob}\cdot f_{ok}}$$

gde je l — postojanje između žiža objektiva i okulara, s — daljina jasnog vida, a f_{ob} i f_{ok} — žižne daljine objektiva i okulara.

Uvećanje teleskopa je

$$u=\frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

gde su f_{ob} i f_{ok} — žižne daljine objektiva i okulara.

Fazni uslov za maksimalno pojačavanje talasa pri interferenciji jeste da je njihova fazna razlika stalna i da iznosi

$$\Delta\varphi = 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

dok je odgovarajući putni uslov, tj. da je razlika pređenih puteva talasa

$$\Delta s = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

gde je λ — talasna dužina svetlosti.

Fazni uslov za maksimalno slabljenje talasa pri interferenciji je

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

dok je odgovarajući putni uslov

$$\Delta s = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Prilikom refleksije svetlosnog talasa od optički gušće sredine nastaje skok faze za π rad.

Ako svetlosni zraci padaju normalno na tanku opnu, debljine d, načinjenu od supstancije indeksa prelamanja n, nastaće maksimalni osvetljaj gornje površine opne ako je

$$2nd = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

gde je $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, a λ — talasna dužina upotrebljene svetlosti.

Odgovarajući uslov za minimalni osvetljaj gornje površine opne je

$$2nd = k\lambda$$

Poluprečnici tamnih Njutnovih prstenova određeni su relacijom

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}$$

a svetlih

$$r_k' = \sqrt{(2k+1)R\frac{\lambda}{2}}$$

gde je $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, R — poluprečnik krivine upotrebljenog sočiva, a λ — talasna dužina svetlosti.

Ako je N broj proreza (svetlih pruga) na jediničnoj dužini optičke rešetke, onda je njena konstanta

$$d = 1/N$$

Ugao θ_k pod kojim se vide difrakcioni likovi k-tog reda određeni su relacijom

$$d \sin\theta_k = k\lambda$$

gde je d — konstanta optičke rešetke, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, a λ— talasna dužina upotrebljene svetlosti.

KVANTNA PRIRODA SVETLOSTI I TALASNA SVOJSTVA ČESTICA

Energijski osvetljaj tela R sa čije se površine S emituje energija ΔE posredstvom elektromagnetnih talasa, tokom vremena Δt, je

$$R = \frac{\Delta E}{S\Delta t}$$

Prema Stefan-Bolcmanovom zakonu je energijski osvetljaj apsolutno crnog tela $E \sim T^4$, tj.

$$E = \sigma T^4$$

gde je $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}$ — Stefan-Bolcmanova konstanta, a T — apsolutna temperatura tela.

Prema Vinovom zakonu, za apsolutno crno telo koje se nalazi na temperaturi T, je

$$\lambda_m \cdot T = b$$

gde je λ_m — talasna dužina elektromagnetnih talasa koje emituje apsolutno crno telo, a koja odgovara maksimumu njegove emisione moći, $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$ — Vinova konstanta.

Energija fotona frekvencije ν je

$$E = h\nu$$

gde je $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$ — Plankova konstanta, dok je masa fotona

$$m = \frac{E}{c^2}$$

tj. $m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$, gde je c — brzina fotona u vakuumu, a λ — njegova talasna dužina.

Impuls fotona je

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}$$

Ajnštajnova relacija za fotoelektrični efekat ima oblik

$$h\nu = A_i + E_k$$

gde je $h\nu$ — energija fotona koji izaziva fotoelektrični efekat, A_i — izlazni rad elektrona iz metala, a $E_k = mv^2/2$ — kinetička energija fotoelektrona.

De Broljeva talasna dužina, tj. talasna dužina fotona koji odgovara čestici mase m kada se kreće brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

ili

$$\lambda = \frac{\hbar}{mv}$$

gde je $\hbar = h/2\pi$ — Plankova konstanta.

ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

Relativna atomska masa A_r hemijskog elementa X jednaka je količniku mase atoma M_{a_X} tog elementa i 1/12 mase atoma izotopa ugljenika $^{12}_{6}C$, tj.

$$A_{r_X}=\frac{M_{a_X}}{\frac{1}{12}M_{a_C}}$$

pri čemu je $[A_r]=1$ (neimenovana veličina).

Atomska jedinica mase (u) jednaka je 1/12 mase atoma izotopa ugljenika $^{12}_{6}C$, tj.

$$1\,u=\frac{1}{12}M_{a_C}$$

pa je masa atoma M_a nekog hemijskog elementa, izražena atomskim jedinicama mase (dakle $[M_a]=u$), brojno jednaka njegovoj relativnoj atomskoj masi A_r, tj.

$$\{M_a\}=A_r$$

ako je $[M_a]=u$. Tako, na primer, za

—vodonik $^{2}_{1}H$ je:

$$A_r=1{,}00782;\ M_a=1{,}00782\,u$$

—helijum $^{4}_{2}He$ je:

$$A_r=4{,}00260;\ M_a=4{,}00260\,u$$

—litijum $^{7}_{3}Li$ je:

$$A_r=7{,}01600;\ M_a=7{,}01600\,u$$

itd.

Pošto je molarna masa M supstancije definisana kao masa količine supstancije od $n=1$ mol (koja sadrži Avogadrov broj molekula), to je

$$M=M_aN_A$$

gde je M_a — masa atoma (molekula) izražena kilogramima (dakle $[M_a]=kg$), a $N_A=6{,}02\times10^{23}$ 1/mol — Avogadrova konstanta, što znači da je

$$M_a=\frac{M}{N_A}$$

pa je

$$1\,u=\frac{1}{12}\cdot\frac{M_C}{N_A}=\frac{1}{12}\cdot\frac{0{,}012\,\frac{kg}{mol}}{6{,}02\cdot10^{23}\frac{1}{mol}}=$$

$$=1{,}66\cdot10^{-27}\,kg$$

Masa atoma M_a nekog hemijskog elementa izražena kilogramima (dakle $[M_a]=kg$) je

$$M_a=1{,}66\cdot10^{-27}\,kg\cdot A_r$$

gde je A_r — njegova relativna masa.

Molarna masa M nekog hemijskog elementa čija je relativna atomska masa A_r (imajući u vidu da je $A_r=\frac{12\,M_a}{M_{a_C}}$, odakle je $M_a=\frac{M_{a_C}}{12}A_r$, pa je $M=M_aN_A=\frac{M_{a_C}\cdot N_A}{12}A_r=\frac{M_C}{12}A_r$, gde je $\frac{M_C}{12}=10^{-3}\frac{kg}{mol}$) može se izraziti relacijom

$$M=10^{-3}\frac{kg}{mol}\cdot A_r$$

Broj atoma u uzorku, mase m, kojoj odgovara količina supstancije n čija je molarna masa M, je

$$N=nN_A=\frac{m}{M}N_A$$

Jezgro hemijskog elementa X, rednog broja Z u Periodnom sistemu elemenata, čiji je maseni broj A, označava se na sledeći način

$$^{A}_{Z}X$$

Broj elektrona u sastavu atoma ovog elementa i broj protona u njegovom jezgru je Z, dok je broj nukleona u jezgru A, pa je broj neutrona u jezgru

$$N_n=A-Z$$

Poluprečnik jezgra čiji je maseni broj A može se odrediti na osnovu približne relacije

$$r=r_0\sqrt[3]{A}$$

gde je $r_0=1,2$ fm.

Prema I Borovom postulatu, u atomu postoje neka stacionarna stanja koja se ne menjaju tokom vremena bez spoljašnjeg dejstva, pri čemu atom u ovim stanjima ne emituje elektromagnetne talase.

Prema II Borovom postulatu, u stacionarnom stanju atoma, elektron, krećući se po kružnoj orbiti oko jezgra, može da poseduje samo diskretne vrednosti momenta impulsa, određene relacijom

$$L_n=mv_nr_n=n\hbar$$

gde je m — masa elektrona, v_n — njegova brzina na diskretnoj n-toj orbiti, r_n — njen poluprečnik, $n=1, 2, 3,\ldots$ — glavni kvantni broj, a $\hbar=h/2\pi=1{,}05\cdot10^{-34}$ J·s — Plankova konstanta.

Prema III Borovom postulatu, prilikom prelaska atoma iz jednog stacionarnog stanja u drugo stacionarno stanje emituje se ili apsorbuje jedan kvant energije. Naime, prilikom prelaska atoma iz stacionarnog stanja sa većom energijom E_n u stacionarno stanje sa manjom energijom E_k emituje se foton energije

$$h\nu_{n,k}=E_n-E_k$$

Ako se oko jezgra atoma kreće samo jedan elektron, onda je njegova potencijalna energija

$$E_p=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze\cdot e}{r_n}$$

gde je ε_0 — električna konstanta, Ze — naelektrisanje jezgra, e — elementarno naelektrisanje, a r_n — poluprečnik orbite.

Ukupna energija elektrona na n-toj orbiti je

$$E_n=E_k+E_p=$$

$$=\frac{mv_n^2}{2}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze^2}{r_n}$$

a imajući u vidu da je poluprečnik orbite i brzina elektrona na njoj

$$r_n=n^2\frac{\varepsilon_0 h}{\pi m Ze^2}$$

$$v_n=\frac{1}{n}\cdot\frac{Ze^2}{2\varepsilon_0 h}$$

to je

$$E_n=-\frac{1}{n^2}\cdot\frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2h^2}=-\frac{1}{n^2}Rch$$

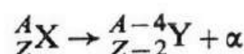
gde je $n=1, 2, 3, \ldots$ — glavni kvantni broj, $R=\frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2ch^2}=1{,}10\cdot10^7\frac{1}{\text{m}}$ — Ridbergova konstanta, a c — brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu.

Talasna dužina emitovanog fotona usled prelaska elektrona sa k-te orbite na n-tu orbitu određena je relacijom

$$\frac{1}{\lambda_{k,n}}=Z^2R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)$$

pri čemu je $k>n$.

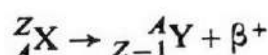
Emisija α-čestice nastaje u nuklearnoj reakciji oblika



$${}^{A}_{Z}\text{X}\rightarrow{}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}+\alpha$$

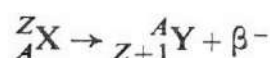
gde su X i Y — jezgra atoma roditelja i atoma potomka.

Emisija β^+- i β^--čestice nastaje u nuklearnim reakcijama oblika



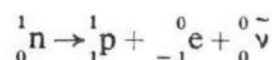
$${}^{Z}_{A}\text{X}\rightarrow{}_{Z-1}^{A}\text{Y}+\beta^+$$

odnosno



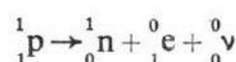
$${}^{Z}_{A}\text{X}\rightarrow{}_{Z+1}^{A}\text{Y}+\beta^-$$

Elektron (β^--čestica) koga emituje jezgro nastaje pretvaranjem u jezgru neutrona u proton, pri čemu se emituje i antineutrino ($\tilde{\nu}$), tj.



$${}^{1}_{0}\text{n}\rightarrow{}^{1}_{1}\text{p}+{}^{0}_{-1}\text{e}+{}^{0}_{0}\tilde{\nu}$$

dok pozitron (β^+-čestica) nastaje pretvaranjem u jezgru protona u neutron, pri čemu se emituje i neutrino (ν), tj.



$${}^{1}_{1}\text{p}\rightarrow{}^{1}_{0}\text{n}+{}^{0}_{1}\text{e}+{}^{0}_{0}\nu$$

Aktivnost $\mathcal{A}$ radioaktivnog uzorka je

$$\mathcal{A}=\frac{|\Delta N|}{\Delta t}$$

gde je ΔN — broj raspadnutih jezgara u uzorku za vreme Δt. Jedinica aktivnosti je

$$[\mathcal{A}]=\frac{1}{\text{s}}=\text{Bq}$$

Ako uzorak redioaktivne supstancije, čija je konstanta radioaktivnosti λ, sadrži N neraspadnutih jezgara, onda je njegova aktivnost

$$\mathcal{A}=\lambda N$$

pri čemu je $[\lambda]=1/\text{s}$.

Period poluraspada T radioaktivne supstancije, čija je konstanta radioaktivnosti λ, je

$$T=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

Prema zakonu radioaktivnog raspada, broj N još neraspadnutih atoma u radioaktivnom uzorku, posle vremena t, je

$$N=N_0e^{-\lambda t}$$

gde je N_0 — početni broj neraspadnutih jezgara, a λ — konstanta radioaktivnosti supstancije od koje je uzorak načinjen. Ovaj zakon se može napisati i u obliku

$$N=N_02^{-t/T}$$

Energija veze jezgra je

$$E_v=\Delta m\cdot c^2$$

gde je Δm — defekt mase, a c — brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu.

Defekt mase Δm jednak je razlici masa mirovanja slobodnih nukleona i mase mirovanja jezgra. Dakle,

$$\Delta m=Zm_p+(A-Z)m_n-m_j$$

gde su m_p i m_n — mase protona i neutrona.

Pošto je

$$m_j = M_a - Zm_e$$

$$M_{a_H} = m_p + m_e$$

gde je M_a — masa atoma rednog broja Z, M_{a_H} — masa atoma vodonika ${}^1_1H$, a m_e — masa elektrona, to je

$$\Delta m = ZM_{a_H} + (A-Z)m_n - M_a$$

odnosno

$$E_v = [ZM_{a_H} + (A-Z)m_n - M_a]c^2$$

pri čemu treba da je $[M_{a_H}] = [m_n] = [M_a] = \mathrm{kg}$.

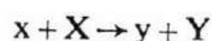
Ukoliko su mase u prethodnoj relaciji izražene atomskim jedinicama mase, tj. ako je $[M_{a_H}] = [m_n] = [M_a] = \mathrm{u}$, onda se energija veze dobija u MeV primenom relacije

$$E_v = [ZM_{a_H} + (A-Z)m_n - M_a] \cdot 931{,}5 \, \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{u}}$$

Specifična energija veze, tj. energija veze po nukleonu, je

$$\varepsilon_v = \frac{E_v}{A}$$

Ako se jezgro X bombarduje česticom x, i ako pri tome nastane jezgro Y i čestica y, onda se ovakva nuklearna reakcija može prikazati relacijom



$$x + X \rightarrow y + Y$$

U ovakvim nuklearnim reakcijama se održava:

- naelektrisanje (što znači da je zbir naelektrisanja čestica koje stupaju u reakciju jednak zbiru naelektrisanja produkata reakcije);
- broj nukleona (što znači da je zbir masenih brojeva čestica i jezgara pre i posle reakcije jednak);
- masa i energija sistema;
- impuls i moment impulsa sistema.

Energija reakcije Q je energija koja se oslobađa pri nuklearnoj reakciji na račun defekta mase. Ako su m_x i m_X — mase čestice i jezgra pre reakcije, a m_y i m_Y — mase nastale čestice i jezgra, onda je

$$Q = [(m_x + m_X) - (m_y + m_Y)]c^2$$

ili

$$Q = (E_{k_x} + E_{k_X}) - (E_{k_y} + E_{k_Y})$$

gde su E_{k_x} i E_{k_X} — kinetičke energije čestice i jezgra pre reakcije, a E_{k_y} i E_{k_Y} — kinetičke energije nastale čestice i jezgra.

Kod egzotermnih reakcija je $Q > 0$, a kod endotermnih $Q < 0$.

Da bi došlo do endotermne reakcije, potrebno je da kinetička energija upadne čestice bude veća od energije praga reakcije Q_{praga}, koja je određena relacijom

$$Q_{praga} = \left(1 + \frac{m_u}{m_m}\right)|Q|$$

gde su m_u i m_m — mase upadne čestice i mete, a Q — energija reakcije koja odgovara defektu mase polaznih i nastalih čestica.

LITERATURA

1. G. Dimić: *Zbirka zadataka iz fizike*, Građevinska knjiga, Beograd (1962).
2. G. Dimić, Z. Radivojević: *Fizika 1*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1974).
3. G. Dimić, D. Radivojević: *Fizika 2*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1974).
4. G. Dimić, G. Mavrodiev: *Fizika 3*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1974).
5. G. Dimić, D. Obradović, M. Sekulić: *Fizika 4*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1964).
6. G. Dimić, D. Radivojević, V. Kovačević: *Fizika za srednje stručne škole*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1975).
7. S. Skënderi, D. Radivojeviq, G. Dimiq: *Fizika për klasën I të shkollës së mesme të arsimit të orientuar*, Enti i Tëksteve the i Mjeteve Mësimore i Krahinës SAK, Prishtinë (1979).
8. G. Dimić, M. Mitrinović: *Zbirka zadataka iz fizike D (viši kurs)*, Građevinska knjiga, Beograd (1984).
9. G. Dimić, B. Bošković, V. Tomić: *Zbirka zadataka iz fizike B (osnovni kurs)*, Građevinska knjiga, Beograd (1984).
10. G. Dimić: *Jedinice i konstante u fizici*, Građevinska knjiga, Beograd (1964).
11. G. Dimić, P. Todorović, D. Šepa: *Međunarodni sistem jedinica*, Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd (1978).
12. G. Dimić, D. Radivojević, S. Nikolić: *Fizika za II razred gimnazije društveno-jezičkog smera*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1975).
13. G. Dimić, D. Radivojević, M. Džambasević: *Fizika za III razred gimnazije društveno-jezičkog smera*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd (1975).
14. G. Dimić, D. Radivojević: *Fizika za I razred zajedničkih osnova srednjeg usmerenog obrazovanja*, Zavod za udžbenike, Novi Sad (1976).
15. G. Dimić, A. Polzović: *Fizika za II razred zajedničkih osnova srednjeg usmerenog obrazovanja*, Zavod za udžbenike, Novi Sad (1976).
16. G. Dimić: *Zbirka zadataka iz fizike I*, Elektrotehnički fakultet, Beograd (1962).
17. G. Dimić, M. Sekulić, R. Mićić: *Fizika kristala*, Školski centar „Koča Kolarov", Zrenjanin (1979).
18. G. Dimić, P. Todorović: *Metode i tehnika istraživanja u fizici*, Školski centar „Koča Kolarov", Zrenjanin (1979).
19. G. Dimić, P. Todorović, M. Sekulić: *Optički merni uređaji*, Školski centar „Koča Kolarov", Zrenjanin (1980).
20. G. Dimić, D. Mitraković: *Električni instrumenti i merenja*, Školski centar „Koča Kolarov", Zrenjanin (1981).
21. G. Dimić, P. Todorović: *Rendgensko i nuklearno zračenje i merenje*, Školski centar „Koča Kolarov", Zrenjanin (1981).
22. S. Skendëri, G. Dimiq: *Ushtrië nga fizike për klasë I të fasës se pare të mesem të orentiuar*, Enti i Tëksteve the i Mjeteve Mësimore i Krahinës SAK, Prishtinë (1982).
23. G. Dimić, M. Mirjanić, S. Žegarac: *Priručnik iz fizike za takmičenja srednjoškolaca i prijemne ispite na fakultetima*, Naučna knjiga, Beograd (1968).
24. Б. М. Яаворский, А. А. Пинский: *Основы физики*, Наука, Москва (1981).
25. D. Janković, M. Mirjanić, J. Janjić: *Praktikum računskih vežbanja iz fizike*, Tehnološki fakultet, Novi Sad (1966).
26. M. Varičak i dr.: *Zadaci iz fizike*, Školska knjiga, Zagreb (1958).
27. B. Mikuličić, M. Varičak, E. Vernić: *Zbirka zadataka iz fizike*, Školska knjiga, Zagreb (1976).
28. И. И. Воробьев i dr.: *Задачи по физике*, Наука, Москва (1981).
29. Б. Б. Буховцеь i dr.: *Сборник задач по элементорной физики*, Наука, Москва (1974).
30. В. Г. Зубов, В. П. Шальноь: *Задач по физике*, Наука, Москва (1975).
31. С. М. Козел i dr.: *Сборник задач по физике*, Наука, Москва (1965).
32. А. Н. Волков i dr.: *Задачник по физике*, Росвузидат, Москва (1963).
33. Н. И. Гольдфарб: *Сборник вопросов и задач по физике*, Высшая школа, Москва (1973).
34. С. Е. Каменецкий, В. П. Орехов: *Методика решения задач по физике в средней школе*, Просвещение, Москва (1974).
35. М. С. Цедрик i dr.: *Пособие по физике для поступающих в вузы*, Вышэйшая школа, Минск (1972).

36. Р. А. Гладкова i dr.: *Сборник задач и вопросов по физике*, Наука, Москва (1975).
37. В. А. Балаш: *Задачи по физике и методы их решения*, Просвещение, Москва (1983).
38. А. П. Рымкевич, П. А. Рымкевич: *Сборник задач по физике*, Просвещение, Москва (1978).
39. Г. А. Бендериков i dr.: *Задачи по физике для поступающих в вузы*, Наука, Москва (1984).
40. А. А. Пинский: *Задачи по физике*, Наука, Москва (1977).
41. А. Н. Малинин: *Теория относительности в задачах и упражениях*, Просвещение, Москва (1983).
42. И. Е. Иродов: *Сборник задач по атомной и ядерной физике*, Атомиздат, Москва (1971).
43. М. С. Цедрик: *Сборник задач по физике*, Вышейшая школа, Минск (1976).
44. А. Г. Чертов i dr.: *Задачник по физике*, Высшая школа, Москва (1973).
45. В. П. Демкович: *Сборник вопросов и задач по физике*, Просвещение, Москва (1967).
46. В. Горшковский: *Полские физические олимпиады*, Мир, Москва (1982).
47. И. Е. Иродов: *Задачи по общей физике*, Наука, Москва (1979).
48. Е. И. Бутиков i dr.: *Физика в примерах и задачах*, Наука, Москва (1979).
49. П. А. Рымкевич i dr.: *Сборник задач по физике для 8—10 класов средней школы*, Просвещение, Москва (1971).
50. В. С. Волькенштейн: *Сборник задач по общему курсу физики*, Физматгиз, Москва (1962).
51. D. Schaum: *Theory and Problems of College Physics* J. Wiley and Sons, New York (1966).
52. W.A. Richinger: *Elektriciti and Magnetism-Diagnostic Test*, J. Wiley and Sons, NewYork, London, Toronto (1973).
53. А. С. Енохович: *Краткий справочник по физике*, Высшая школа, Москва (1976).
54. Л. З. Румшиский: *Математическая обработка резултатов эксперимента*, Наука, Москва (1971).
55. А. С. Енохович: *Краткий справочник по физике*, Высшая школа, Москва (1976).